

高校数学教育

沖縄県高等学校数学教育会誌

第45号

2009年(平成21年)6月26日(金)

沖縄県高等学校数学教育会 発行

目 次

新学習指導要領が告示された ～本県高校数学教育の方向性を模索して行かなければならない～ 沖縄県高等学校数学教育会 会長 兼島信雄	1
沖縄県高等学校数学教育会第47回研総会・46回究大会実施要項	2
沖縄県高等学校数学教育会会則	3
平成20年度 会 務 報 告	4
決 算 報 告	6
会計監査報告	7
平成21年度 役 員	8
行事計画	9
予 算 案	10
第33回「高校数学教育を考える会」大学入試問題研究	11
「高校数学教育を考える会」実施報告	48
第63回九州算数・数学教育研究（宮崎）大会発表論文	53
「数学的な考え方を育む指導の工夫(三角比における数学的活動を通して)」 嶺 井 淑（那覇商業高等学校）	55
「数学を実際の生活の中で確認する取り組み～身近な数学の体験学習～」 上江洲 郁 子（宜野湾高等学校）	56
「基礎基本定着の取り組み」 上 原 八重子（八重山高等学校）	57
九州数学教育会総会開催地一覧表	58
平成 21 年度九州数学教育会総会/九州算数・数学教育研究(宮崎)大会開催案内	59

新学習指導要領が告示された

～本県高校数学教育の方向性を模索して行かなければならない～

沖縄県高等学校数学教育会
会 長 兼 島 信 雄

「生きる力の育成」、「知識・技能の習得と思考力・判断力・表現力等の育成のバランスを重視」、「豊かな心や健やかな体を育成」の基本的視点を基に、高等学校の新学習指導要領が去る3月に告示されました。

教科「数学」では、「数学的活動を通して、数学における基本的な概念や原理・原則の体系的な理解を深め、事象を数学的に考察し表現する能力を高め、創造性の基礎を培うとともに、数学のよさを認識し、それらを積極的に活用して数学的論拠に基づいて判断する態度を育てる」(強調及び下線部が主な変更点)を目標に掲げています。特に、冒頭で新たに『数学的活動』が加わったことが大きな特徴です。

数学では、思考力・判断力・表現力を主体とする数学活用能力の重視が基調となっていると言えます。「数学Ⅰ」は、全ての高校生が学ぶ必修科目になり、新たに数学Ⅰ、Ⅱで「課題学習」の単元が導入されました。従前の「数学C」が無くなるのに伴い「行列」が全姿を消します。その替わり、数学Ⅲが標準5単位となり、従前の微積の内容に加えて、平面上の曲線の内容が加わり、その中で、媒介変数表示、極座標表示を扱うこととなります。また数学Ⅲでは、複素平面(ト・モプルの定理を含む)が復活してきます。

また、全ての高校で必修となる数学Ⅰも含め、全体的に「統計に関する内容」が強化されました。数学Ⅰで、「データの分析」の単元が加わり、データの散らばりや相関を扱うこととなりました。なお「場合の数、確率」は、数学Aで、条件付き確率をも含めて取り扱われることになっています。数学Bにおいては、従前の数学Cにあった「確率分布と統計的な推測」が加わっています。

その他、数Ⅰに、従前の数Aより「集合と命題」が移行、数学Ⅱで分数式、3次の乗法公式や因数分解を扱うことと軌跡と領域が加わりました。数学Aでユークリッドの互除法や整数の性質の活用が新たな項目となったことに注目する必要があります。

特に、数学と理科については、小中学校で先行実施がなされてきており、高等学校では他教科(平成25年から学年進んで実施)に対して1年前倒しの平成24年実施となります。早め早めの準備を進めておく必要があると思います。

本県の数学教育で留意して起きたいことを挙げておきます。まず、総則「第5款 教育課程の編制・実施に当たって配慮すべき事項」の「3 指導計画の作成に当たって配慮すべき事項(3)のイ並びにウ」で「義務教育段階での学習内容の着実な定着を図るため、必修科目(数学Ⅰ)の単位を増加したり、学校設定科目等を設定して履修させた後、数学Ⅰなどを履修させる」などの「中学校数学の補充・補完」をも実施するように、ということです。

また、各教科で「いわゆる歯止め規定」を原則削除していることです。数学では従前の「…ただし、三角形の面積をヘロンの公式で求めるなどの深入りはしないものとする」などです。懸念されることは、大学入試問題等の難度化が加速されないかということです。今までは歯止めがありましたが、規定が無くなったために、難問・奇問による受験生の負担増や、受験指導で苦慮することなどが考えられます。

承知のとおり、高校全入時代になり、高校生の学力はますます多様化しております。特に数学の学力差は著しく大きいことが指摘されています。後期中等教育の役割を担う高等学校教育においては、従前の「高大接続の教育」から「中高接続の教育」へと新たな課題が増えました。本県においても、「全国学力テスト最下位」のことなど、学力問題への県民父母の関心も高まっております。私たち数学教師をとりまく状況にも厳しさが増すと思いますが、数学教育に関しては、本県の研究会活動は全国でも進んでいると思います。「沖数教」で、長い間、小・中・高・大の連携で取り組んできました。「高数教」も様々な取り組みの中で「指導法の工夫・改善の研究」や「大学入試研究」、「診断テスト」など素晴らしい実践の跡を残しております。「地球温暖化」などの環境問題に象徴されるように、私たちの未来には解決すべき課題が山積しています。「自然と対話するための言語」としての数学の役割はますます重要になってくると思います。多くの生徒に「数学を、しっかりと身に付けて」もらうため、研究・研修に、なお一層、力を注いでもらいたいと思います。

沖縄県高等学校数学教育会 第47回総会および第46回研究大会

1 研究主題 「基礎基本の定着を図り、学ぶ力をはぐくむ数学教育」

2 会 場 宜野湾高等学校

3 日 程 平成21年6月26日(金)

受 付	13:30～14:00
高校部会総会	14:00～14:30
研究大会および意見交換	14:40～16:10
全 体 総 会	16:20～16:50

4 部会総会

(1)開会のことば 副会長 慶 田 喜 則

(2)会長あいさつ 会 長 兼 島 信 雄

(3)議長選出

(4)議 事

①平成20年度会務報告

②平成20年度決算報告及び監査報告

③平成21年度役員選出(案)

④平成21年度行事計画(案)

⑤平成21年度予算(案)

⑥その他

(5)閉会の言葉 副会長 渡 口 恵

5 研究大会

(1)発表者

嶺井 淑(那覇商業)

数学的な考え方を育む指導の工夫(三角比における数学的活動を通して)

上江洲 郁 子(宜野湾)

「数学を実際の生活の中で確認する取り組み～身近な数学の体験学習～」

指導助言 兼 島 信 雄 (球陽高校校長)

6 大会当日の役員

総務 会 長 兼 島 信 雄 (球 陽)

副会長 慶 田 喜 則 (宜野湾) 渡 口 恵 (西 原) 本 成 浩 (知 念)

事務局 西 原 誠 (那覇国)

運営委員(研究集会委員)

比 嘉 良 太 (那覇国) 宮 城 広 行 (教育庁) 佃 智美 (北 谷)

安仁屋 宗一郎 (浦 添) 玉 城 佑 (泡瀬養護) 玉城 幸美 (豊見城南)

沖縄県高等学校数学教育会会則

- 第1条 本会は沖縄県高等学校数学教育会と称す。
- 第2条 本会の事務局は原則として那覇市近郊の高等学校におく。
- 第3条 本会は沖縄県高等学校数学教育会の興隆と会員の相互親睦を図ることを目的とする。
- 第4条 本会は前条の目的を達成するために次の事業を行う。
1、数学教育に関する研究と調査
2、講習会、講演会および研修会などの開催
3、会誌の発行
4、九州数学教育会、日本数学教育学会との連携
5、その他
- 第5条 本会は沖縄県の高等学校数学教師ならびに本会の目的に賛同する者をもって組織する。
- 第6条 本会の目的を達成するために次の機関を置く。
1、総会 2、代議員会 3、理事会 4、各種委員会
- 第7条 総会は会長が召集し、年1回以上開き、次の事項を付議する。
1、代議員会の決定事項および会計監査の承認
2、本会の解散、合併またはそれに準ずる事項
3、その他重要な事項
2 総会の議事は出席者の過半数をもって決する。
- 第8条 代議員会は会長が召集し、この会則の定める事項の他、次の事項を審議決定する。
1、事業計画および予算 2、事業報告および決算
3、会則および内規の改正 4、その他理事会の起案する事項
2 代議員会の議事は出席者の過半数をもって決する。
- 第9条 理事会は会長が召集し、この会則の定める事項の他、次の事項を審議する。
1、代議員会に提案する事項
2、代議員会で決定した事項の執行
2 理事会の議事は出席者の過半数をもって決する。
- 第10条 本会に次の役員をおく。
役員の任期は1年とし、再選を妨げない。
会長 1名 副会長 3名
理事 若干名（うち1名は常任理事）
監事 3名
- 第11条 役員は代議員会において選出する。
1、会長は本会を代表し、会務を総理する。
2、副会長は会長を補佐し、会長に事故あるときは、その職務を代行する
3、理事は理事会を構成し、会務を執行する。
4、常任理事は事務局を構成する。
5、監事は本会の会計を監査する。
- 第12条 代議員は各高等学校において会員中より1名選出し、また必要に応じて会長が委嘱する。
代議員は代議員会を構成する。
- 第13条 本会の会計年度は、4月1日に始まり、翌年3月31日に終わる。
- 第14条 本会の経費は、会費、補助金、およびその他の収入を持ってこれに充てる。
- 第15条 本会の会員は、会費を納入するものとする。
- 第16条 この会則の施行についての細則は、代議員会において決定する。

付 則
この会則は、1967年4月1日より施行する。
一部改正 平成17年4月1日

平成20年度 沖縄県高等学校数学教育会 会務報告

平成20年

- 4月 9日 第1回 研究集会委員会（那覇西高校）
- 4月 9日 第1回 三役会（青年会館1F）
- 4月 9日 平成19年度退職者激励会（青年会館）参加者26名
- 4月12日 第1回大学入試問題研究委員会（開邦高校）琉球大学入試問題について
- 4月19日 第2回大学入試問題研究委員会（開邦高校）琉球大学入試問題について
- 5月 2日 第1回 診断テスト委員会（那覇国際高校）
- 5月13日 第1回 役員会（豊見城南高校）
- 5月16日 平成20年度 理事・代議員会（那覇高校）
第32回「高校数学教育を考える会」（那覇高校）
平成20年度新採者激励会（青年会館）参加者31名
- 5月18日 九州・山口地区「大学・高校数学科入試連絡会」
場 所：代々木ゼミナール福岡校
出席者：上江洲寿先生（大学入試研究委員会委員長 開邦高校）
- 5月23日 第2回 診断テスト委員会（那覇高校）
- 6月 5日 第2回 役員会（宜野湾高校）
第二回 冲数教役員会
第一回 冲数教理事代議員会（宜野湾高校）
- 6月12日 第3回 診断テスト委員会（那覇高校）
- 6月27日 沖縄県高等学校数学教育会 第46回総会および第45回研究大会
研究主題 「基礎基本の定着を図り、学ぶ力をはぐくむ数学教育」
会 場 宜野湾高等学校
学力向上に関する報告・提言
・学力向上に関する報告 大瀨 裕司（県立学校教育課指導主事）
・学力向上に関する提言 又吉 孝一（前首里高校校長 前冲数教会長）
会誌44号「高校数学教育」 発行
- 7月 4日 第3回 冲数教役員会（宜野湾高校）
- 7月 上旬 第一回 診断テスト実施
- 7月28日 第62回 九州算数・数学教育研究（大分）大会並びに総会
～30日 発表：宮城竜幸（首里高校）『フィンランドの数学教育について』
宮城嘉也（宜野座高校）『数学的な考え方を育てる学習指導の工夫』
金城順也（那覇国際高校）『空間概念を深めるデジタル教材の開発』
- 9月12日 第四回 診断テスト委員会（那覇高校）
- 9月16日 第31回 小中高合同研究会 第一回準備委員会
- 9月30日 第二回 数学コンテスト委員会

- 10月 9日 第四回 沖数教役員会 (宜野湾高校)
- 10月23日 沖数教 第二回 理事代議員会 (宜野湾高校)
- 10月23日 第一回 三役会 (宜野湾高校)
- 10月24日 第六回 診断テスト委員会 (那覇高校)
- 10月28日 第31回 小中高合同研究会 第二回準備委員会
- 11月 7日 第七回 診断テスト委員会 (那覇高校)
- 11月27日 第31回 小中高合同研究会 (美東小学校) 参加者51名
 授業者：大里 元児 (美東小学校)
 パート：島仲 利泰 (教育センター指導主事)
 門口 安光 (嘉数中学校教諭)
 大里 元児 (美東小学校教諭)
 コーディネーター：濱比嘉宗隆 (沖縄女子短期大学準教授)
- 11月29日 九州数学教育会 理事・代表者会議 問題集編集会議
 ～30日 会長：金城 啓 (石川高校校長) 事務局：新垣保 (豊見城南高校)
- 12月 上旬 第2回 診断テスト実施

平成21年

- 1月12日 第16回 数学オリンピック県予選大会 (沖縄工業高校)
- 1月20日 第3回 役員会 (宜野湾高校)
- 2月12日 第5回 沖数教役員会 (宜野湾高校)
- 2月13日 第8回 診断テスト委員会 (那覇高校)
- 2月19日 第3回 沖数教理事会 (宜野湾高校)
- 3月17日 第4回 役員会 (宜野湾高校)
- 4月 2日 平成20年度 第二回 三役会 事務局引継ぎ
- 4月 8日 平成21年度 第一回 三役会 (青年会館)
- 4月 8日 平成20年度 退職者激励会 (青年会館)

平成20年度 沖縄県高等学校数学教育会 決算

収入	支出	残金
1,027,442	827,442	200,000

収入の部

項 目	科 目	予 算 額	決算額	△未・過収入額	説 明
1	繰 越 金	180,217	180,217	0	前年度からの繰越
	2 学 校 分 担 金	250,000	241,902	△ 8,098	分担金＋会費
	3 会 費				
	4 補 助 金	80,000	85,000	5,000	九数教からの補助
	5 雑 収 入	280,000	200,323	△ 79,677	全琉合同模試補助金 基礎問題集、利息他
	6 協 賛 金	250,000	320,000	70,000	管理職からの協賛金
計		1,040,217	1,027,442	△ 12,775	

支出の部

項 目	科 目	予 算 額	決算額	残・△不足額	説 明
1	運 営 費	137,000	112,053	24,947	
	1 庶 務 費	50,000	38,721	11,279	通信費、消耗品費
	2 会 議 費	35,000	21,332	13,668	会議、大会運営費
	3 手 当	26,000	26,000	0	事務局2万 監査2千×3
	4 沖 数 教 会 費	26,000	26,000	0	沖数教への会費
2	事 務 費	515,000	409,925	105,075	
	1 研究発表補助費	30,000	0	30,000	研究発表なし
	2 派 遣 費	210,000	157,000	53,000	助言者分未支出
	3 講習・講演会費	20,000	13,000	7,000	総会講演者へ
	4 委員会活動費	200,000	200,000	0	5万円×4委員会
	5 研究調査補助費	5,000	0	5,000	基礎問題集改訂 (沖縄大会予算へ)
	6 支部活動補助費	10,000	10,000	0	八重山支部
	7 会 誌 発 行 費	40,000	29,925	10,075	会誌第44号製本代
3	沖 数 教 分 担 金	200,000	0	200,000	沖縄大会剰余金より支出
4	雑 費	40,000	40,000	0	沖数教への補助
5	予 備 費	148,217	265,464	△ 117,247	
	1 九数教沖縄大会積立費	100,000	265,464	△ 165,464	沖縄大会積立予算へ
	2 予 備 費	48,217	0	48,217	
計		1,040,217	827,442	△ 212,775	

収入	支出	残金
1,027,442	827,442	200,000

監査報告書

沖縄県高等学校数学教育会

会長 兼 島 信 雄 殿

平成 20 年度沖縄県高等学校数学教育会の会計監査の結果を下記の通り報告します。

記

会計監査は、金銭出納簿、証書書類および預金通帳によって実施した。

1. 証書類は、金銭出納簿の通り整理されていた。
2. 残高 200,000 円は、琉球銀行小禄支店普通預金口座 205-278 に預金されていることを確認した。
3. 九数教沖縄大会通帳として、琉球銀行小禄支店普通預金口座 470-560 に金額 647,444 円が預金されていることを確認した。

以上、監査の結果、異常を認めない。

平成 21 年 5 月 25 日 (月)

沖縄県高等学校数学教育会

監査委員

座間味 栄則 
座間味 宗繁 
富村 真 

平成21年度 沖縄県高等学校数学教育会役員(案)

高数教三役

高数教	名前	勤務先	備考
会長	兼島信雄	球陽	校長
副会長	慶田喜則	宜野湾	教頭
	渡口 恵	西原	
	本成 浩	知念	
事務局	西原 誠	那覇国際	教諭
書記	平良哲也	那覇国際	
会計	伊志嶺嘉典	那覇国際	

高数教理事

高数教	名前	勤務先	備考
各種委員会	比嘉良太	那覇国際	研究集会委員長
	比嘉紀朝	那覇	診断テスト委員長
	吉本振一郎	沖縄工業	数学コンテスト委員長
	上江洲寿	開邦	大学入試問題研究委員長
	崎間恒哉	知念	教育課程研究調査委員長
沖数教	前里哲寿	那覇西	沖数教事務局
校長	平良勝也	具志川	校長
	城間冠二	北中城	
	安谷屋哲	首里東	
	金城一男	開邦	
	金城孝忠	糸満	
	伊波 満	宮古	
副校長	中村孝夫	首里	副校長
	高安美智子	那覇	
教頭	座喜味満理雄	北山	教頭
	半嶺通男	前原	
	仲外盛順	具志川	
	比屋根博之	読谷	
	高江洲武	美里	
	金城正巳	美里	
	石垣有三	コザ	
	島仲利泰	球陽	
	金城 毅	北谷	
	比嘉良徳	北中城	
	與那嶺善道	浦添	
	儀間清隆	那覇国際	
	小成善保	小禄	
	神谷 孝	糸満	
	砂川 明	宮古	
	島村 均	那覇商業定時	
	高安 直	泊	
教育庁関係	當眞武	総務	教育庁
	川満健	総務	
	半嶺満	総務	
	與那覇健勇	県立学校教育	
	玉城学	県立学校教育	
	多和田実	県立学校教育	
	金城正樹	県立学校教育	
	比嘉正二	県立学校教育	
	宮城薫	県立学校教育	
	大濱裕司	県立学校教育	
	森田邦弘	保健体育	
	太田守克	保健体育	
	宮城広行	保健体育	
	安里辰洋		
	星野朗	教育センター	
	平良淳		

