高校数学教育

沖縄県高等学校数学教育会誌

第５２号

２０１６年（平成２８年）６月２７日（月）

沖縄県高等学校数学教育会　発行

目　次

沖縄県高等学校数学教育会会長あいさつ　　会長　星野　朗……1

沖縄県高等学校数学教育会第54回総会・53回研究大会実施要項　……2

沖縄県高等学校数学教育会会則　……3

平成27年度　会務報告　……4

決算報告　……6

会計監査報告　……7

平成28年度　役員　……8

行事計画　……9

予算案　……10

第40回「高校数学教育を考える会」大学入試問題研究……11

第70回九州算数・数学教育研究（大分）大会発表論文・授業指導案……27

九州数学教育会総会開催地一覧表　……32

あいさつ

沖縄県高等学校数学教育会
会長　星野　朗

平成28年5月10日付けで、文部科学大臣より教育の強靭化に向けてのメッセージが発信され、今後の学校教育の充実に不可欠な「学習指導要領改訂」と「次世代の学校・地域創生の実現」の一体的な推進のための当面の重点事項が掲げられました。

学習指導要領改訂のポイントとしては、「急激な社会的変化の中でも、子どもたちに未来の創り手となるために必要な知識や力を育むため、以下のような方向性で学校の教育課程を充実」とあります。

- 「ゆとり教育」か「詰め込み教育」かといった、二項対立的な議論には戻らない。知識と思考力の双方をバランスよく、確実に育むという基本姿勢を踏襲し、学習内容の削減を行うことはしない。高校教育については、些末な事実的知識の暗記が大学入学者選抜で問われることが課題となっており、そうした点を克服するため、重要用語の整理等を含めた高大接続改革等を進める。
- 学校教育の良さをさらに進化させることを目指し、「学校教育を通じてどのような力を育むか」を明確にして育成する。「アクティブ・ラーニング」の視点は、知識が生きて働くものとして習得され、必要な力が身に付くことを目指すもの。知識の量を削減せず、質の高い理解を図るための学習過程の質的改善を行う。

  「アクティブ・ラーニング」の視点として、①対話的・②主体的で③深い学び、の三つがあげられ、特に「深い学び」こそが質の高い理解に不可欠であるとされています。

本会においても、この改定に向けて、数学教育における不易と流行を見極めつつ、学習過程の質的改善に向け実践研究に取り組み、数学を学ぶ楽しさ素晴らしさを伝え、数学への興味・関心や将来に向けての動機づけなどの学ぶ意欲の向上と実社会との関わりを意識した数学的活動及び探究活動の充実等を図ることが必要であると考えます。

さて、今年第54回総会並びに第53回研究大会の開催を迎える運びとなりました。この間本会は、本県における算数・数学教育の教育研究団体の中核として、数々の実績を積み重ね、本県の数学教育の資質向上に貢献してきました。今後もその理念を大事に、実践研究をさらに継続発展させていくことが大事であります。

昨年度同様、今年度も総会に引き続き研究大会として、知念高等学校加原英樹教諭、中部商業高等学校漢那初美教諭、普天間高等学校仲松辰美教諭の御三名の先生方が、それぞれの教科指導法のテーマを追求した研究発表が行われます。また、本発表は、7月に実施される九州数学研究大会の先行発表も兼ねています。今回の発表を多くの先生方が参考にして頂き、今後の実践に役立てて頂ければ幸いであります。

最後に、本日の趣旨に賛同頂き、指導助言者として参加下さった県立総合教育センター喜久本直貴主事に心より感謝申し上げます。併せて第40回「高校数学を考える会」に琉球大学より金子譲一先生、小須田雅先生、陳春航先生、山城康一先生の4名の先生方のご参加大変有難うございました。さらに、学期末のお忙しい折、ご参加くださいました多くの先生方にも御礼申し上げ挨拶とします。

沖縄県高等学校数学教育会　第54回総会および第53回研究大会

1　研究主題　　「確かな学力の定着を図り，生きる力をはぐくむ数学教育」

2　会　　場　　北谷高等学校

3　日　　程　　平成２８年６月２７日（月）

受　　付	13：30～14：00
全 体 総 会	14：00～14：30
高校部会総会	14：40～15：10
研究大会および意見交換	15：20～16：50

4　部会総会

(1)開会のことば　　副会長
(2)会長あいさつ　　会　長
(3)議長選出
(4)議　　事
①平成２７年度会務報告
②平成２７年度決算報告及び監査報告
③平成２８年度役員選出（案）
④平成２８年度行事計画（案）
⑤平成２８年度予算（案）
⑥その他
(5)閉会の言葉　　副会長