沖数教役員(高数教選出)

沖数教	名前	勤務先	備考
会長	真栄田盛夫	宜野湾	校長
副会長	兼島信雄	球陽	
理事	安谷屋 哲	首里東	校長
	城間冠二	北中城	
	與那覇健勇	県立学校教育	教育庁
代議員	中村孝夫	首里	副校長
	高安美智子	那覇	
	慶田喜則	宜野湾	教頭
	渡口恵	西原	
	本成浩	知念	
	儀間清隆	那覇国際	
	小成善保	小禄	
	多和田実	県立学校教育	教育庁
監査	與那覇清	普天間	教諭

各種委員会

委員会	名前	勤務先	名前	勤務先
診断テスト委員会	◎比嘉紀朝	那覇	川添貴司	浦添
	上江洲隆	那覇国際	池間健将	那覇
	儀間仁	中部商業	高原香織	那覇国際
	新垣公崇	球陽	多和田哲章	美来工科
	與儀陽子	北部農林	比嘉良太	那覇国際
	石垣尚美	北中城	金城順也	那覇国際
	宮里恒輝	浦添	金城徹也	那覇国際
	佃智美	北谷	漢那宗裕	知念
	新城武光	小禄	前里哲寿	沖数教
	金城久枝	那覇養護	西原誠	那覇国際
大学入試問題研究委員会	◎上江洲寿	開邦	上原正也	首里
	玉城重光	開邦	永吉和紀	開邦
	多和田真康	球陽	崎間恒哉	知念
	宮城竜幸	首里		
教育課程研究調査委員会	◎崎間恒哉	知念	金城昭人	那覇
	黒島栄	那覇西	玉栄和香子	北山
	前里哲寿	那覇西	與那覇清	普天間
	新垣保	豊見城南	平良六二	小禄
	山川博正	豊見城南	伊礼直樹	真和志
	仲地範禮	開邦	吉田達也	首里東
	島袋秀二	宜野湾	糸数理奈	中部農林
数学コンテスト委員会	◎吉本振一郎	沖縄工業	伊志嶺嘉典	那覇国際
	平良哲也	那覇国際	多和田実	教育庁
	石川哲	名護商工		
	池原綾乃	西原		
研究集会委員会	◎比嘉良太	那覇国際	安仁屋宗一郎	浦添
	玉城佑	泡瀬養護	佃智美	北谷
	宮城広行	教育庁	玉城幸美	豊見城南

高数教監査

監査	名前	勤務先
監査	栗野元廣美	西原
	栗野公子	那覇国際
	前三盛英明	豊見城南

平成21年度 行事計画

1. 会員の各種委員会での教育研究活動および親睦
2. 沖数教・九数教・日数教との連携および活動

月	行 事 予 定	説 明
4	役 員 会 H20 退職者激励会 (4/8)	平成 21 年度 新役員の発足 場所：沖縄県青年会館 (2 F 梯梧の間)
5	委 員 会 活 動	各種委員会活動開始
6	役 員 会 (6/4) 理事・代議員会 (6/12) 高校数学を考える会 (6/12) 新採者激励会および懇親会 (6/12) 役 員 会 (6/12) 沖数教 36 回総会・研究大会 (6/26) 高数教 47 総会・46 研究大会 (6/26)	理事・代議員会、高校数学教育を考える会について 場所：西原高校 琉大参加者：手塚、金子、菅、杉浦、山城 会誌第45号発行予定 発表予定者：嶺井淑(那覇商業)上江洲郁子(宜野湾)
7	役 員 会 数学診断テスト(上旬) 九数教 理事・代議員会 (7/29) 九数教 研究大会(宮崎：7/30 ～ 31)	発表者：嶺井淑(那覇商業)上江洲郁子(宜野湾) 上原八重子(八重山)
8	役 員 会・各種委員会班長会 日数教 研究大会(京都 8/3 ～ 5)	委員会活動について 高数教より1名派遣(県指定研究旅費)
9	役 員 会 全琉合同模試	
10	役 員 会	
11	役 員 会 小中高合同研究会(11/) 九数教 理事・代議員会(福岡：11/28) 高校数学コンテスト(未定)	小中高合同研究大会について 研究授業：(中学校) ※学力向上について 会長、事務局長派遣
12	役 員 会 数学診断テスト(上旬)	
1	数学オリンピック県予選(1/)	
2	役 員 会	
3	役 員 会	

平成21年度 沖縄県高等学校数学教育会 予算（案）

収入の部

項	目	科 目	予 算 額	前年度予算額	増 △減	説 明
1	1	学 校 分 担 金	250,000	250,000	0	分担金＋会費
	2	会 費				
	3	繰 越 金	200,000	180,217	19,783	前年度からの繰越
	4	補 助 金	80,000	80,000	0	九数教からの補助
	5	協 賛 金	250,000	250,000	0	管理職からの協賛金
	6	雑 収 入	280,000	280,000	0	基礎問題集, 全琉合同模試補助, 利息
計			1,060,000	1,040,217	19,783	

支出の部

項	目	科 目	予 算 額	前年度予算額	増 △減	説 明
1		運 営 費	159,000	137,000	22,000	
	1	庶 務 費	50,000	50,000	0	通信費, 消耗品費
	2	会 議 費	35,000	35,000	0	会議, 大会運営費
	3	手 当	36,000	26,000	10,000	事務局2万＋書記会計5千×2 監査2千×3
	4	沖 数 教 会 費	26,000	26,000	0	沖数教への会費
	5	日 数 教 会 費	12,000	0	12,000	日数教への会費
2		事 務 費	515,000	515,000	0	
	1	研究発表補助費	30,000	30,000	0	1万円×3人
	2	派 遣 費	210,000	210,000	0	会長6万×2 事務局3万, 助言者6万
	3	講習・講演会費	20,000	20,000	0	
	4	委員会活動費	200,000	200,000	0	5万×4
	5	研究調査補助費	5,000	5,000	0	基礎問題集改訂
	6	支部活動補助費	10,000	10,000	0	八重山支部
	7	会 誌 発 行 費	40,000	40,000	0	会誌第45号製本代
3		沖 数 教 分 担 金	200,000	200,000	0	沖数教への分担金
4		雑 費	40,000	40,000	0	沖数教への補助
5		予 備 費	146,000	148,217	△ 2,217	
	1	九数教沖縄大会積立費	100,000	100,000	0	沖縄大会積立金
	2	予 備 費	46,000	48,217	△ 2,217	
計			1,060,000	1,040,217	19,783	

第 3 3 回

高校数学を考える会

(琉球大学との懇談会)

日時：2009 年 6 月 12 日（金）

16：30～17：30

場所：沖縄県立西原高等学校（視聴覚教室）

沖縄県高等学校数学教育会

目 次

平成 21 年度 琉球大学入試試験問題についての感想と質問 (高数教 大学入試問題検討委員会)

前期日程・数学甲	入試問題分析	13
前期日程・数学乙	入試問題分析	14
後期日程	入試問題分析	15
前期日程・数学甲	入試問題について	16
前期日程・数学乙	入試問題について	17
後期日程	入試問題について	18

平成 21 年度 琉球大学入試問題 解答例 (高数教 大学入試問題検討委員会)

前期日程 数学甲	19
前期日程 数学乙	26
後期日程	30

平成 21 年度 琉球大学入試問題 解答例 (琉球大学)

前期日程 数学甲	36
前期日程 数学乙	40
後期試験	42

「第 33 回高校数学教育を考える会」実施報告	48
-------------------------	----

平成 21 年度 琉球大学（前期日程・数学甲）入試問題分析

<総 論>

数学Ⅲからの出題が中心であり、数学Ⅱの「行列」や「2次曲線」からの出題はなかった。数学Ⅲに関しては、演習不足から不安を抱える受験生も多いであろう。しかし、出題されているのは標準的な問題が中心なので、時間配分をきちんとすれば、受験生にとっても取り組みやすい問題構成であったと思われる。ただ、図やグラフを描いて解答を記述する問題もあり、解答の記述力が求められる。また、高得点を狙うには、第4問の確率の計算をしっかりと行えるような計算力も求められる。

<設問ごとの分析>

問題番号	範囲	出題分野	コメント	難易度
1.	数学Ⅰ 数学Ⅱ 数学Ⅲ	図形と計量 三角関数 微分法の応用	問題文を正しく読み取って、適切な図が描ければ、そんなに難しくないであろう。問2の最小値は、問1で得られた式を微分してもよいし、 $t = \sin \theta + \cos \theta$ において式変形してもよい。	標準
2.	数学Ⅲ	積分法 関数の極限	問1は絶対値のついた関数の定積分の問題。問2は $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1$ を利用した関数の極限の問題。問1、2ともに標準的な問題なので完答したい。問3は絶対値のついた三角関数のグラフの周期性に着目するのがポイント。また、解答をうまく記述する力も求められる。	やや難
3.	数学Ⅲ	積分法 積分法の応用 数列の極限	問1の部分積分法は基本問題。問2の定積分と不等式の証明問題は苦手な受験生もいると思うが、典型問題なので完答したい。問3は対数を利用するのがポイント。問1と問2の結果を用いて、はさみうちの原理を用いればよい。はさみうちの原理はうまく使えるように普段から練習しておく必要がある。	標準
4.	数学A	確率	座標平面上で規則にしたがって動く点の問題はよくみられる設定である。図を描いて、全ての場合を正しく把握できるかがポイント。問2では、計算力も求められる。	標準

問題の難易度は例年の琉球大学（前期日程・甲問題）のレベルを基準に、難易度を5段階【難・やや難・標準・やや易・易】で判断してあります。

<合格への学習対策>

今年度は数学Ⅲからの出題が中心であった、出題の中心は教科書やその併用問題集で扱われるような典型的な入試問題である。そのような典型問題をしっかりと解く力をつける必要がある。また、解答を論理的に記述する力やグラフや図を利用して記述する力も求められる。普段の学習から、答えだけでなく解答をしっかりと記述することを意識して問題演習に取り組むことが大切である。可能であれば、添削指導を受けることも有効であろう。

平成 21 年度 琉球大学（前期日程・数学乙）入試問題分析

<総 論>

昨年度の入試問題と比較すると少し易化した。今年度は全問題が数学Ⅱからの出題であった。典型的な問題ばかりだったので高得点をとった受験生もいたのではないだろうか。出題内容に関しては、相加平均と相乗平均の関係や定積分の頻出公式の証明問題等の教科書をしっかりと理解しているかを問うための問題が出題された。本当に基礎・基本が身についているかを問う良い出題であったと考える。

<設問ごとの分析>

問題番号	範囲	出題分野	コメント	難易度
1.	数学Ⅱ	不等式の証明 複素数と 2 次 方程式 対数関数	問 1 の相加平均と相乗平均の関係の証明は教科書レベルの基本問題。問 2 も基本問題で、解を方程式に代入するか、または 2 次方程式の解と係数の関係を用いてもよい。問 3 も対数関数の基本問題。底の変換公式と真数の条件がポイントとなる。	易
2.	数学Ⅱ	積分法	問 1 は頻出公式の証明問題。教科書の内容がしっかりと身についていれば易しいであろう。問 2 では問 1 で証明した公式を利用する典型問題である。	標準

問題の難易度は例年の琉球大学（前期日程・乙問題）のレベルを基準に、難易度を 5 段階【難・やや難・標準・やや易・易】で判断してあります。

<合格への学習対策>

教科書の学習内容の完全理解を目指して学習に取り組むことが大切である。やはり基礎・基本的な公式や定理はその使い方だけでなく、その証明までも含めてしっかり理解する必要がある。出題は標準的な難易度の問題だけなので、ちょっとした計算ミスや記述ミスが合否に影響することもあると考えられる。普段の学習から計算力や論理的な記述力を養うことを意識して学習に取り組むことが大切である。

平成 21 年度 琉球大学（後期日程）入試問題分析

<総 論>

数学ⅢC分野からの出題が中心の問題構成で、数理科学科の入試問題としては妥当な問題であった。ただし、第4問の整数（自然数）問題は難しかったので、ほとんどの受験生が正解できなかったであろう。第1問から第3問までをどれだけしっかり得点できたかがポイントになったと考える。多少複雑な式変形や計算もあるので、計算ミスでうまく得点できなかった受験生も結構いたであろう。

<設問ごとの分析>

問題番号	範囲	出題分野	コメント	難易度
1.	数学C	行列	問1は1次変換を表す行列を求める基本的な問題。問2は三角関数に関わる公式を利用して行列をきちんと変形することがポイントとなる。原点を中心とする回転移動を表す行列は基本事項。	やや易
2.	数学Ⅲ	微分法の応用 関数の極限	問1は基本的な問題で、減少関数であることを示すには導関数の値が負になることを示せばよい。問2は関数の極限を求める問題であるが、式がやや複雑になるので式変形をうまくできなかった受験生もいたのではないだろうか。数学Ⅲではしっかりとした計算力も求められる。問3は問1と問2の結果を使えば問題ないであろう。	標準
3.	数学Ⅲ	微分法の応用 積分法の応用	問1は基本的な問題。問2は接点以外に共有点を持たないことを示すためにはどのような方針で解答したらよいのか戸惑った受験生もいたと思われる。曲線と接線の式から得られる方程式が $x = \sqrt{\frac{3}{2}}$ 以外の解を持たないことを関数の増減から示すことがポイントとなる。問3は面積を求める基本的な問題。	標準
4.	数学I 数学B または 数学Ⅲ	整数 数列の和 積分法の応用	全ての自然数 n に対して成り立つという条件から $n=1,2,3$ とし、得られる式をうまく変形することがポイントとなる。また、 $\alpha=1$ 、 $\beta=3$ が十分条件であることも示す必要がある。第4問は受験生にとって難しい整数（自然数）問題で、さらに、小問での誘導もないので、多くの受験生が得点できなかったであろう。	難

問題の難易度は例年の琉球大学（後期日程）のレベルを基準に、難易度を5段階【難・やや難・標準・やや易・易】で判断してあります。

<合格への学習対策>

数学ⅢC分野を中心に学習対策に取り組む必要がある。教科書や併用問題集等にある標準的な問題をしっかり解く力を養うことが大切である。特に、数学Ⅲでは多少複雑な式変形や微分法・積分法の計算などの計算力も問われるので、多くの練習問題に取り組んで、計算力を養うことが大切である。また、複雑な式変形や解答の流れを論理的に記述する記述力も問われるので、普段の学習から意識して解答を記述することが必要であろう。

平成 21 年度 琉球大学（前期日程・数学甲）入試問題について

問題番号	範囲	出題分野	質問事項	難易度
1.	数学Ⅰ 数学Ⅱ 数学Ⅲ	図形と計量 三角関数 微分法の応用	(ア) 問 1 の問題文で「 x 軸の正の部分…と y 軸の正の部分…」とあるが、正しく読み取れていない受験生がいたのではないだろうか？ (イ) 問 2 では微分法を用いた解法と $t = \sin \theta + \cos \theta$ とおいて式変形する解法があったと思われるが、どちらの解法を用いている受験生が多かったのか？ (ウ) 問 2 では最小値をとるとき θ の値を示さなくても完全正解となるのか？ (エ) 問 2 で琉球大学が提示した解答例において、増減表を示す前に、 $\sin \theta - \cos \theta$ の合成等を示す必要があるのではないか？ (オ) 受験生はどの程度できていたのか？	標準
2.	数学Ⅲ	積分法 関数の極限	(ア) 問 3 では関数のグラフの周期性を利用した解答では完全正解となるのか？ (イ) 問 3 は解答をうまく記述する力が求められると思われるが、実際の受験生のできはどうだったか？	やや難
3.	数学Ⅲ	積分法 積分法の応用 数列の極限	(ア) グラフ等を用いて解答する必要があったと思われるが、実際の受験生の解答はどうだったか？	標準
4.	数学 A	確率	(ア) 場合分けができていて、確率の計算で間違えた場合はどの程度の部分点が与えられるのか？ (イ) 問 2 の計算はどの程度の受験生ができていたのか？	標準
意見	全体的には各問題とも小問の設定がうまく考えられていて、良い問題構成であった。第 4 問の問 2 の確率の計算は少し厳しい出題であったと考える。また、入試に臨む受験生の心的状況を考えると、解答用紙（解答欄の配分等）は改善した方が良いのではないか。			

問題の難易度は例年の琉球大学（前期日程・甲問題）のレベルを基準に、難易度を 5 段階【難・やや難・標準・やや易・易】で判断してあります。

平成 21 年度 琉球大学（前期日程・数学乙）入試問題について

問題番号	範囲	出題分野	質問事項	難易度
1.	数学Ⅱ	不等式の証明 複素数と 2 次 方程式 対数関数	(ア) 問 1 では等号成立の場合を記述しなくても完全正解となるのか？ (イ) 問 2 では $b=0$ の場合の解が答えられなかった受験生も結構いたのではないかと？	易
2.	数学Ⅱ	積分法	(ア) 問 1 は教科書レベルの問題と思われるが、どの程度の受験生ができていたのか？ (イ) 問 1 は $-\frac{1}{6}(\beta - \alpha)^3$ の形まで因数分解できなくても、部分点がもらえたのか？ (ウ) 問 2 では琉球大学が提示した解答例のように p, q 以外の文字 t を用いて解答している受験生はどの程度いたのか？	標準
意見	数学乙は教科書レベルの基本問題からの出題であったので、受験生がどの程度できていたか、高校側としても大変興味あるところである。出題に関しては、各大問の問 1 のような教科書の基本公式をその証明まで含めてきちんと理解しているかを問う出題は良い出題であったと考える。			

問題の難易度は例年の琉球大学（前期日程・乙問題）のレベルを基準に、難易度を 5 段階【難・やや難・標準・やや易・易】で判断してあります。

平成 21 年度 琉球大学（後期日程）入試問題について

問題番号	範囲	出題分野	質問事項	難易度
1.	数学C	行列	(7) 問1は問題文で「l上にない点$p(x, y)$」という条件があるが、琉球大学が提示した解答例その2ではl上の点$(1, a)$を用いて解答しているのは不適切ではないか？この点を用いて解答した場合、受験生は完全正解となるのか？ (4) 問2の琉球大学が提示した解答例では、 $\begin{pmatrix} \cos 2\theta & \sin 2\theta \\ -\sin 2\theta & \cos 2\theta \end{pmatrix}$ の形から回転移動を表す行列と しているが、教科書では回転を表す行列は $\begin{pmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \end{pmatrix}$ の形で扱うことになっています。受験生はこの形まで変形しなくても完全正解となるのか？	やや易
2.	数学Ⅲ	微分法の応用 関数の極限	(7) 問2はきちんと式変形する必要があるが、受験生のできはあまり良くないのではないか？ (4) 問3の証明問題において$\log 2 < f(2x) - f(x)$だけや$f(2x) - f(x) < 2\log 2$だけ示した受験生もいたのではないか？その場合はどの程度の減点となるのか？	標準
3.	数学Ⅲ	微分法の応用 積分法の応用	(7) 問1では問題文を読み違えて、接線の方程式ではなく、傾きの値だけを答えた受験生もいたのではないだろうか？その場合は部分点はもらえるのか？ (4) 問2では、$y = f(x)$の概形から示した解答では完全正解となるのか？ (9) 問3では、曲線と直線の上下関係までは示さなくても完全正解となるのか？	標準
4.	数学Ⅰ 数学B または 数学Ⅲ	整数 数列の和 積分法の応用	(7) この問題の出題の意図は？ (4) 琉球大学が提示した解答例の後半では帰納法を用いているが、数列の和の公式を用いてもいいのではないか？ (9) 大学入試検討委員会の提示した解答例でも完全正解となるか？補足の部分まで記述は必要か？ (5) 完全正解している受験生はいたのか？	難
意見	数学ⅢCが中心の問題構成で、数理科学科の入試問題としては妥当な問題であったと考える。ただし、第4問の整数（自然数）の問題は受験生にとって大変難しい問題であったと考えられ、どれほどの受験生が正解していたのか興味あるところである。			

問題の難易度は例年の琉球大学（後期日程）のレベルを基準に、難易度を5段階【難・やや難・標準・やや易・易】で判断してあります。

1 座標平面の x 軸の正の部分にある点 A と y 軸の正の部分にある点 B を考える。原点 O から点 A, B を通る

直線 ℓ におろした垂線と、直線 ℓ との交点を P とする。 $OP=1$ であるように点 A, B が動くとき、次の問に答えよ。(50点)

問1 $\theta = \angle AOP$ とするとき、 $OA+OB-AB$ を $\cos \theta$ と $\sin \theta$ で表せ。

問2 $OA+OB-AB$ の最小値を求めよ。

解答

問1 直線 ℓ は、円 $x^2+y^2=1$ 上の点 $P(\cos \theta, \sin \theta)$ における、

この円の接線であるから

$$\ell : x \cos \theta + y \sin \theta = 1$$

よって、座標軸と ℓ との交点の座標は

$$\left(\frac{1}{\cos \theta}, 0 \right), \left(0, \frac{1}{\sin \theta} \right)$$

である。

$0 < \theta < \frac{\pi}{2}$ より、 $\cos \theta > 0, \sin \theta > 0$ であるから

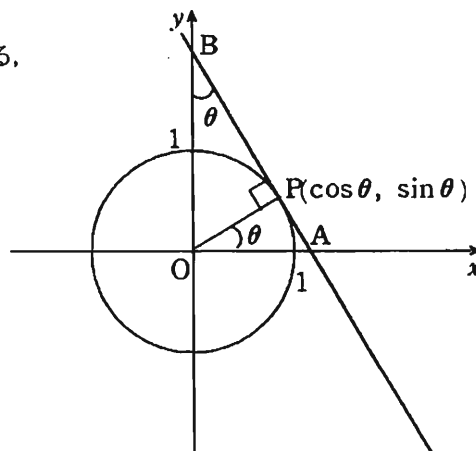
$$OA = \frac{1}{\cos \theta}, OB = \frac{1}{\sin \theta}$$

また、 $\triangle OAB \sim \triangle PAO$ より、 $AB:OB=AO:PO$ であり、 $OP=1$ より

$$AB = AO \cdot OB = \frac{1}{\cos \theta \sin \theta}$$

したがって

$$\begin{aligned} OA + OB - AB &= \frac{1}{\cos \theta} + \frac{1}{\sin \theta} - \frac{1}{\cos \theta \sin \theta} \\ &= \frac{\sin \theta + \cos \theta - 1}{\sin \theta \cos \theta} \quad \text{終} \end{aligned}$$



【解答】(前頁 1) の続き)

問2 $y = \frac{\sin \theta + \cos \theta - 1}{\sin \theta \cos \theta}$

とすると

$$y = \frac{\sin \theta + \cos \theta - 1}{\frac{1}{2}[(\sin \theta + \cos \theta)^2 - 1]} = \frac{2(\sin \theta + \cos \theta - 1)}{(\sin \theta + \cos \theta + 1)(\sin \theta + \cos \theta - 1)} = \frac{2}{\sin \theta + \cos \theta + 1}$$

と表される。

ここで、 $\sin \theta + \cos \theta = t$ とおくと

$$t = \sqrt{2} \sin\left(\theta + \frac{\pi}{4}\right) \quad \left(0 < \theta < \frac{\pi}{2}\right)$$

さらに、 $\theta + \frac{\pi}{4} = \alpha$ とおくと

$$t = \sqrt{2} \sin \alpha \quad \left(\frac{\pi}{4} < \alpha < \frac{3}{4}\pi\right)$$

であるから

$$1 < t \leq \sqrt{2}$$

よって

$$y = \frac{2}{t+1} \quad (1 < t \leq \sqrt{2})$$

であるから、 y は単調に減少して、

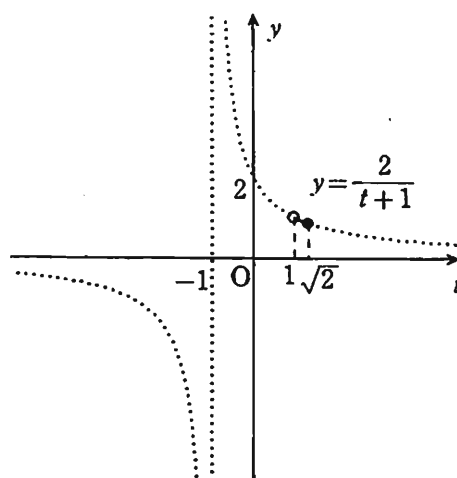
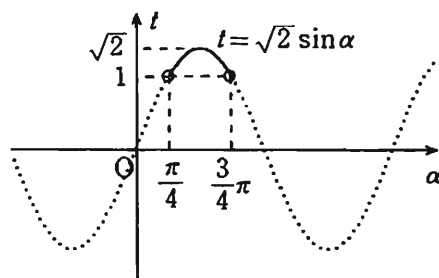
$$t = \sqrt{2} \text{ で最小値 } \frac{2}{\sqrt{2}+1} = 2(\sqrt{2}-1) \text{ をとる。}$$

このとき

$$\sin \alpha = 1 \quad \left(\frac{\pi}{4} < \alpha < \frac{3}{4}\pi\right)$$

より

$$\alpha = \frac{\pi}{2} \text{ すなわち } \theta = \frac{\pi}{4} \text{ である。} \quad \text{■}$$



3 n を2以上の自然数とする。次の問に答えよ。(50点)

問1 定積分 $\int_1^n x \log x \, dx$ を求めよ。

問2 次の不等式を証明せよ。

$$\frac{1}{2}n^2 \log n - \frac{1}{4}(n^2 - 1) < \sum_{k=1}^n k \log k < \frac{1}{2}n^2 \log n - \frac{1}{4}(n^2 - 1) + n \log n$$

問3 $\lim_{n \rightarrow \infty} \left\{ (1^1 \cdot 2^2 \cdot 3^3 \cdot \dots \cdot n^n)^{\frac{1}{n^2 \log n}} \right\}$ を求めよ。

解答

問1 $\int_1^n x \log x \, dx = \int_1^n \left(\frac{1}{2} x^2 \right)' \log x \, dx = \left[\frac{1}{2} x^2 \log x \right]_1^n - \int_1^n \frac{1}{2} x \, dx = \frac{1}{2} n^2 \log n - \frac{1}{4} (n^2 - 1)$ 終

問2 $f(x) = x \log x$ とおくと

$$f'(x) = \log x + 1$$

よって、 $x \geq 1$ のとき、 $f'(x) > 0$ であるから、 $f(x)$ は $x \geq 1$ において単調に増加する。

$k \leq x \leq k+1$ ($k = 1, 2, 3, \dots, n-1$) において

$$f(k) \leq f(x) \leq f(k+1)$$

であるから

$$\int_k^{k+1} f(k) \, dx \leq \int_k^{k+1} f(x) \, dx \leq \int_k^{k+1} f(k+1) \, dx$$

$$\therefore \sum_{k=1}^{n-1} \int_k^{k+1} f(k) \, dx \leq \sum_{k=1}^{n-1} \int_k^{k+1} f(x) \, dx \leq \sum_{k=1}^{n-1} \int_k^{k+1} f(k+1) \, dx$$

ここで

$$\sum_{k=1}^{n-1} \int_k^{k+1} f(k) \, dx = \sum_{k=1}^{n-1} f(k) = \sum_{k=1}^n f(k) - f(n)$$

$$\sum_{k=1}^{n-1} \int_k^{k+1} f(k+1) \, dx = \sum_{k=1}^{n-1} f(k+1) = \sum_{k=1}^n f(k) \quad (\because f(1) = 0)$$

また

$$\sum_{k=1}^{n-1} \int_k^{k+1} f(x) \, dx = \int_1^n f(x) \, dx$$

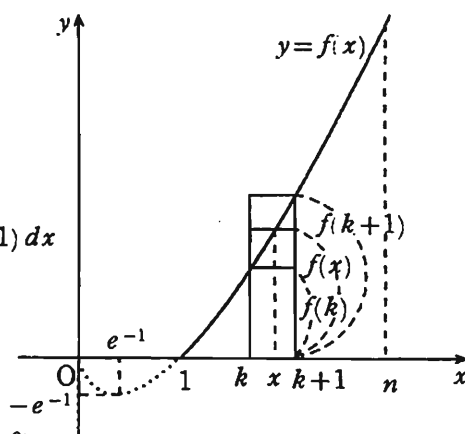
であるから

$$\sum_{k=1}^n f(k) - f(n) \leq \int_1^n f(x) \, dx \leq \sum_{k=1}^n f(k) \quad \therefore \int_1^n f(x) \, dx \leq \sum_{k=1}^n f(k) \leq \int_1^n f(x) \, dx + f(n)$$

すなわち

$$\frac{1}{2}n^2 \log n - \frac{1}{4}(n^2 - 1) \leq \sum_{k=1}^n k \log k \leq \frac{1}{2}n^2 \log n - \frac{1}{4}(n^2 - 1) + n \log n$$

が成り立つ。 終



【解答】(前頁 3) の続き)

問3 $I_n = (1^1 \cdot 2^2 \cdot 3^3 \cdot \dots \cdot n^n)^{\frac{1}{n^2 \log n}}$, $J_n = \int_1^n x \log x \, dx$ とする。

問2より

$$J_n < \sum_{k=1}^n k \log k < J_n + n \log n$$

$$\therefore \frac{J_n}{n^2 \log n} < \frac{1}{n^2 \log n} \sum_{k=1}^n k \log k < \frac{J_n}{n^2 \log n} + \frac{1}{n}$$

ここで

$$\frac{J_n}{n^2 \log n} = \frac{1}{n^2 \log n} \left\{ \frac{1}{2} n^2 \log n - \frac{1}{4} (n^2 - 1) \right\} = \frac{1}{2} - \frac{1}{4} \left(\frac{1}{\log n} - \frac{1}{n^2 \log n} \right)$$

であるから

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{J_n}{n^2 \log n} = \frac{1}{2}$$

であり

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{J_n}{n^2 \log n} + \frac{1}{n} \right) = \frac{1}{2}$$

よって

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{n^2 \log n} \sum_{k=1}^n k \log k \right) = \frac{1}{2}$$

また

$$\begin{aligned} \frac{1}{n^2 \log n} \sum_{k=1}^n k \log k &= \frac{1}{n^2 \log n} (1 \cdot \log 1 + 2 \cdot \log 2 + 3 \cdot \log 3 + \dots + n \cdot \log n) \\ &= \frac{1}{n^2 \log n} \log(1^1 \cdot 2^2 \cdot 3^3 \cdot \dots \cdot n^n) \\ &= \log(1^1 \cdot 2^2 \cdot 3^3 \cdot \dots \cdot n^n)^{\frac{1}{n^2 \log n}} \\ &= \log I_n \end{aligned}$$

と変形できるから

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \log I_n = \frac{1}{2}$$

$$\therefore \lim_{n \rightarrow \infty} I_n = e^{\frac{1}{2}} = \sqrt{e} \quad \square$$

4 1個のサイコロを投げ、座標平面内の原点 O から出発する点 P を、次の規則にしたがって動かすとする。

- ・出たサイコロの目が1ならば、 x 軸の正の向きに1動かす。
- ・出たサイコロの目が2ならば、 x 軸の負の向きに1動かす。
- ・出たサイコロの目が3ならば、 y 軸の正の向きに1動かす。
- ・出たサイコロの目が4ならば、 y 軸の負の向きに1動かす。
- ・出たサイコロの目が5か6ならば、動かさない。

このとき、次の問に答えよ。(50点)

問1 3回サイコロを投げるとき、 $OP=1$ となる確率を求めよ。

問2 7回サイコロを投げるとき、 $OP=5$ となる確率を求めよ。

解答

x 軸、 y 軸の正の向きに1動かすときをそれぞれ「→」、「↑」で表し、
 x 軸、 y 軸の負の向きに1動かすときをそれぞれ「←」、「↓」で、
 動かさないときを「×」で表すことにする。

このとき、毎回の試行における「→」、「↑」、「←」、「↓」の確率はいずれも $\frac{1}{6}$ で、

「×」の確率は $\frac{1}{3}$ である。

問1 サイコロを3回投げたときの点 P の座標を $P(x, y)$ とすると、 $OP=1$ より、 $x^2 + y^2 = 1$ を満たす整数の組 (x, y) を求めて、 $P(\pm 1, 0)$ 、 $P(0, \pm 1)$ の4通りある。

これら4点に達する確率はいずれも等しい。

そこで、 $P(1, 0)$ に達する確率を求める。

(i) 「××→」の場合、順序も考えて

$$\frac{3!}{2!} \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^2 \cdot \frac{1}{6} = \frac{1}{18} \quad (= {}_3C_2 \left(\frac{1}{3}\right)^2 \cdot \frac{1}{6})$$

(ii) 「→→←」の場合、順序も考えて

$$\frac{3!}{2!} \cdot \left(\frac{1}{6}\right)^2 \cdot \frac{1}{6} = \frac{1}{72} \quad (= {}_3C_2 \left(\frac{1}{6}\right)^2 \cdot \frac{1}{6})$$

(iii) 「↑↓→」の場合、順序も考えて

$$3! \cdot \left(\frac{1}{6}\right)^3 = \frac{1}{36}$$

よって、 $P(1, 0)$ に達する確率は $\frac{1}{18} + \frac{1}{72} + \frac{1}{36} = \frac{7}{72}$ であるから、

求める確率は $\frac{7}{72} \times 4 = \frac{7}{18}$ である。 **終**

【解答】(前頁 4) の続き

問2 問1と同様にして、 $OP=5$ より、 $x^2+y^2=25$ を満たす整数の組 (x, y) を求めて、

$P(\pm 3, \pm 4), P(\pm 4, \pm 3), P(\pm 5, 0), P(0, \pm 5)$ の12通りある。

これら12点のうち、対称性を考えて

$P(\pm 3, \pm 4), P(\pm 4, \pm 3)$ の8点に達する確率はいずれも等しく、

$P(\pm 5, 0), P(0, \pm 5)$ の4点に達する確率はいずれも等しい。

まず、 $P(3, 4)$ に達する確率を求める。

「 $\rightarrow \rightarrow \rightarrow \uparrow \uparrow \uparrow \uparrow$ 」の場合で、順序も考えて

$$\frac{7!}{3!4!} \left(\frac{1}{6}\right)^3 \left(\frac{1}{6}\right)^4 = \frac{35}{6^7} \quad (= {}_7C_3 \left(\frac{1}{6}\right)^3 \left(\frac{1}{6}\right)^4)$$

次に、 $P(5, 0)$ に達する確率を求める。

(i) 「 $\times \times \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow$ 」の場合、順序も考えて

$$\frac{7!}{2!5!} \left(\frac{1}{3}\right)^2 \left(\frac{1}{6}\right)^5 = \frac{21 \times 4}{6^7} \quad (= {}_7C_2 \left(\frac{1}{3}\right)^2 \left(\frac{1}{6}\right)^5)$$

(ii) 「 $\rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \leftarrow$ 」の場合、順序も考えて

$$\frac{7!}{6!} \cdot \frac{1}{6} \cdot \left(\frac{1}{6}\right)^6 = \frac{7}{6^7} \quad (= {}_7C_1 \cdot \frac{1}{6} \cdot \left(\frac{1}{6}\right)^6)$$

(iii) 「 $\uparrow \downarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow$ 」の場合、順序も考えて

$$\frac{7!}{5!} \cdot \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} \cdot \left(\frac{1}{6}\right)^5 = \frac{7 \times 6}{6^7} \quad (= {}_7C_5 \left(\frac{1}{6}\right)^5 \cdot {}_2C_1 \cdot \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6})$$

以上より、求める確率は

$$\frac{35}{6^7} \times 8 + \frac{21 \times 4 + 7 + 7 \times 6}{6^7} \times 4 = \frac{7 \times 4}{6^7} (5 \times 2 + 12 + 1 + 6) = \frac{7 \times 29}{9 \times 6^5} = \frac{203}{69984}$$

である。 図

1 次の問に答えよ。(50点)

問1 $a \geq 0, b \geq 0$ のとき, $\frac{a+b}{2} \geq \sqrt{ab}$ となることを証明せよ。

問2 a, b を実数とする。 x の方程式 $x^2 + ax + 4 = 0$ が $-1 + bi$ をもつとき, a, b の値を求めよ。
ただし, i は虚数単位とする。

問3 $0 < a < 1$ とする。このとき, x の不等式 $\log_a(x-1) \geq \log_a(x+11)$ を解け。

解答

問1
$$\frac{a+b}{2} - \sqrt{ab} = \frac{(\sqrt{a} - \sqrt{b})^2}{2} \geq 0 \quad (\because (\sqrt{a} - \sqrt{b})^2 \geq 0)$$

よって, $\frac{a+b}{2} \geq \sqrt{ab}$ が成り立つ。

等号が成り立つのは, $\sqrt{a} = \sqrt{b}$ すなわち $a = b$ のときのみである。 終

問2 $b = 0$ のとき, 解 $x = -1$ であるから, 与えられた方程式に代入して

$$1 - a + 4 = 0$$

$$\therefore a = 5$$

$b \neq 0$ のとき, 与えられた方程式は実数係数の方程式であるから, $x = -1 - bi$ も解である。

よって

$$\begin{cases} (-1 + bi) + (-1 - bi) = -a \\ (-1 + bi)(-1 - bi) = 4 \end{cases}$$

が成り立つから (解と係数の関係)

$$a = 2, b = \pm\sqrt{3}$$

以上より

$$(a, b) = (5, 0), (2, \pm\sqrt{3}) \quad \text{終}$$

解答 (前頁 1 の続き)

問3 $\log_a(x-1) \geq \log_{a^2}(x+11) \dots \textcircled{1}$

真数について

$$x-1 > 0 \text{ かつ } x+11 > 0$$

$$\therefore x > 1 \dots \textcircled{2}$$

①は

$$\log_a(x-1) \geq \frac{\log_a(x+11)}{\log_a a^2} = \frac{\log_a(x+11)}{2}$$

$$2\log_a(x-1) \geq \log_a(x+11)$$

$$\log_a(x-1)^2 \geq \log_a(x+11)$$

と変形できて、 $0 < a < 1$ であるから

$$(x-1)^2 \leq x+11$$

これを解いて

$$x^2 - 3x - 10 \leq 0$$

$$(x+2)(x-5) \leq 0$$

$$\therefore -2 \leq x \leq 5$$

②より、求める解は

$$1 < x \leq 5 \quad \text{答}$$

参考 対数関数 $y = \log_a x$ ($a > 0, a \neq 1$) において

$a > 1$ のとき、 y は単調に増加するから

$$\log_a x_1 < \log_a x_2 \Leftrightarrow x_1 < x_2$$

$0 < a < 1$ のとき、 y は単調に減少するから

$$\log_a x_1 < \log_a x_2 \Leftrightarrow x_1 > x_2$$

2 次の問に答えよ。(50点)

問1 次の等式が成り立つことを示せ。

$$\int_{\alpha}^{\beta} (x - \alpha)(x - \beta) dx = -\frac{1}{6}(\beta - \alpha)^3$$

問2 放物線 $y = x^2 + px + q$ を C_1 とし、放物線 $y = -x^2$ を C_2 とする。 C_1 は直線 $y = 2x$ 上に頂点をもち、 C_2 と相異なる2点で交わるとする。 C_1 と C_2 で囲まれる部分の面積が最大となる実数 p, q の値と、そのときの面積を求めよ。

解答

$$\begin{aligned} \text{問1} \quad \int_{\alpha}^{\beta} (x - \alpha)(x - \beta) dx &= \int_{\alpha}^{\beta} \{x^2 - (\alpha + \beta)x + \alpha\beta\} dx \\ &= \left[\frac{1}{3}x^3 - \frac{1}{2}(\alpha + \beta)x^2 + \alpha\beta x \right]_{\alpha}^{\beta} \\ &= \frac{1}{3}(\beta^3 - \alpha^3) - \frac{1}{2}(\alpha + \beta)(\beta^2 - \alpha^2) + \alpha\beta(\beta - \alpha) \\ &= \frac{1}{6}(\beta - \alpha)\{2(\beta^2 + \beta\alpha + \alpha^2) - 3(\alpha + \beta)^2 + 6\alpha\beta\} \\ &= \frac{1}{6}(\beta - \alpha)(-\alpha^2 + 2\alpha\beta - \beta^2) \\ &= -\frac{1}{6}(\beta - \alpha)^3 \quad \text{終} \end{aligned}$$

別解 $\int (x - a)^n dx = \frac{1}{n+1}(x - a)^{n+1} + C$ (C は積分定数) を用いて以下のようにも証明できる。

$$\begin{aligned} \int_{\alpha}^{\beta} (x - \alpha)(x - \beta) dx &= \int_{\alpha}^{\beta} (x - \alpha)\{(x - \alpha) + (\alpha - \beta)\} dx \\ &= \int_{\alpha}^{\beta} \{(x - \alpha)^2 - (\beta - \alpha)(x - \alpha)\} dx \\ &= \left[\frac{1}{3}(x - \alpha)^3 - \frac{1}{2}(\beta - \alpha)(x - \alpha)^2 \right]_{\alpha}^{\beta} \\ &= \frac{1}{3}(\beta - \alpha)^3 - \frac{1}{2}(\beta - \alpha)^3 \\ &= -\frac{1}{6}(\beta - \alpha)^3 \end{aligned}$$

【解答】(前頁 2) の続き)

問2 $C_1: y = x^2 + px + q = \left(x + \frac{p}{2}\right)^2 - \frac{p^2}{4} + q$

の頂点 $\left(-\frac{p}{2}, -\frac{p^2}{4} + q\right)$ が直線 $y = 2x$ 上にあるから

$$-\frac{p^2}{4} + q = -p \quad \therefore q = \frac{p^2}{4} - p \quad \dots \textcircled{1}$$

C_1 と C_2 の共有点の x 座標は

$$x^2 + px + q = -x^2$$

より

$$2x^2 + px + q = 0 \quad \dots \textcircled{2}$$

の実数解である。②が実数解をもつことから

$$p^2 - 8q > 0$$

①より

$$p^2 - 8\left(\frac{p^2}{4} - p\right) > 0$$

$$p(p-8) < 0 \quad \therefore 0 < p < 8$$

また、②の実数解を α, β ($\alpha < \beta$) とすると

$$\alpha = \frac{-p - \sqrt{p^2 - 8q}}{4}, \quad \beta = \frac{-p + \sqrt{p^2 - 8q}}{4}$$

より

$$\beta - \alpha = \frac{\sqrt{p^2 - 8q}}{2} \quad \dots \textcircled{3}$$

よって、 C_1 と C_2 で囲まれる部分の面積を S とすると

$$\begin{aligned} S &= \int_{\alpha}^{\beta} \{-x^2 - (x^2 + px + q)\} dx = -\int_{\alpha}^{\beta} (2x^2 + px + q) dx = -2 \int_{\alpha}^{\beta} (x - \alpha)(x - \beta) dx \\ &= -2 \cdot \left\{ -\frac{1}{6}(\beta - \alpha)^3 \right\} = \frac{1}{3}(\beta - \alpha)^3 \end{aligned}$$

であり、③より

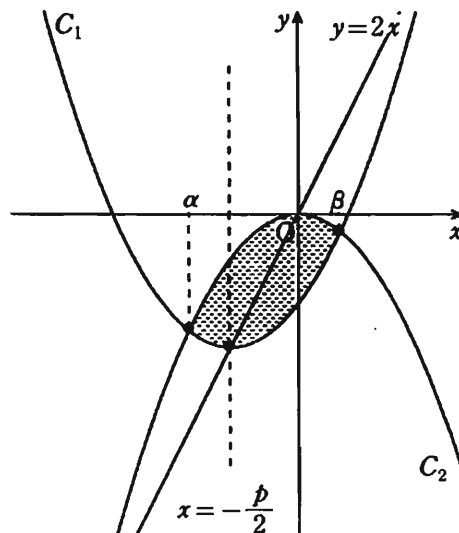
$$S = \frac{1}{3} \left(\frac{\sqrt{p^2 - 8q}}{2} \right)^3 = \frac{1}{24} (\sqrt{-p^2 + 8p})^3 = \frac{1}{24} (\sqrt{-(p-4)^2 + 16})^3$$

ここで、 $0 < p < 8$ より、 $-(p-4)^2 + 16$ は $p=4$ で最大値 16 をとるから

$$S \text{ は } p=4 \text{ で最大値 } \frac{1}{24} \cdot 4^3 = \frac{8}{3} \text{ をとる。}$$

以上より、

$p=4, q=0$ のとき面積は最大となり、そのときの面積は $\frac{8}{3}$ である。 図



1 座標平面内の原点を通る直線 $y=ax$ を ℓ で表す。 ℓ 上にない点 $P(x, y)$ から ℓ におろした垂線と

ℓ との交点を $Q(x', y')$ とする。次の問に答えよ。(50点)

問1 行列 A を用いて、 $\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = A \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ を書いたとき、 A を求めよ。

問2 $a = \tan \theta$, $-\frac{\pi}{2} < \theta < \frac{\pi}{2}$ とする。 n を自然数、 $J = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$ とし、 E を単位行列とすると、
行列 $\{J(2A - E)\}^n$ を θ を用いて表せ。

解答

問1 点 $Q(x', y')$ は直線 $\ell : ax - y = 0$ 上にあるから

$$ax' - y' = 0 \quad \dots \textcircled{1}$$

$PQ \perp \ell$ より

$$1 \cdot (x - x') + a(y - y') = 0$$

$$\therefore x' + ay' = x + ay \quad \dots \textcircled{2}$$

①, ②より

$$\begin{pmatrix} a & -1 \\ 1 & a \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & a \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \quad \dots \textcircled{3}$$

と表される。

$a^2 - (-1) \cdot 1 = a^2 + 1 \neq 0$ であるから

$$\begin{pmatrix} a & -1 \\ 1 & a \end{pmatrix}^{-1} = \frac{1}{a^2 + 1} \begin{pmatrix} a & 1 \\ -1 & a \end{pmatrix}$$

よって、③の両辺に左から $\begin{pmatrix} a & 1 \\ -1 & a \end{pmatrix}^{-1}$ を掛けて

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \frac{1}{a^2 + 1} \begin{pmatrix} a & 1 \\ -1 & a \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & a \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \frac{1}{a^2 + 1} \begin{pmatrix} 1 & a \\ a & a^2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$

$$\therefore A = \frac{1}{a^2 + 1} \begin{pmatrix} 1 & a \\ a & a^2 \end{pmatrix} \quad \text{終}$$

【解答】(前頁 1) の続き)

$$\begin{aligned}
 \text{問2} \quad J(2A-E) &= \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \left\{ \frac{1}{a^2+1} \begin{pmatrix} 2 & 2a \\ 2a & 2a^2 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\} \\
 &= \frac{1}{a^2+1} \begin{pmatrix} 2 & 2a \\ -2a & -2a^2 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \\
 &= \frac{1}{a^2+1} \begin{pmatrix} 2-(a^2+1) & 2a \\ -2a & -2a^2+a^2+1 \end{pmatrix} \\
 &= \frac{1}{a^2+1} \begin{pmatrix} 1-a^2 & 2a \\ -2a & 1-a^2 \end{pmatrix}
 \end{aligned}$$

$a = \tan \theta$ のとき

$$\begin{aligned}
 J(2A-E) &= \frac{1}{\tan^2 \theta + 1} \begin{pmatrix} 1 - \tan^2 \theta & 2 \tan \theta \\ -2 \tan \theta & 1 - \tan^2 \theta \end{pmatrix} \\
 &= \cos^2 \theta \begin{pmatrix} 1 - \tan^2 \theta & 2 \tan \theta \\ -2 \tan \theta & 1 - \tan^2 \theta \end{pmatrix} \\
 &= \begin{pmatrix} \cos^2 \theta - \sin^2 \theta & 2 \sin \theta \cos \theta \\ -2 \sin \theta \cos \theta & \cos^2 \theta - \sin^2 \theta \end{pmatrix} \\
 &= \begin{pmatrix} \cos 2\theta & \sin 2\theta \\ -\sin 2\theta & \cos 2\theta \end{pmatrix} \\
 &= \begin{pmatrix} \cos(-2\theta) & -\sin(-2\theta) \\ \sin(-2\theta) & \cos(-2\theta) \end{pmatrix}
 \end{aligned}$$

これは、原点 O の周りに角 -2θ だけ回転する 1 次変換を表す行列であるから

$$\begin{aligned}
 \{J(2A-E)\}^n &= \begin{pmatrix} \cos(-2n\theta) & -\sin(-2n\theta) \\ \sin(-2n\theta) & \cos(-2n\theta) \end{pmatrix} \\
 &= \begin{pmatrix} \cos 2n\theta & \sin 2n\theta \\ -\sin 2n\theta & \cos 2n\theta \end{pmatrix} \quad \square
 \end{aligned}$$

2 $x > 1$ において、関数 $f(x) = x \log x - (x-1) \log(x-1)$ を考える。次の問に答えよ。(50点)

問1 $x > 1$ のとき、 $f(2x) - f(x)$ は減少関数であることを示せ。

問2 $\lim_{x \rightarrow \infty} \{f(2x) - f(x)\}$ を求めよ。

問3 次の不等式が成り立つことを示せ。ただし、 $\lim_{x \rightarrow +0} x \log x = 0$ であることは用いてよい。

$$\log 2 < f(2x) - f(x) < 2 \log 2$$

解答

問1 $f(x) = x \log x - (x-1) \log(x-1)$ より

$$f'(x) = \log x + 1 - \log(x-1) - 1 = \log \frac{x}{x-1}$$

よって、 $g(x) = f(2x) - f(x)$ ($x > 1$) とおくと

$$\begin{aligned} g'(x) &= 2f'(2x) - f'(x) = 2 \log \frac{2x}{2x-1} - \log \frac{x}{x-1} = \log \left\{ \left(\frac{2x}{2x-1} \right)^2 \cdot \frac{x-1}{x} \right\} \\ &= \log \frac{4x(x-1)}{(2x-1)^2} = \log \frac{(2x-1)^2 - 1}{(2x-1)^2} = \log \left\{ 1 - \frac{1}{(2x-1)^2} \right\} < \log 1 \end{aligned}$$

$$\therefore g'(x) < 0$$

よって、 $x > 1$ のとき $g(x)$ すなわち $f(2x) - f(x)$ は減少関数である。 ㊟

問2 $g(x) = f(2x) - f(x) = \{2x \log 2x - (2x-1) \log(2x-1)\} - \{x \log x - (x-1) \log(x-1)\}$

$$\begin{aligned} &= \log \frac{2x^{2x}}{(2x-1)^{2x-1}} - \log \frac{x^x}{(x-1)^{x-1}} = \log \left\{ 2x \cdot \left(\frac{2x}{2x-1} \right)^{2x-1} \right\} - \log \left\{ x \cdot \left(\frac{x}{x-1} \right)^{x-1} \right\} \\ &= \log 2x + \log \left(1 + \frac{1}{2x-1} \right)^{2x-1} - \log x - \log \left(1 + \frac{1}{x-1} \right)^{x-1} \\ &= \log 2 + \log \left(1 + \frac{1}{2x-1} \right)^{2x-1} - \log \left(1 + \frac{1}{x-1} \right)^{x-1} \end{aligned}$$

$$\therefore \lim_{x \rightarrow \infty} g(x) = \log 2 + \log e - \log e = \log 2 \quad \text{㊟}$$

参考 $\lim_{h \rightarrow 0} (1+h)^{\frac{1}{h}} = \lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{x} \right)^x = e$

問3 $\lim_{x \rightarrow 1+0} g(x) = \lim_{x \rightarrow 1+0} \{f(2x) - f(x)\} = \lim_{x \rightarrow 1+0} f(2x) - \lim_{x \rightarrow 1+0} f(x) = f(2) = 2 \log 2$

であり、問1、問2より、

$$g(x) \text{ は } x > 1 \text{ で減少関数、} \lim_{x \rightarrow \infty} g(x) = \log 2$$

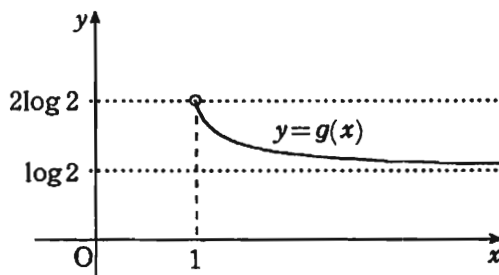
であるから

$$\log 2 < g(x) < 2 \log 2$$

すなわち

$$\log 2 < f(2x) - f(x) < 2 \log 2$$

が成り立つ。 ㊟



3 $x \geq 0$ において、関数 $f(x) = -xe^{-x^2}$ を考える。次の問に答えよ。(50点)

- 問1 $y = f(x)$ の接線で、傾きが最大であるものを求めよ。
 問2 問1 で求めた接線と曲線 $y = f(x)$ は接点以外に共有点を持たないことを示せ。
 問3 問1 で求めた接線と、曲線 $y = f(x)$ および y 軸で囲まれた部分の面積を求めよ。

解答

問1 $f(x) = -xe^{-x^2}$ より

$$f'(x) = -\{e^{-x^2} + xe^{-x^2} \cdot (-2x)\} = (2x^2 - 1)e^{-x^2}$$

$$f''(x) = 4xe^{-x^2} + (2x^2 - 1)e^{-x^2} \cdot (-2x) = (-4x^3 + 6x)e^{-x^2} = -4x\left(x + \frac{\sqrt{6}}{2}\right)\left(x - \frac{\sqrt{6}}{2}\right)e^{-x^2}$$

x	0	...	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	...	$\frac{\sqrt{6}}{2}$	...
$f'(x)$		-	0	+	最大	+
$f''(x)$	0	+		+	0	-
$f(x)$		↘		↗		↗

増減表より

$$f'(x) \text{ は } x = \frac{\sqrt{6}}{2} \text{ で最大値 } f'\left(\frac{\sqrt{6}}{2}\right) = 2e^{-\frac{3}{2}} \text{ をとる。}$$

よって、求める接線の方程式は

$$y - f\left(\frac{\sqrt{6}}{2}\right) = f'\left(\frac{\sqrt{6}}{2}\right)\left(x - \frac{\sqrt{6}}{2}\right)$$

であるから

$$y = 2e^{-\frac{3}{2}}\left(x - \frac{\sqrt{6}}{2}\right) - \frac{\sqrt{6}}{2}e^{-\frac{3}{2}}$$

$$\therefore y = 2e^{-\frac{3}{2}}x - \frac{3\sqrt{6}}{2}e^{-\frac{3}{2}} \quad \text{答}$$

【解答】(前頁 3) の続き)

問2 $g(x)=2e^{-\frac{3}{2}}x-\frac{3\sqrt{6}}{2}e^{-\frac{3}{2}}$ とすると、題意より、方程式 $f(x)=g(x)$ が、 $x \geq 0$ においてただ1つの実数解をもつことを示せばよい。

$h(x)=f(x)-g(x)$ ($x \geq 0$) とおくと

$$h'(x)=f'(x)-g'(x)=(2x^2-1)e^{-x^2}-2e^{-\frac{3}{2}} \leq 0 \quad (\because f'(x) \leq 2e^{-\frac{3}{2}})$$

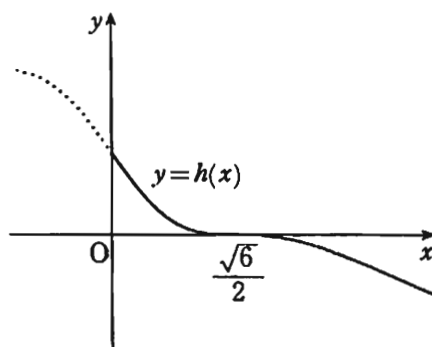
であるから、 $h(x)$ は $x \geq 0$ で単調に減少する。

かつ、 $h\left(\frac{\sqrt{6}}{2}\right)=f\left(\frac{\sqrt{6}}{2}\right)-g\left(\frac{\sqrt{6}}{2}\right)=0$ であるから、

方程式 $h(x)=0$ は、 $x \geq 0$ において

ただ1つの実数解 $x=\frac{\sqrt{6}}{2}$ をもつ。

以上より、題意は示された。 ㊟



問3 $0 \leq x \leq \frac{\sqrt{6}}{2}$ において、 $f(x) \geq g(x)$ であるから、

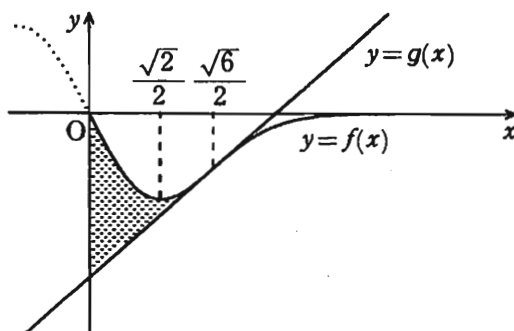
求める面積は

$$\int_0^{\frac{\sqrt{6}}{2}} \left\{ -xe^{-x^2} - \left(2e^{-\frac{3}{2}}x - \frac{3\sqrt{6}}{2}e^{-\frac{3}{2}} \right) \right\} dx$$

$$= \left[\frac{1}{2}e^{-x^2} - e^{-\frac{3}{2}}x^2 + \frac{3\sqrt{6}}{2}e^{-\frac{3}{2}}x \right]_0^{\frac{\sqrt{6}}{2}}$$

$$= \frac{1}{2}(e^{-\frac{3}{2}} - 1) - \frac{3}{2}e^{-\frac{3}{2}} + \frac{9}{2}e^{-\frac{3}{2}}$$

$$= \frac{1}{2}(7e^{-\frac{3}{2}} - 1) \quad \text{㊟}$$



4 α, β を正の定数とする。すべての自然数 n に対して

$$(1^\alpha + 2^\alpha + \cdots + n^\alpha)^2 = 1^\beta + 2^\beta + \cdots + n^\beta$$

が成立するとき、 α, β を求めよ。(50点)

解答

$$(1^\alpha + 2^\alpha + \cdots + n^\alpha)^2 = 1^\beta + 2^\beta + \cdots + n^\beta \quad \dots (*)$$

において、(すべての自然数 n について成立するから)

$n=2$ のとき

$$(1+2^\alpha)^2 = 1+2^\beta \quad \text{より} \quad 2 \cdot 2^\alpha + 2^{2\alpha} = 2^\beta$$

$$\therefore 2+2^\alpha = 2^{\beta-\alpha} \quad (\because 2^\alpha \neq 0) \quad \dots \textcircled{1}$$

$n=4$ のとき

$$\{(1+2^\alpha+3^\alpha)+4^\alpha\}^2 = 1+2^\beta+3^\beta+4^\beta \quad \text{より} \quad (1+2^\alpha+3^\alpha)^2 + 2 \cdot 4^\alpha(1+2^\alpha+3^\alpha) + 4^{2\alpha} = 1+2^\beta+3^\beta+4^\beta$$

ここで、 $n=3$ のとき、 $(1+2^\alpha+3^\alpha)^2 = 1+2^\beta+3^\beta$ が成立するから

$$2 \cdot 4^\alpha(1+2^\alpha+3^\alpha) + 4^{2\alpha} = 4^\beta \quad \text{よって} \quad 2(1+2^\alpha+3^\alpha) + 4^\alpha = 4^{\beta-\alpha} \quad (\because 4^\alpha \neq 0)$$

$$\therefore 2(1+2^\alpha+3^\alpha) + 2^{2\alpha} = (2^{\beta-\alpha})^2 \quad \dots \textcircled{2}$$

①, ②より

$$2(1+2^\alpha+3^\alpha) + 2^{2\alpha} = (2+2^\alpha)^2$$

$$\therefore 3^\alpha = 2^\alpha + 1$$

これを満たす自然数 α は $\alpha=1$ のみであり、このとき、 $\beta=3$ である。

逆に、 $\alpha=1, \beta=3$ のとき、

(*) の左辺は

$$(1+2+\cdots+n)^2 = \left\{ \frac{1}{2}n(n+1) \right\}^2$$

(*) の右辺は

$$1^3+2^3+\cdots+n^3 = \left\{ \frac{1}{2}n(n+1) \right\}^2$$

であるから、(*) はすべての自然数 n に対して成立する。

以上より、 $\alpha=1, \beta=3$ である。 $\square$

[補足] $f(\alpha) = 3^\alpha - 2^\alpha - 1$ ($\alpha > 0$) とおくと、

$$f'(\alpha) = 3^\alpha \log 3 - 2^\alpha \log 2$$

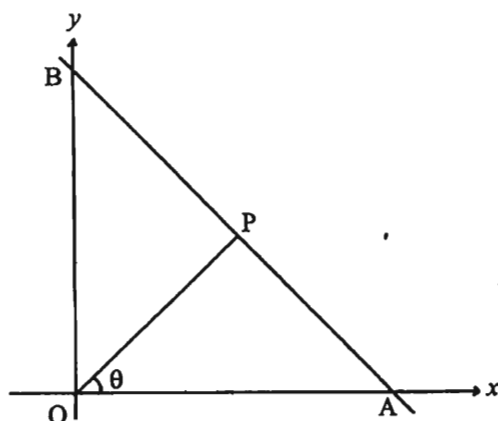
$$= 3^\alpha \log 3 \left\{ 1 - \left(\frac{2}{3} \right)^\alpha \frac{\log 2}{\log 3} \right\} > 0 \quad (\because \alpha > 0)$$

より、 $f(\alpha)$ は単調に増加して、かつ、 $f(1)=0$ であるから

$f(\alpha)=0$ は $\alpha > 0$ においてただ1つの実数解 $\alpha=1$ をもつ。

1 [これと解法が違っていても同じ結論が正しい論理により導かれていれば正解です。]

問 1



図で $OP = 1$, $OP \perp AB$ より, $OA = \frac{1}{\cos \theta}$, $OB = \frac{1}{\cos(\frac{\pi}{2} - \theta)} = \frac{1}{\sin \theta}$ となる。

$OP = 1$, $OP \perp AB$ より, $\triangle OAB$ の面積 $= \frac{1}{2}AB = \frac{1}{2}OA \cdot OB$ となり, $AB = \frac{1}{\cos \theta \sin \theta}$ となるので,

$$OA + OB - AB = \frac{1}{\cos \theta} + \frac{1}{\sin \theta} - \frac{1}{\cos \theta \sin \theta}$$

問 2 $f(\theta) = \frac{1}{\cos \theta} + \frac{1}{\sin \theta} - \frac{1}{\cos \theta \sin \theta}$ とおく。 θ が動く範囲は, $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$ である。

$$\begin{aligned} f'(\theta) &= \frac{\sin \theta}{\cos^2 \theta} - \frac{\cos \theta}{\sin^2 \theta} - \frac{\sin^2 \theta - \cos^2 \theta}{\cos^2 \theta \sin^2 \theta} \\ &= \frac{\sin^3 \theta - \cos^3 \theta - \sin^2 \theta + \cos^2 \theta}{\cos^2 \theta \sin^2 \theta} \\ &= \frac{(\sin \theta - \cos \theta)(\cos^2 \theta + \cos \theta \sin \theta + \sin^2 \theta - \cos \theta - \sin \theta)}{\cos^2 \theta \sin^2 \theta} \\ &= \frac{(\sin \theta - \cos \theta)(1 - \cos \theta)(1 - \sin \theta)}{\cos^2 \theta \sin^2 \theta} \end{aligned}$$

θ	0		$\frac{\pi}{4}$		$\frac{\pi}{2}$
$f'(\theta)$	/	-	0	+	/
$f(\theta)$	/	\	最小	/	/

従って増減表は, 上のようになり, 求める最小値は, $f\left(\frac{\pi}{4}\right) = 2\sqrt{2} - 2$

2 [これと解法が違っていても同じ結論が正しい論理により導かれていれば正解です。]

問 1 $0 < a < 1$ のとき $0 \leq x \leq \frac{\pi}{2}$ の範囲で $\cos ax > 0$ だから,

$$f(a) = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos ax \, dx = \left[\frac{\sin ax}{a} \right]_0^{\frac{\pi}{2}} = \frac{\sin \frac{\pi}{2} a}{a}$$

問 2

$$\lim_{a \rightarrow +0} \frac{\sin \frac{\pi}{2} a}{a} = \lim_{a \rightarrow +0} \frac{\pi \sin \frac{\pi}{2} a}{2 \cdot \frac{\pi}{2} a} = \frac{\pi}{2}$$

問 3 $\int_0^{\frac{\pi}{2}} |\cos nx| \, dx$ において, $t = nx$ とおくと, $dt = n dx$ より,

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} |\cos nx| \, dx = \frac{1}{n} \int_0^{\frac{n\pi}{2}} |\cos t| \, dt = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n \int_{\frac{(k-1)\pi}{2}}^{\frac{k\pi}{2}} |\cos t| \, dt$$

ここで, $u = t - \frac{(k-1)\pi}{2}$ とおくと, $dt = du$ で

$$\begin{aligned} \int_{\frac{(k-1)\pi}{2}}^{\frac{k\pi}{2}} |\cos t| \, dt &= \int_0^{\frac{\pi}{2}} \left| \cos \left(u + \frac{(k-1)\pi}{2} \right) \right| \, du \\ &= \int_0^{\frac{\pi}{2}} \left| \cos u \cos \frac{(k-1)\pi}{2} - \sin u \sin \frac{(k-1)\pi}{2} \right| \, du \end{aligned}$$

従って,

$$\int_{\frac{(k-1)\pi}{2}}^{\frac{k\pi}{2}} |\cos t| \, dt = \begin{cases} \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos u \, du = \left[\sin u \right]_0^{\frac{\pi}{2}} = 1 & k \text{ が奇数} \\ \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin u \, du = \left[-\cos u \right]_0^{\frac{\pi}{2}} = 1 & k \text{ が偶数} \end{cases}$$

$$\text{となり, } f(n) = \int_0^{\frac{\pi}{2}} |\cos nx| \, dx = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n 1 = 1$$

3 [これと解法が違っていても同じ結論が正しい論理により導かれていれば正解です。]

問 1

$$\int_1^n x \log x \, dx = \left[\frac{1}{2} x^2 \log x \right]_1^n - \frac{1}{2} \int_1^n x \, dx = \frac{1}{2} n^2 \log n - \frac{1}{4} [x^2]_1^n = \frac{n^2}{2} \log n - \frac{1}{4} (n^2 - 1)$$

問 2

$(x \log x)' = \log x + 1$ より, $x \geq 1$ で $(x \log x)' > 0$ となり, この範囲で $x \log x$ は増加する.

$y = x \log x$ のグラフの概形は, $x \geq 1$ で下図の曲線になる.

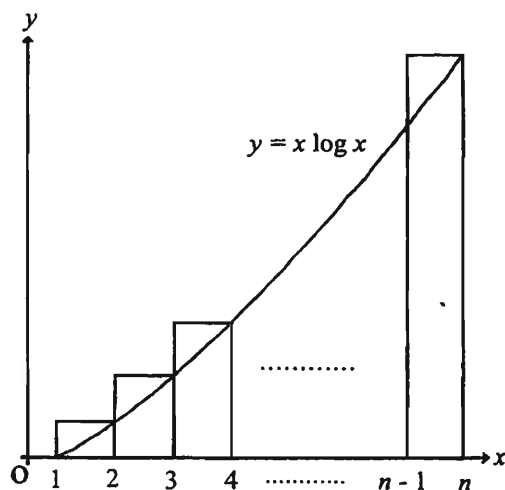


図 1

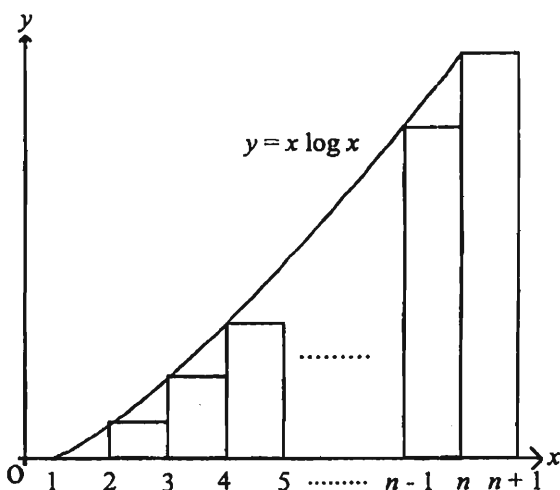


図 2

$\sum_{k=1}^n k \log k = \sum_{k=2}^n k \log k$ は図 1 の長方形部分の面積の総和であることを用いると,

$$\sum_{k=1}^n k \log k > \int_1^n x \log x \, dx = \frac{1}{2} n^2 \log n - \frac{1}{4} (n^2 - 1)$$

また $\sum_{k=1}^n k \log k = \sum_{k=2}^{n-1} k \log k + n \log n$ は図 2 の長方形部分の面積の総和であることを用いると,

$$\sum_{k=1}^n k \log k < \int_1^n x \log x \, dx + n \log n = \frac{1}{2} n^2 \log n - \frac{1}{4} (n^2 - 1) + n \log n$$

問 3 $a_n = (1^1 \cdot 2^2 \cdot 3^3 \cdot \dots \cdot n^n)^{\frac{1}{n^2 \log n}}$ とおくと,

$$\log a_n = \frac{1}{n^2 \log n} \log (1^1 \cdot 2^2 \cdot 3^3 \cdot \dots \cdot n^n) = \frac{1}{n^2 \log n} \sum_{k=1}^n k \log k$$

問 1, 問 2 の結果より,

$$\frac{1}{2} - \frac{\frac{n^2-1}{4}}{n^2 \log n} < \log a_n < \frac{1}{2} - \frac{\frac{n^2-1}{4}}{n^2 \log n} + \frac{n \log n}{n^2 \log n}$$

従って,

$$\frac{1}{2} - \frac{1 - \frac{1}{n^2}}{4 \log n} < \log a_n < \frac{1}{2} - \frac{1 - \frac{1}{n^2}}{4 \log n} + \frac{1}{n}$$

よって, $\lim_{n \rightarrow \infty} \log a_n = \frac{1}{2}$ となり, $\lim_{n \rightarrow \infty} (1^1 \cdot 2^2 \cdot 3^3 \cdot \dots \cdot n^n)^{\frac{1}{n^2 \log n}} = \sqrt{e}$

4 [これと解法が違っていても同じ結論が正しい論理により導かれていれば正解です。]

問 1 $OP = 1$ となるのは, P が $(\pm 1, 0), (0, \pm 1)$ に動くときである。規則の対称性から, これらが起こる確率は, すべて等しい。 P が $(1, 0)$ にあるためには 1 が少なくとも 1 回出なければならない。従って P が $(1, 0)$ に動くためには,

- 1 が 1 回出て, 残りは 3, 4 が 1 回ずつ出る。
- 1 が 1 回出て, 残り 2 回は 5 か 6 が出る。
- 1 が 2 回でて, 2 が 1 回出る。

のいずれかである。それぞれの確率は, ${}_3P_3 \left(\frac{1}{6}\right)^3$, ${}_3C_1 \left(\frac{1}{6}\right) \left(\frac{1}{3}\right)^2$, ${}_3C_1 \left(\frac{1}{6}\right)^3$ だから,

P が $(0, 1)$ に動く確率は, $\frac{1}{36} + \frac{1}{18} + \frac{1}{72} = \frac{7}{72}$ である。よって求める確率は,

$$4 \cdot \frac{7}{72} = \frac{7}{18}$$

問 2 7 回サイコロを投げたときの P の座標を (x, y) とすると, $|x| + |y| \leq 7$ が成立する。 $OP = 5$ のときは, $x^2 + y^2 = 25$ が成立する。 x, y は整数値なので, これを満たす x, y の組は,

$$(\pm 5, 0), (0, \pm 5), (\pm 3, \pm 4), (\pm 4, \pm 3)$$

である。

7 回サイコロを投げたとき, 点 P が $(5, 0)$ に動くには, 次のような目の出方となる。

- 1 が 5 回出て, 残りを 3, 4 が 1 回ずつ出る。
- 1 が 5 回出て, 残り 2 回は 5 か 6 が出る。
- 1 が 6 回出て, 2 が 1 回出る。

それぞれの確率は, ${}_7C_5 \cdot 2 \cdot \left(\frac{1}{6}\right)^7$, ${}_7C_5 \left(\frac{1}{6}\right)^5 \left(\frac{1}{3}\right)^2$, ${}_7C_1 \left(\frac{1}{6}\right)^7$ となる。

P が $(-5, 0), (0, \pm 5)$ に動く確率も同じ値である。

点 P が $(3, 4)$ に動く確率は, 1 が 3 回, 3 が 4 回出る確率なので, ${}_7C_3 \left(\frac{1}{6}\right)^7$ である。

P が $(3, -4), (-3, 4), (-3, -4), (\pm 4, \pm 3)$ に動く確率も同じ値になる。

従って求める確率は,

$$4 \left\{ {}_7C_5 \cdot 2 \cdot \left(\frac{1}{6}\right)^7 + {}_7C_5 \left(\frac{1}{6}\right)^5 \left(\frac{1}{3}\right)^2 + 7 \cdot \left(\frac{1}{6}\right)^7 \right\} + 8 {}_7C_3 \left(\frac{1}{6}\right)^7 = \frac{4 \cdot 7 \cdot 29}{6^7} = \frac{203}{69984}$$

乙 解答例

1 [これと解法が違っていても同じ結論が正しい論理により導かれていれば正解です。]

問 1 $a+b-2\sqrt{ab}=(\sqrt{a}-\sqrt{b})^2 \geq 0$ より、 $a+b \geq 2\sqrt{ab}$ となる。よって、

$$\frac{a+b}{2} \geq \sqrt{ab}$$

問 2 $x = -1+bi$ を代入して

$$(-1+bi)^2 + a(-1+bi) + 4 = -(a+b^2-5) - i(2b-ab) = 0$$

よって、

$$\begin{cases} a+b^2-5=0 \\ b(2-a)=0 \end{cases}$$

これを解いて

$$(a, b) = (5, 0), (2, \sqrt{3}), (2, -\sqrt{3})$$

問 3 真数は正であるから、 $x-1 > 0$ かつ $x+11 > 0$ より、 $x > 1$ である。

$$\log_{a^2}(x+11) = \frac{\log_a(x+11)}{\log_a a^2} = \frac{\log_a(x+11)}{2}$$

よって、 $\log_a(x-1) \geq \log_{a^2}(x+11)$ は

$$\log_a(x-1)^2 \geq \log_a(x+11)$$

となる。 $0 < a < 1$ だから

$$(x-1)^2 \leq x+11$$

これを解くと、

$$-2 \leq x \leq 5$$

$x > 1$ とあわせて

$$1 < x \leq 5$$

2 [これと解法が違っていても同じ結論が正しい論理により導かれていれば正解です。]

問 1

$$\begin{aligned}\int_{\alpha}^{\beta} (x-\alpha)(x-\beta)dx &= \int_{\alpha}^{\beta} (x^2 - (\alpha+\beta)x + \alpha\beta) dx = \left[\frac{1}{3}x^3 - \frac{1}{2}(\alpha+\beta)x^2 + \alpha\beta x \right]_{\alpha}^{\beta} \\ &= \frac{1}{3}(\beta^3 - \alpha^3) - \frac{1}{2}(\alpha+\beta)(\beta^2 - \alpha^2) + \alpha\beta(\beta - \alpha) \\ &= -\frac{1}{6}(\beta - \alpha)(\alpha^2 - 2\alpha\beta + \beta^2) = -\frac{1}{6}(\beta - \alpha)^3\end{aligned}$$

問 2 C_1 の頂点を $(t, 2t)$ とおくと, C_1 の式は

$$y = (x-t)^2 + 2t = x^2 - 2tx + t^2 + 2t$$

となる。よって, C_1 と C_2 の交点の x 座標は

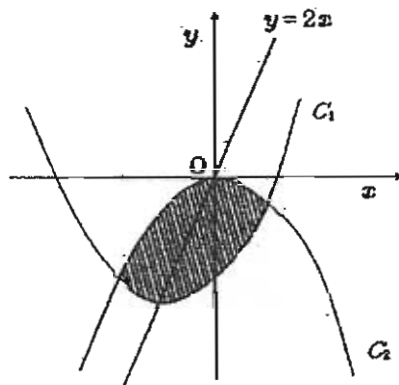
$$-x^2 = x^2 - 2tx + t^2 + 2t$$

より, x の二次方程式

$$2x^2 - 2tx + t^2 + 2t = 0$$

を満たす。よって

$$x = \frac{1}{2} \left(t \pm \sqrt{-t^2 - 4t} \right)$$



これが相異なる実数であるので

$$-4 < t < 0 \quad \text{-----} \quad (1)$$

である。この二つの解を $\alpha < \beta$ とおくと, C_1 と C_2 で囲まれる部分の面積は

$$\begin{aligned}\int_{\alpha}^{\beta} \{-x^2 - (x^2 - 2tx + t^2 + 2t)\} dx &= \int_{\alpha}^{\beta} (-2x^2 + 2tx - t^2 - 2t) dx \\ &= -2 \int_{\alpha}^{\beta} (x-\alpha)(x-\beta) dx = \frac{1}{3}(\beta - \alpha)^3 = \frac{1}{3} \left(\sqrt{-t^2 - 4t} \right)^3\end{aligned}$$

$-t^2 - 4t = -(t+2)^2 + 4$ より, $t = -2$ は (1) を満たすから, $t = -2$ のとき最大値 $\frac{1}{3}\sqrt{4}^3 = \frac{8}{3}$ をとる。 $t = -2$ のとき C_1 は $y = x^2 + 4x$ だから $p = 4$, $q = 0$, そのときの面積 $\frac{8}{3}$

1 [これと解法が違っていても同じ結論が正しい論理により導かれていれば正解です。]

その 1

問 1 点 Q は l 上にあるので $y' = ax'$ である。また l の方向ベクトル $(1, a)$ と $\overrightarrow{PQ} = (x' - x, y' - y)$ は直交するので

$$0 = 1 \cdot (x' - x) + a \cdot (y' - y) = x' - x + a(ax' - y) = (1 + a^2)x' - (x + ay)$$

よって

$$\begin{aligned} x' &= \frac{x + ay}{1 + a^2} = \frac{1}{1 + a^2} \cdot x + \frac{a}{1 + a^2} \cdot y \\ y' &= ax' = \frac{a}{1 + a^2} \cdot x + \frac{a^2}{1 + a^2} \cdot y \end{aligned}$$

したがって

$$A = \begin{pmatrix} \frac{1}{1+a^2} & \frac{a}{1+a^2} \\ \frac{a}{1+a^2} & \frac{a^2}{1+a^2} \end{pmatrix}$$

問 2

$$\begin{aligned} J(2A - E) &= \begin{pmatrix} \frac{1-a^2}{1+a^2} & \frac{2a}{1+a^2} \\ \frac{-2a}{1+a^2} & \frac{1-a^2}{1+a^2} \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} \frac{\cos^2 \theta - \sin^2 \theta}{\cos^2 \theta + \sin^2 \theta} & \frac{2 \sin \theta \cos \theta}{\cos^2 \theta + \sin^2 \theta} \\ \frac{-2 \sin \theta \cos \theta}{\cos^2 \theta + \sin^2 \theta} & \frac{\cos^2 \theta - \sin^2 \theta}{\cos^2 \theta + \sin^2 \theta} \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} \cos 2\theta & \sin 2\theta \\ -\sin 2\theta & \cos 2\theta \end{pmatrix} \end{aligned}$$

だから

$$\{J(2A - E)\}^n = \begin{pmatrix} \cos 2n\theta & \sin 2n\theta \\ -\sin 2n\theta & \cos 2n\theta \end{pmatrix}$$

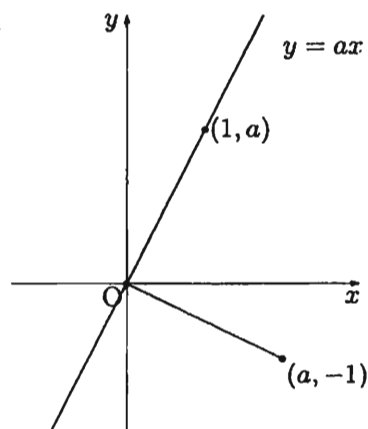
その2

問1 A の表す変換で、点 $(a, -1)$, $(1, a)$ はそれぞれ $(0, 0)$, $(1, a)$ にうつるから

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & a \end{pmatrix} = A \begin{pmatrix} a & 1 \\ -1 & a \end{pmatrix}$$

よって

$$\begin{aligned} A &= \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & a \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a & 1 \\ -1 & a \end{pmatrix}^{-1} \\ &= \frac{1}{1+a^2} \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & a \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a & -1 \\ 1 & a \end{pmatrix} \\ &= \frac{1}{1+a^2} \begin{pmatrix} 1 & a \\ a & a^2 \end{pmatrix} \end{aligned}$$



問2 J は x 軸に関する折り返し。図から $2A - E$ は $\vec{P}$ を l に関する対称点にうつす。図のように角 α をとると、 $J(2A - E)$ は $\vec{P}$ を

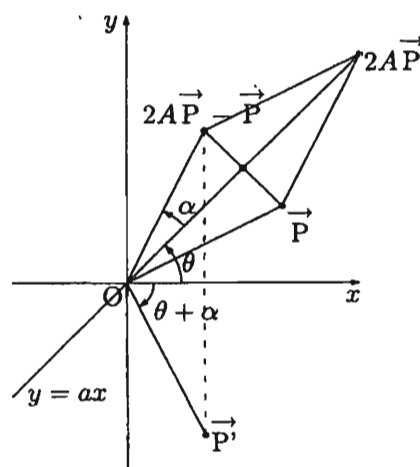
$$-(\theta - \alpha) - (\theta + \alpha) = -2\theta$$

だけ回転した点 $\vec{P'}$ にうつす。つまり

$$J(2A - E) = \begin{pmatrix} \cos 2\theta & \sin 2\theta \\ -\sin 2\theta & \cos 2\theta \end{pmatrix}$$

よって

$$\{J(2A - E)\}^n = \begin{pmatrix} \cos 2n\theta & \sin 2n\theta \\ -\sin 2n\theta & \cos 2n\theta \end{pmatrix}$$



2 [これと解法が違っていても同じ結論が正しい論理により導かれていれば正解です。]

問 1

$$f'(x) = \{x \log x - (x-1) \log(x-1)\}' = \log x - \log(x-1) = \log \frac{x}{x-1}$$

であるから

$$\begin{aligned} \{f(2x) - f(x)\}' &= 2f'(2x) - f'(x) \\ &= 2 \log \frac{2x}{2x-1} - \log \frac{x}{x-1} \\ &= \log \frac{4x^2(x-1)}{(2x-1)^2x} \\ &= \log \frac{(2x-1)^2 - 1}{(2x-1)^2} \\ &= \log \left\{ 1 - \frac{1}{(2x-1)^2} \right\} < \log 1 = 0 \end{aligned}$$

すなわち $\{f(2x) - f(x)\}' < 0$, つまり $f(2x) - f(x)$ は減少関数。

問 2

$$\begin{aligned} f(2x) - f(x) &= 2x \log(2x) - (2x-1) \log(2x-1) - x \log x + (x-1) \log(x-1) \\ &= \log \frac{(2x)^{2x} (x-1)^{x-1}}{(2x-1)^{2x-1} x^x} \\ &= \log \frac{2x \left(\frac{2x}{2x-1}\right)^{2x-1}}{x \left(\frac{x}{x-1}\right)^{x-1}} \\ &= \log \frac{2 \left(1 + \frac{1}{2x-1}\right)^{2x-1}}{\left(1 + \frac{1}{x-1}\right)^{x-1}} \\ &\rightarrow \log \frac{2e}{e} = \log 2 \quad (x \rightarrow \infty) \end{aligned}$$

問 3

$$\begin{aligned} &\lim_{x \rightarrow 1+0} \{f(2x) - f(x)\} \\ &= \lim_{x \rightarrow 1+0} \{2x \log(2x) - (2x-1) \log(2x-1) - x \log x + (x-1) \log(x-1)\} \\ &= 2 \log 2 - 1 \cdot \log 1 - 1 \cdot \log 1 + 0 \\ &= 2 \log 2 \end{aligned}$$

したがって、問 1, 問 2 より

$$\log 2 < f(2x) - f(x) < 2 \log 2$$

が成り立つ。

3 [これと解法が違っていても同じ結論が正しい論理により導かれていれば正解です。]

問 1

$$f'(x) = -e^{-x^2} + 2x^2 e^{-x^2} = e^{-x^2} (2x^2 - 1)$$

$$f''(x) = e^{-x^2} (-4x^3 + 6x) = -4xe^{-x^2} (x^2 - \frac{3}{2})$$

だから $x \geq 0$ の範囲で $f''(x) = 0$ となるのは $x = 0, \sqrt{\frac{3}{2}}$ のとき。よって $f'(x)$ の増減表は以下ようになる。

x	0	$\sqrt{\frac{3}{2}}$	
f''	0	+	0 -
f'		↗	↘

したがって $x = \sqrt{\frac{3}{2}}$ で $f'(x)$ は最大となる。 $f'(\sqrt{\frac{3}{2}}) = 2e^{-\frac{3}{2}}, f(\sqrt{\frac{3}{2}}) = -\sqrt{\frac{3}{2}}e^{-\frac{3}{2}}$ だから求める接線は

$$y = 2e^{-\frac{3}{2}}(x - \sqrt{\frac{3}{2}}) - \sqrt{\frac{3}{2}}e^{-\frac{3}{2}} = 2e^{-\frac{3}{2}}x - 3\sqrt{\frac{3}{2}}e^{-\frac{3}{2}}$$

問 2

$$g(x) = f(x) - (2e^{-\frac{3}{2}}x - 3\sqrt{\frac{3}{2}}e^{-\frac{3}{2}}) = f(x) - f'(\sqrt{\frac{3}{2}})(x - \sqrt{\frac{3}{2}}) + f(\sqrt{\frac{3}{2}})$$

とおくと共有点の x 座標は $g(x) = 0$ をみtas。 $x \neq \sqrt{\frac{3}{2}}$ ならば、問 1 より、

$$g'(x) = f'(x) - f'(\sqrt{\frac{3}{2}}) < 0$$

だから $g(x)$ の増減表は以下ようになる。

x	0	$\sqrt{\frac{3}{2}}$	
g'	-	0	-
g		↘	↘

よって $g(x)$ は減少関数であり、 $g(x) = 0$ となるのは $x = \sqrt{\frac{3}{2}}$ のときのみ。

問 3 問 2 より、求める面積は

$$\int_0^{\sqrt{\frac{3}{2}}} (-xe^{-x^2} - 2e^{-\frac{3}{2}}x + 3\sqrt{\frac{3}{2}}e^{-\frac{3}{2}}) dx = \left[\frac{1}{2}e^{-x^2} - e^{-\frac{3}{2}}x^2 + 3\sqrt{\frac{3}{2}}e^{-\frac{3}{2}}x \right]_0^{\sqrt{\frac{3}{2}}}$$

$$= \frac{7}{2}e^{-\frac{3}{2}} - \frac{1}{2}$$

4 [これと解法が違っていても同じ結論が正しい論理により導かれていれば正解です。]

その1

$$(1^\alpha + 2^\alpha + \cdots + n^\alpha)^2 = 1^\beta + 2^\beta + \cdots + n^\beta$$

より

$$\left(\frac{1^\alpha + 2^\alpha + \cdots + n^\alpha}{n^{\alpha+1}} \right)^2 = \frac{1^\beta + 2^\beta + \cdots + n^\beta}{n^{\beta+1}} \times n^{\beta+1-2(\alpha+1)} \quad \text{..... ①}$$

ここで

$$\begin{aligned} f_\alpha(n) &= \frac{1}{n} \cdot \frac{1^\alpha + 2^\alpha + \cdots + n^\alpha}{n^\alpha} \\ &= \frac{1}{n} \left\{ \left(\frac{1}{n} \right)^\alpha + \left(\frac{2}{n} \right)^\alpha + \cdots + \left(\frac{n}{n} \right)^\alpha \right\} \end{aligned}$$

とおくと①より

$$\frac{\{f_\alpha(n)\}^2}{f_\beta(n)} = n^{\beta-2\alpha-1} \quad \text{..... ②}$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} f_\alpha(n) = \int_0^1 x^\alpha dx = \left[\frac{x^{\alpha+1}}{\alpha+1} \right]_0^1 = \frac{1}{\alpha+1}$$

だから②より

$$\lim_{n \rightarrow \infty} n^{\beta-2\alpha-1} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\{f_\alpha(n)\}^2}{f_\beta(n)} = \frac{\beta+1}{(\alpha+1)^2}$$

となる。この右辺は正定数だから、左辺のべき $\beta-2\alpha-1$ は0でなくてはならず、このとき左辺、よって右辺も1となる。つまり

$$\beta-2\alpha-1=0, \quad \frac{\beta+1}{(\alpha+1)^2} = 1$$

となり、これを解くと $\alpha=1, \beta=3$ となる。実際このとき、帰納法により

$$\begin{aligned} 1^3 + \cdots + (n-1)^3 + n^3 &= \{1 + \cdots + (n-1)\}^2 + n^3 \\ &= \left\{ \frac{n(n-1)}{2} \right\}^2 + n^3 \\ &= \frac{n^2 \{(n-1)^2 + 4n\}}{2^2} \\ &= \left\{ \frac{n(n+1)}{2} \right\}^2 \\ &= (1 + \cdots + n)^2 \end{aligned}$$

を確かめられる。よって

$$\alpha=1, \quad \beta=3$$

その 2 すべての自然数 n に対して

$$\begin{aligned} \{1^\alpha + 2^\alpha + \cdots + n^\alpha + (n+1)^\alpha\}^2 &= 1^\beta + 2^\beta + \cdots + n^\beta + (n+1)^\beta \\ (1^\alpha + 2^\alpha + \cdots + n^\alpha)^2 &= 1^\beta + 2^\beta + \cdots + n^\beta \end{aligned}$$

が成り立つ。差をとると、

$$\{2(1^\alpha + 2^\alpha + \cdots + n^\alpha) + (n+1)^\alpha\}(n+1)^\alpha = (n+1)^\beta$$

となるから、 $\gamma = \beta - \alpha$ とおくと、すべての自然数 n にたいして

$$2(1^\alpha + 2^\alpha + \cdots + n^\alpha) + (n+1)^\alpha = (n+1)^\gamma$$

が成り立つ。 $n = 1, 2, 3$ を代入して

$$\begin{cases} 2 \cdot 1 + 2^\alpha = 2^\gamma & \dots\dots\dots \textcircled{3} \\ 2(1 + 2^\alpha) + 3^\alpha = 3^\gamma & \dots\dots\dots \textcircled{4} \\ 2(1 + 2^\alpha + 3^\alpha) + 4^\alpha = 4^\gamma & \dots\dots\dots \textcircled{5} \end{cases}$$

が成り立つ。③より

$$4^\gamma = (2^\gamma)^2 = (2 + 2^\alpha)^2 = 4 + 4 \cdot 2^\alpha + 4^\alpha$$

これを⑤に代入して

$$2(1 + 2^\alpha + 3^\alpha) + 4^\alpha = 4 + 4 \cdot 2^\alpha + 4^\alpha$$

よって

$$1 + 2^\alpha = 3^\alpha$$

これを④に代入すると

$$3^\gamma = 2 \cdot 3^\alpha + 3^\alpha = 3 \cdot 3^\alpha = 3^{\alpha+1}$$

よって $\gamma = \alpha + 1$ である。これを③に代入すると

$$2 + 2^\alpha = 2^{\alpha+1} = 2 \cdot 2^\alpha$$

となり $2^\alpha = 2$ である。 よって $\alpha = 1, \beta = 3$ でなくてはならない。 すべての自然数 n に対して

$$(1 + 2 + \cdots + n)^2 = 1^3 + 2^3 + \cdots + n^3$$

が成り立つことが帰納法で容易に示せる。 よって

$$\alpha = 1, \quad \beta = 3$$

「高校数学教育を考える会」(平成 21 年 6 月 12 日, 於 西原高校)
における琉球大学入試問題に関する質疑応答まとめ

質問者：沖縄県高等学校数学教育会 大学入試問題研究委員会
 応答者：琉球大学 数学入試問題担当者

◆前期日程・数学甲 について◆

問題番号	範囲	出題分野	質問事項 & 返答	難易度
1.	数学Ⅰ 数学Ⅱ 数学Ⅲ	図形と計量 三角関数 微分法の応用	(ア) 問題文で「x 軸の正の部分・・・と y 軸の正の部分・・・」とあるが、正しく読み取れていない受験生がいたのではないだろうか？ 答：読み取れていない受験生は実際にいました。 (イ) 問 2 では微分法を用いた解法と $t = \sin \theta + \cos \theta$ とおいて式変形する解法があったと思われるが、どちらの解法を用いた受験生が多かったのか？ 答：微分法を用いた受験生が多かったようである。 (ウ) 問 2 では最小値をとるときの θ の値を示さなくても完全正解となるのか？ 答：増減表を書く時点で θ の値が示される。解答の流れの中で示されるはずなので、答として特に示さなくても完全正解となる。 (エ) 問 2 で琉球大学が提示した解答例において、増減表を示す前に、$\sin \theta - \cos \theta$ の合成等を示す必要があるのではないか？ 答：数学的に間違いがなければ、問題ない。 (オ) 受験生はどの程度できていたのか？ 答：(工学部の採点に限って) きちんとした、データがあるわけではないが、そんなにできている感じはない。	標準
2.	数学Ⅲ	積分法 関数の極限	(ア) 問 3 では関数のグラフの周期性を利用した解答では完全正解となるのか？ 答：この解答でも完全正解となる。 (イ) 問 3 は解答をうまく記述する力が求められると思われるが、実際の受験生のできはどうだったか？ 答：記述力を見ることも、この問題のねらいであった。しかし、ほぼ出来ていない。まず、問 2 が出来ていない。自然数の意味が分かっていない受験生も目に付いた。	やや難
3.	数学Ⅲ	積分法 積分法の応用 数列の極限	(ア) グラフ等を用いて解答する必要があったと思われるが、実際の受験生の解答はどうだったか？ 答：グラフを書かなくても、単調増加が示されていれば	標準

			よい。グラフは結構描けていたようである。しかし、思ったよりは正解者は少なかった。	
4.	数学A	確率	(7) 場合分けができていて、確率の計算で間違えた場合はどの程度の部分点が与えられるのか？ 答：場合分けだけでは、得点は与えていない。一つの場合と場合の数まで正解していれば、部分点を与えた。気になったのは、数え上げができない受験生がいる。泥臭く、しっかりと順序付けて数え上げる作業を普段からやっていないのではないか。 (4) 問2の計算はどの程度の受験生ができていたのか？ 答：あまりできていなかった。6の5乗などは計算していなくても、指数の形のまま答えていても正解とした。	標準
意見	全体的には各問題とも小問の設定がうまく考えられていて、良い問題構成であった。第4問の問2の確率の計算は少し厳しい出題であったと考える。また、入試に臨む受験生の心的状況を考えると、解答用紙（解答欄の配分等）は改善した方が良いのではないかな。			
琉球大学側からの試験後の感想	6割程度の平均を目指して作問している。実態は5割から4割の平均である。例年並み。一つ一つの問題はそんなに難しくないと考えている。時間がない受験生が多いのではないだろうか。今年度の出題は微分積分の領域が多かった。これは、高校でしっかりと微分積分を勉強してきて欲しいという考えがあるからである。例年、必ずしも微分積分が出題の中心となるわけではない。今年度は図形問題が出せなかったのは残念である。			

問題の難易度は例年の琉球大学（前期日程・甲問題）のレベルを基準に、難易度を5段階【難・やや難・標準・やや易・易】で判断してあります。

◆前期日程・数学乙 について◆

問題番号	範囲	出題分野	質問事項 & 返答	難易度
1.	数学Ⅱ	不等式の証明 複素数と2次方程式 対数関数	(7) 問1では等号成立の場合を記述しなくても完全正解となるのか？ 答：特に示さなくてもよい。気になったのは、証明すべき式から式変形していく解答があり、証明になっていない解答が結構見られた。 (4) 問2では$b=0$の場合の解が答えられなかった受験生も結構いたのではないかな？ 答：いたと思います。	易
2.	数学Ⅱ	積分法	(7) 問1は教科書レベルの問題と思われるが、どの程度の受験生ができていたのか？ 答：結構できていたと思う。 (4) 問1は$-\frac{1}{6}(\beta-\alpha)^3$の形まで因数分解できなくても、部分点がもれたのか？ 答：部分点は与えた。	標準

		(ウ) 問2では琉球大学が提示した解答例のように p, q 以外の文字 t を用いて解答している受験生はどの程度いたのか？ 答：いたと思うが、確かに p, q の文字を使って解いている受験生の方が多かった。	
意見	数学乙は教科書レベルの基本問題からの出題であったので、受験生がどの程度できていたか、高校側としても大変興味あるところである。出題に関しては、各大問の間1のような教科書の基本公式をその証明まで含めてきちんと理解しているかを問う出題は良い出題であったと考える。		
琉球大学側からの試験後の感想	数学乙問題の受験生のできが悪かった。ひどかった。受験生はしっかりと数学の勉強をしているのか疑問である。		

問題の難易度は例年の琉球大学（前期日程・乙問題）のレベルを基準に、難易度を5段階【難・やや難・標準・やや易・易】で判断してあります。

◆後期日程 について◆

問題番号	範囲	出題分野	質問事項 & 返答	難易度
1.	数学C	行列	(ア) 問1は問題文で「l上にある点 $p(x, y)$」という条件があるが、琉球大学が提示した解答例その2では l上の点 $(1, a)$ を用いて解答しているのは不適切ではないか？この点を用いて解答した場合、受験生は完全正解となるのか？ 答：数学的に問題はないのでよい。問1に関しては、連立方程式が立てられても、変数 a が入った方程式が解けない受験生が目についた。 (イ) 問2の琉球大学が提示した解答例では、 $\begin{pmatrix} \cos 2\theta & \sin 2\theta \\ -\sin 2\theta & \cos 2\theta \end{pmatrix}$ の形から回転移動を表す行列と しているが、教科書では回転を表す行列は $\begin{pmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \end{pmatrix}$ の形で扱うことになっている。受験生はこの形まで変形しなくても完全正解となるのか？ 答：数学的に問題はないのでよい。	やや易
2.	数学Ⅲ	微分法の応用 関数の極限	(ア) 問2はきちんと式変形する必要があるが、受験生の出来はあまり良くないのではないかと？ 答：出来は良くなかった。 (イ) 問3の証明問題において $\log 2 < f(2x) - f(x)$ だけや $f(2x) - f(x) < 2\log 2$ だけ示した受験生もいたのではないかと？その場合はどの程度の減点となるのか？	標準

			答：半分程度の部分点を与えた。	
3.	数学Ⅲ	微分法の応用 積分法の応用	この大問3に関しては、作問担当者が不在のため返答できないということであった。しかし、採点担当者から二次導関数を求めることができない受験生もいたという指摘があった。 (7) 問1では問題文を読み違えて、接線の方程式ではなく、傾きの値だけを答えた受験生もいたのではないだろうか？その場合は部分点はもらえるのか？ (4) 問2では、$y=f(x)$の概形から示した解答では完全正解となるのか？ (9) 問3では、曲線と直線の上下関係までは示さなくても完全正解となるのか？	標準
4.	数学Ⅰ 数学B または 数学Ⅲ	整数 数列の和 積分法の応用	(7) この問題の出題の意図は？ 答：思いついた問題を出題したというのが本音である。前期試験には厳しい問題なので後期試験で出題した。 (4) 琉球大学が提示した解答例の後半では帰納法を用いているが、数列の和の公式を用いて式変形すればよいのではないかと？ 答：良い。 (9) 大学入試研究委員会の提示した解答例でも完全正解となるか？補足の部分まで記述は必要か？ 答：正解となる。この解答であれば、補足まで解答する必要がある。 (5) 完全正解している受験生はいたのか？ 答：いませんでした。$\alpha=1$、$\beta=3$ が書けている受験生はいた。その理由まで、きちんと解答できている受験生はいなかった。	難
意見	問題構成は数学ⅢCが中心で、数理科学科の入試問題としては妥当な問題であったと考える。ただし、第4問の整数（自然数）の問題は受験生にとって大変難しい問題であったと考えられ、どれほどの受験生が正解していたのか興味のあるところである。			
琉球大学側からの試験後の感想	特になし。			

問題の難易度は例年の琉球大学（後期日程）のレベルを基準に、難易度を5段階【難・やや難・標準・やや易・易】で判断してあります。

◆入試全体について◆

(7) 問題毎の受験生の正答率ほどの程度か？

答：問題毎のきちんとしたデータはとっていない。全体的には、目標は平均が6割程度を考えていたが、実態は5割～4割のできだった。

(4) 問題毎の配点比率はどの程度か？

答：下に示した配点は、質疑応答の中で琉球大学側から、覚えている範囲で答えて頂いたものである。しかし、実際には、学部学科毎に異なるので、あくまで目安として捉える必要がある。空白部については不明。

◆前期試験 甲 問題◆

大問	小問	配点
1	問 1	20
	問 2	30
2	問 1	
	問 2	
	問 3	
3	問 1	10
	問 2	30
	問 3	10
4	問 1	15
	問 2	35

◆前期試験 乙 問題◆

大問	小問	配点
1	問 1	15
	問 2	15
	問 3	20
2	問 1	20
	問 2	30

◆後期試験◆

大問	小問	配点
1	問 1	20
	問 2	30
2	問 1	
	問 2	
	問 3	
3	問 1	
	問 2	
	問 3	
4	$\alpha = 1, \beta = 3$ が書かれていたら、15 点与えた。	

(9) 全体の最高得点、最低得点はどうか？

答：記憶にある範囲で答えるということで答えて頂いた。下のようになる。

	前期甲	前期乙	後期
最高点	190	80~90	130
最低点	0	0	0に近い

(10) 合格者の最高得点、最低得点はどうか？

答：データを取っていないので、分からない。

(11) 受験生の計算力、記述力はどうか？

答：計算力もないし、基本的な数え上げもできていない。記述力を分析するレベルではない。解答は、ただ、式が羅列されているような感じである。あまりに汚い解答は見ない。

(12) 高校の指導に対する要望は？

答：個別学力試験の問題をできるようにすれば、センター試験はできるので、数学は解答をきちんと記述するように学習して欲しい。

高校で理数科のある学校は、情報Ⅱを履修させて欲しい。

第63回九州算数・数学教育研究（宮崎）大会発表論文

「数学的な考え方を育む指導の工夫(三角比における数学的活動を通して)」

嶺 井 淑（那覇商業高等学校）……55

「数学を実際の生活の中で確認する取り組み～身近な数学の体験学習～」

上江洲 郁 子（宜野湾高等学校）……56

「基礎基本定着の取り組み」

上 原 八重子（八重山高等学校）……57

1 研究のねらい

「数学を学ばなくても生活で困ることはない」、「買い物などで使う四則演算だけ学べば良いのではないか」など、高等学校で学ぶ数学の有用性に疑問を持った質問を受けることが多々ある。このような現象から課題として、数学に興味・関心を持たせること、また既習事項を活用出来るようにすることが課題であると考え。生徒が興味・関心を持てる指導や数学の有用性を認識させ、数学的な考え方を育む授業づくりをしなければならないと考える。そこで本研究では数学的な問題に取り組む数学的活動を取り入れることで、生徒に数学への興味・関心を高め、その有用性を認識させ、知識・技能を活用させることにより数学的な考え方が育まれるだろうと考えた。

2 研究方法

はじめに研究のねらいにもある数学的な考え方と数学的活動がどのようなものであるかを明確に整理し研究を進めた。その後、数学的な考え方を引き出すための発問を取り入れる授業を展開することで生徒を支援できるように計画した。以下に数学的な考え方、数学的活動、授業展開について記述する。

(1) 数学的な考え方について

片桐重男(2004)は^{※1}数学的な考え方を実際の指導の対象とするために具体的に「数学の方法に関係した数学的な考え方」と「数学の内容に関係した数学的な考え方」、そしてその2つの考えを引き出す原動力となる「数学的な態度」の3つのカテゴリーに分類している。そこで本研究では数学的な考え方の1つである「数学的な態度」の部分に焦点を当て授業を計画した。

(2) 数学的活動について

根本博(1999)は^{※2}「数学の本性に直接触れるような体験とその意味を自覚できる経験とが是非とも必要である。」としている。そこで数学的活動を複雑な現実現象について、問題を明らかにするためにその諸条件を簡潔に表現し(抽象化)、原則に従って数理的処理を施し(記号操作)、得られた結果を具体的事象に還元する(解釈)活動ととらえ、問題状況の打開を図る活動になると考えている。今回、具体的には身近な事象として教室の天井を測るという活動を行った。

(3) 授業展開について

はじめに授業の導入の際、ワークシートを使い身近な事象を提示し数学的な問題にする(問題の把握)。次にその数学的な問題を解決するには何が必要なのか、解決する方法は何なのかを考えさせる(解決の見通しを立てる)。

解決の見通しが立った後に答えを予想させ、なぜそのような答えにしたのか考えさせる(解決の実行・検討)。問題解決のためにさまざまな方法が検討された後、皆が納得できるいくつかの方法を使い実際に測る。そうすることでよりよい方法に気づき、また新たな課題に発展させることができる(検証)。以上のような数学的活動を取り入れた授業を展開することで数学的な考え方が育まれると考える。問題解決の過程で生徒のつまづきが予想される所においては数学的な考えを引き出す発問により支援する。

3 仮説の検証

生徒の発言・発表、ワークシート、生徒実態調査アンケート(事前・事後)により検証する。数学的活動後のアンケート結果では「授業の中に数学的活動を取り入れたほうが学習内容を理解しやすいですか」という問いに約9割の生徒が数学的活動を授業に取り入れることにより学習内容の理解に役立つと捉えている。更に「数学は普段の生活や社会生活の中で役立つと思いますか」という問いに事前52%から事後84%、「数学の授業は好きですか」という問いに事前52%から事後77%、「数学の授業で積極的に問題を解こうとしていますか」という問いに事前61%、事後84%と大きな変容が見られた。このような結果から数学的活動を取り入れることは、数学の有用性を感じさせ、数学に興味・関心を持たせ、授業に積極的に取り組ませる方法として有効であると考え。

4 まとめと今後の課題

本研究では「数学的な考え方を育成する指導の工夫」をテーマに「数学的活動」を活用した授業を展開する中で、数学の有用性に気付かせ、知識・技能を活用させることにより数学的な考え方を育む指導に取り組んだ。

(1) 成果

- ① 興味・関心を持ち、問題に取り組むようになった。
- ② イメージ化し、見通しを立て考えるようになった。
- ③ より良い方法がないか考えるようになった。

(2) 課題

- ① 図や表を使った発表する活動を取り入れる。
- ② 基礎・基本の知識や技能の定着が大変重要である。

<引用・参考文献>

- 1. 片桐重男『数学的な考え方の具体化と指導』明治図書
- 2. 根本 博『数学的活動と反省的経験』東洋館出版社

『数学を実際の生活の中で確認する取り組み』

～身近な数学の体験学習～

沖縄県 県立宜野湾高校 発表者氏名：上江洲郁子

1. 研究のねらい

数学の授業中に生徒に言われることでよく出てくる言葉として「難しい」「こんな生活に使わない」「楽しくない」が一番多い。教科書をきちんと教えることは授業の重要な目標であるが、教科書ばかりを見ていると数学と実生活がかけ離れているイメージを持つことは当然である。また、座学中心の授業展開は、苦手な生徒にとってはますます数学が楽しくない状況を作り上げていってしまっている。

普段の授業の工夫はもちろんであるが、今回は「楽しい」「授業の数学が生活に役立っている」と生徒が思えるような体験学習を伴った授業に取り組むたいと考えた。

生徒の興味・関心を引き出すきっかけになればと考えている。

2. 研究の方法

(1) 方法

以下の点に注意して実施した。

- ①実践期間は期末考査後から長期休暇までの授業を行うこと。
- ②担当している全ての科目のそれぞれに合った内容の体験学習を行う。
- ③1つの内容について最大3時間までとする。(理想としては2時間以内)
- ④期末考査のテスト範囲で学んだ知識と計算技術を利用する内容である。
- ⑤少人数の展開クラスで実践すること。(体験学習で大人数だと制御できないため)
- ⑥アナログな方法で取り組む体験内容。
- ⑦通常使用している教室は使わない。
- ⑧2～3人に分けて取り組むグループ学習のスタイルを取る。

(2) 対象科目・対象クラス

数Ⅰ 黄金比・白銀比(身の回りの四角形、美に潜む法則) 2年3組基礎クラス

数Ⅱ 測量(自分のサイズ・建物の高さ) 2年3組基礎クラス

数A 画びょうで確率(相対度数・確率) 2年5, 6組基礎クラス

数B 紙笛を作ろう(音楽に潜む数列)

3年1, 2組基礎クラス

	内 容
4月	・生徒の把握(計算力・授業態度)
5月 ～	・通常授業の取り組み(内容理解 計算技術の習得)
10月	・学習内容と実践クラスのマッチ ングの研究(教材、教具探し)
11月 ～	・期末考査終了後から授業で実践 開始(冬休み前までに終了)

(3) 考察・成果

①考察…(事前アンケートから) 数学は良いイメージではない。苦手・嫌い意識が強く、楽しさや有用性は見いだせずにいる。しかし、事後アンケートの「数学のイメージは変わったか?」の質問には、36%の生徒が「変わった・少し変わった」と答えている。

②成果…最大の成果は、生徒が楽しそうにのびのびと取り組んでいたことである。「なんか楽しい」「こんな授業もいいね」との感想を聞いた。また、授業で習ったことを工夫して活用していることに充実感があったようだった。

(4) 今後の課題・反省

①事前に準備・練習したにもかかわらず、ワークシートの不備がありスムーズに行かない点があった。

②内容としては、他の教諭の実践研究を参考にしたものがほとんどで自分のオリジナルはあまり開発できなかった。

③相変わらず、数学のイメージが良くない生徒は64%もいた。

(4) おわりに

いままでやりたかった実践に取り組むことができて、楽しい教材開発ができた。今のところ、地道な授業の合間のイベントとして取り入れるのが限界であるが、先に述べたように生徒の興味・関心を引き出すきっかけになるのではないかと考えている。

『基礎・基本定着の取り組み』

沖縄県立八重山高等学校 上原 八重子(他1名)

1. はじめに

本校は、沖縄本島の南西に位置する島で、近隣の島々(八重山地区)唯一の普通科を要する高校である。「島の子は、島で育てよう」という地域の想いもあり、進学校としての役割を期待されている。しかし、高校入試の学校平均点は低く、数学における学力格差は大きい。これまで数学の学力向上を目指して、数学到達度診断テスト・各試テスト・長期休業課題・指名講座を取り組んできた。今回、基礎・基本の定着を図るため、あらたに日々課題を実施した。これまでの取り組みと合わせて、成果や課題を考察する必要性を感じ研究に至った。

2. 実践の内容

(1) 数学到達度診断テスト

1、2年を対象とした数学到達度診断テストを20年前から実施し、継続し続けている。定期テスト前に行う全員必修のテストのことで、60点を合格ラインとし、未達成の者は後日追試となる。それでもなお60点に到達しない場合は不合格となる。年間5回のテストの中で3回以上不合格となる場合は2月に総括講座とテストを受けることになる。つまり内容が理解されるまで、手厚く回数をかけて指導するわけである。

日々課題を実施したときのテスト結果と前年度のテスト結果を比較し、定着度をみるようにした。

(2) 日々課題

1、2年を対象とし、10～15分程度で解ける教科書の問題をA4用紙に出題し、裏面に解答・解説を付けた。2・3日以内の授業の復習で、自己採点を行い翌朝提出する流れである。答えのみを書くのではなく、計算過程を示すことを意識させた。既習内容を自力で取り組むことで、自宅学習につながることを目的とした。

(3) 各試テスト

学力格差が大きいので、生徒の習熟度に応じた指導が基礎となる。固定クラス(発展クラスと称す)を希望制で設定、その他は2クラスを3展開で設定した。基礎クラスを少人数に設定し、内容を丁寧に指導して行くことを目的にした。進度はクラスごとに違いはなく、テスト範囲も同じである。定期テストでは全員対象の「共通テスト」と「各試テスト」と呼ぶクラス別試験の2種類を実施している。「各試テスト」ではそのクラスのレベルに合わせて作問し、自信を失わせない工夫をしている。定期テストも前年度と比較したが、日々課題の成果がう

かがえた。

(4) その他

① 長期休業中(ゴールデンウィーク・夏休み・冬休み等)に、1日1時間程度の課題を教科書や副教材を中心に長期休業課題を出している。長期課題から問題をテストに出題することで、理解・定着を図っている。

② 学期ごとに、成績不良の生徒を対象とした指名講座を実施し、基礎力の底上げを図る。次学期の内容を予習し授業への参加する意欲を向上させ、達成感を与えることが目的である。

④ 八重山地区には、八重山商工、八重山農林の三高校があり、数学科職員で連携し情報を共有している。取り組んでいるのは、八重山地区の高校入試についてである。正答率を分析し地域のもつ問題点を浮き彫りにする活動を行った。県平均と比較し、各高校としての対策を立てる手がかりを探っている。その資料は中学校との連絡会にも使用している。

3. 成果と課題

数学到達度診断テストは前年度と比較すると、回を重ねるごとに平均点が低くなった。問題は教科書から出題し、その上、日々課題で復習しているので、平均点は高くなると期待していたが、おもしろい結果にならなかった。

日々課題は、教科書の同じ問題を再度解くことにより、理解が深まったようであるが、基礎・基本定着には演習の時間が必要である。当初の目的では、自宅学習の手立てとして実施したが、学校で互いに教えあいながら取り組む様子が見られた。

定期テスト対策として、日々課題が利用しやすかったようであるが、教科書を使わずにテスト勉強をするという弊害を生じてしまった。

教科書の問題だけでなく、様々な問題を取り入れる必要があり、基礎クラスの苦手な生徒にも配慮した問題バランスと量が課題である。与えられた課題だけでなく、自主的に取り組む姿勢の育成も必要である。

九数教大会開催地一覧

年度	回	開催地	年度	回	開催地
昭和22	1	熊本市	54	33	佐賀市
23	2	別府市	55	34	北九州市
24	3	宮崎市	56	35	長崎市
25	4	佐賀市	57	36	鹿児島市
26	5	福岡市(日数教全国大会)	58	37	熊本市
27	6	長崎市	59	38	大分市
28	7	鹿児島市	60	39	宮崎市
29	8	別府市	61	40	武雄市
30	9	熊本市	62	41	福岡市(日数教全国大会)
31	10	宮崎市	63	42	佐世保市
32	11	佐賀市	平成元	43	鹿児島市
33	12	福岡市	2	44	熊本市
34	13	佐世保市	3	45	浦添市・西原町
35	14	鹿児島市	4	46	大分市
36	15	熊本市	5	47	宮崎市
37	16	別府市	6	48	唐津市
38	17	宮崎市	7	49	北九州市
39	18	武雄市	8	50	長崎市(日数教全国大会)
40	19	北九州市	9	51	鹿児島市
41	20	長崎市	10	52	熊本市
42	21	鹿児島市	11	53	浦添市・那覇市
43	22	大分市	12	54	大分市
44	23	熊本市(日数教全国大会)	13	55	宮崎市
45	24	宮崎市	14	56	佐賀市
46	25	唐津市	15	57	福岡市
47	26	福岡市	16	58	鹿児島市(日数教全国大会)
48	27	佐世保市	17	59	佐世保市
49	28	鹿児島市	18	60	熊本市
50	29	熊本市	19	61	宜野湾市・那覇市
51	30	沖縄県	20	62	大分市
52	31	大分市	21	63	宮崎市
53	32	宮崎市(日数教全国大会)			

九州数学教育会会員様
九州地区各教育委員長様
九州地区各学校長様
九州算数・数学担当様

平成21年5月22日
主 催 社団法人九州数学教育会
宮 崎 県 数 学 教 育 会
後 援 社団法人日本数学教育学会
宮 崎 県 教 育 委 員 会
宮崎県市町村教育委員会連合会

第63回 九州数学教育会総会並びに 九州算数・数学教育研究(宮崎)大会開催ご案内

平成21年7月30日・31日、宮崎市において標記の大会(略称：九数教宮崎大会)を開催いたします。

昨年3月に小・中学校の新しい学習指導要領が発表されたのに続き、本年3月には高等学校の学習指導要領も発表されました。また、この4月より小・中学校では、他教科に先駆けて算数・数学の新しいカリキュラムが前倒しで実施されております。いよいよ新しい時代がスタートいたしました。そういった折、宮崎県で算数・数学教育研究大会が開催できますことは誠に光栄であり、開催県として身の引き締まる思いが致します。

さて、本大会では、全体の研究主題を「生きてはたらく力が身につく、鍛える算数・数学教育」と掲げました。授業を通して確かな力が身につく、それが生きてはたらくことにより算数・数学のよさを味わうとともにさらにまた充実感や達成感が味わえるそんな算数・数学教育を目指しています。ご参加いただいた先生方とともに、いかにして生きてはたらく力を身につけるか、いかに子ども達を鍛えるか等について追究してまいりたいと思っております。

つきましては、本大会の趣旨や意義をご理解の上、関係の先生方の多数のご参加をいただきますようご案内申し上げます。

九州数学教育会会長 宇 田 廣 文
宮崎大会準備委員長 添 田 佳 伸

1.研究主題 「生きてはたらく力が身につく、鍛える算数・数学教育」

2.日 程 平成21年7月30日(木)・31日(金)

月 日	行 事				会 場		
7/29 (水)	14:00	九州数学教育会理事会 (50)				ホテルプラザ宮崎	
	15:00	第1回算数・数学教育研修会 (40) 数学講演 演 題 「算数・数学教育のこれから」 講 師 九州数学教育会会長 宇田廣文					
	16:00	九州数学教育会代表委員会 (90)					
7/30 (木)	8:45	会員受付				【総会会場】 宮崎県立図書館 研修ホール 【全体会場】 メディキット県民文化センター 演劇ホール 【小学校部会会場】 メディキット県民文化センター 演劇ホール 【中学校部会会場】 メディキット県民文化センター イベントホール 【高等学校部会会場】 宮崎県立図書館 研修ホール	
	9:00	九州数学教育会総会 (20)					
	9:15	一般受付					
	9:40	開会行事(30)					
	10:10	全体講演(60)					
	11:30	部会開会行事(15)					
	11:45	部会講演(60)					
	12:45	移動昼食(75)					
	小学校部会		中学校部会		高等学校部会		
	14:00	分科会	14:00	分科会	14:00		分科会
	14:05	分科会① (35)	14:05	分科会① (50)	14:05		分科会① (35)
	14:50	分科会② (35)	15:05	分科会② (50)	14:50		分科会② (35)
	15:35	分科会③ (35)	16:05	分科会③ (50)	15:35		分科会③ (35)
16:20	分科会④ (35)			16:20	分科会④ (35)		
16:55	終了	16:55	終了	16:55	終了		
7/31 (金)	9:00	受付 (30)	9:00	受付 (30)	9:00	受付 (30)	
	9:30	公開授業 (45)	9:30	公開授業 (50)	9:30	公開授業 (50)	
	10:40	授業研究 (50)	10:40	授業研究 (50)	10:40	授業研究 (50)	
	11:30	終了	11:30	終了	11:30	終了	

※高専・大学部会は、両日とも高校部会に合流してください。

3.大会費 4,500円(両日とも参加証を入場の際にはおつけください)

4.大会内容

高等学校部会

30
7月30日(木)

部会行事	会 場:宮崎県立図書館 研修ホール	11:30~12:45
部会講演	演 題:「円に内接する多角形の面積について」~新しい定理を見つけるまで~ 講 師:学習院大学教授 松 本 幸 夫 先生	11:45~12:45
分 科 会	会 場:宮崎県立宮崎大宮高等学校	14:00~16:55

部会研究主題

「数学を活用し、問題解決力を培う、鍛える数学教育」

分科会	発 表 題 目	発表者	所 属	発表県	指導助言者
1) 教育課程	「中学校との校種間交流について」 ~中学生に対する模擬授業を通して~	重 森 千 代 子	鹿児島県立大島高等学校	鹿児島	山城 康一 (琉球大学)
	「中高一貫校における高校1年次の指導のあり方について」 ~平成20年度佐世保北高等学校における実践例~	濱 野 孝 昭 他 2 名	長崎県立佐世保北高等学校	長 崎	
	「教育課程 新しい数学教育の工夫」 ~数学基礎の導入~	緒 方 賢 一	宮崎県立小林高等学校	宮 崎	佐藤 榮一 (九州大学)
	「中・高連携推進モデル事業」 ~交流授業とつなぐ教材を中心に捉えた中・高連携~	関 屋 一 智	宮崎県立高鍋高等学校	宮 崎	
2) 学習指導法と評価A	「生徒の学力向上を目指しての工夫について」	峰 奈 津 子	長崎県立西陵高等学校	長 崎	愛甲 正 (鹿児島大学)
	「生徒一人一人の進路実現を目指して」 ~数学学習会を通した生きる力をはぐくむ取り組み~	前 田 秋 吐	熊本県立阿蘇高等学校	熊 本	
	「地域でめざす進学向上推進事業」における本校の取り組みについて」 ~地域重点校(8校)の指定を受けて~	塩 月 孝 弘	大分県立杵築高等学校	大 分	鎌田 正良 (九州大学名誉教授)
	「基礎学力の定着をめざして」 ~興味をもたせ、理解を深めさせるための指導法~	山 本 喜 一	久保学園都城高等学校	宮 崎	
3) 学習指導法と評価B	「基礎・基本定着の取り組み」	上 原 八 重 子	沖縄県立八重山高等学校	沖 縄	馬場 清 (大分大学)
	「高校数学授業におけるT、T、の可能性」 ~個に応じた授業展開を求めて~	竹 市 祐 樹	熊本県立熊本西高等学校	熊 本	
	「数学Ⅰ・Aにおける指導の工夫改善について」	後 藤 寛 二 田 中 胤	大分県立大分雄城台高等学校	大 分	辻 川 亨 (宮崎大学)
	「積極的な学習への動機付け」 ~数学通信の発行~	橋 口 英 明	宮崎県立日向工業高等学校	宮 崎	
4) 学習指導法と評価C	「数学を実際の生活の中で確認する取り組み」 ~身近な数学の体験学習~	上 江 洲 郁 子	沖縄県立宜野湾高等学校	沖 縄	北村 右一 (長崎大学)
	「就職試験に向けた数学の基礎学力定着を目指して」	今 村 剛 史	佐賀県立鳥栖工業高等学校	佐 賀	
	「グラフ電卓を利用した授業(3学科で使用して)」 ~3学科を持つ私学での初歩的な段階の実践報告~	内 西 孝 文	津由学園鹿児島高等学校	鹿児島	矢崎 成俊 (宮崎大学)
	「低学力層のやる気を引き出す取り組み」 ~計算力テスト~	堀之内史貴子	日南学園宮崎頭学館高等学校	宮 崎	
5) 数学ⅠA	「数学的な考え方を育む指導の工夫」 ~三角比における数学的活動を通して~	堀 井 淑	沖縄県立那覇商業高等学校	沖 縄	平峰 豊 (熊本大学)
	「数Ⅰ分野における基礎学力の定着」 ~習熟度別授業での取り組み~	松 山 清 一	熊本県立熊本商工高等学校	熊 本	
	「場合の数の指導について」	高 村 淳 一	佐賀県立佐賀西高等学校	佐 賀	飯田 雅人 (宮崎大学)
	「九教教数学Ⅰ・A問題集を使った整数問題の指導」	占 部 正 巳	福岡県立筑紫丘高等学校	福 岡	
6) 大学入試自由研究	「九州内の大学入試問題の傾向・分析」	津 野 賢 一 朗	大分県立佐伯鶴城高等学校	大 分	西 晃央 (佐賀大学)
	「数学的な活動を育む取り組み(数学課題研究を通して)」 ~三角関数(台成)、パスカルの三角形・三平方の定理・2点間の距離(空間の座標系)等の一般化への考察~	松 本 寿 男	長崎県立長崎西高等学校	長 崎	
	「オランダ海外研修報告」 ~RMEに基づきオランダの数学教育について~	西 方 倫 明	福岡県立筑紫高等学校	福 岡	大塚 浩史 (宮崎大学)
	「大学入試問題研究会を通しての指導研究」	田 村 秀 彦 有 水 綾 子	宮崎県立延岡高等学校	宮 崎	

公開授業 授業研究

31
7月31日(金)

会 場:宮崎県立宮崎大宮高等学校

9:00~11:30

学年	単 元	授業者(所属)	指導助言者(所 属)	学年	単 元	授業者(所属)	指導助言者(所属)
1年	2次関数(数学Ⅰ)	有村 尚行 (宮崎県立宮崎南高等学校)	山城 康一 (琉球大学) 佐藤 榮一 (九州大学)	2年	三角関数(数学Ⅱ)	長瀬 由紀 (宮崎県立宮崎工業高等学校)	北村 右一 (長崎大学) 矢崎 成俊 (宮崎大学)
1年	場合の数(数学A)	関屋 文智 (宮崎県立宮崎大宮高等学校)	愛甲 正 (鹿児島大学) 鎌田 正良 (九州大学名誉教授)	3年	微分とその応用(数学Ⅲ)	宮崎 真司 (宮崎県立宮崎西高等学校)	平峰 豊 (熊本大学) 飯田 雅人 (宮崎大学)
1年	図形と計量(数学Ⅰ)	関部 浩一 (宮崎県立佐土原高等学校)	馬場 清 (大分大学) 辻 川 亨 (宮崎大学)	3年	行列(数学C)	中川 繁樹 (宮崎県立宮崎大宮高等学校)	西 晃央 (佐賀大学) 大塚 浩史 (宮崎大学)