5　研究大会

発表者

加　原　英　樹　先生（知念高等学校）
研究主題　　数学への苦手意識を克服するアクティブラーニング型授業の実践
漢　那　初　美　先生（中部商業高等学校）
研究主題　　普段の授業でキャリア教育を
副　　題　　私のAL型授業の実践と効果
仲　松　辰　美　先生（普天間高等学校）
研究主題　　学びを深める指導の工夫
副　　題　　他者との関わりを通して
指導助言　　喜久本　直　貴（沖縄県立総合教育センター指導主事）

6　大会当日の役員

総務	会長	星　野　　朗（北　山）	
	副会長	金　城　栄　一（知　念）	西　原　　誠（陽明）
		崎　間　恒　哉（向　陽）	
	事務局	比　嘉　紀　朝（豊見城）	

沖縄県高等学校数学教育会会則

第１条　本会は沖縄県高等学校数学教育会と称す。

第２条　本会の事務局は原則として那覇市近郊の高等学校におく。

第３条　本会は沖縄県高等学校数学教育会の興隆と会員の相互親睦を図ることを目的とする。

第４条　本会は前条の目的を達成するために次の事業を行う。
１、数学教育に関する研究と調査
２、講習会、講演会および研修会などの開催
３、会誌の発行
４、九州数学教育会、日本数学教育学会との連携
５、その他

第５条　本会は沖縄県の高等学校数学教師ならびに本会の目的に賛同する者をもって組織する。

第６条　本会の目的を達成するために次の機関を置く。
１、総会　　２、代議員会　　３、理事会　　４、各種委員会

第７条　総会は会長が召集し、年１回以上開き、次の事項を付議する。
１、代議員会の決定事項および会計監査の承認
２、本会の解散、合併またはそれに準ずる事項
３、その他重要な事項
２　総会の議事は出席者の過半数をもって決する。

第８条　代議員会は会長が召集し、この会則の定める事項の他、次の事項を審議決定する。
１、事業計画および予算　　２、事業報告および決算
３、会則および内規の改正　　４、その他理事会の起案する事項
２　代議員会の議事は出席者の過半数をもって決する。

第９条　理事会は会長が召集し、この会則の定める事項の他、次の事項を審議する。
１、代議員会に提案する事項
２、代議員会で決定した事項の執行
２　理事会の議事は出席者の過半数をもって決する。

第 10 条　本会に次の役員をおく。
役員の任期は１年とし、再選を妨げない。
会長　１名　　副会長　３名
理事　若干名（うち１名は常任理事）
監事　３名

第 11 条　役員は代議員会において選出する。
１、会長は本会を代表し、会務を総理する。
２、副会長は会長を補佐し、会長に事故あるときは、その職務を代行する
３、理事は理事会を構成し、会務を執行する。
４、常任理事は事務局を構成する。
５、監事は本会の会計を監査する。

第 12 条　代議員は各高等学校において会員中より１名選出し、また必要に応じて会長が委嘱する。　代議員は代議員会を構成する。

第 13 条　本会の会計年度は、４月１日に始まり、翌年３月３１日に終わる。

第 14 条　本会の経費は、会費、補助金、およびその他の収入を持ってこれに充てる。

第 15 条　本会の会員は、会費を納入するものとする。

第 16 条　この会則の施行についての細則は、代議員会において決定する。

付　則
この会則は、１９６７年４月１日より施行する。
一部改正　　平成１７年４月１日

平成２７年度　沖縄県高等学校数学教育会　会務報告

平成２７年

４月１６日　第１回　沖数教事務局長会（小禄高校）

４月１７日　第１回　診断テスト委員会　（那覇国際高校）

５月１６日　第１回　沖数教役員会（球陽高校）

平成27年度新役員、第１回理事会・代議員会について

５月１４日　第２回　診断テスト委員会　（那覇高国際高校）

５月２２日　第３９回「高校数学教育を考える会」（宜野湾高校）

平成27年度琉球大学入試問題について　（県内各校より４２名参加）

琉球大学参加者

◇理学部数理科学科　　菅　修一　先生、須藤　隆洋　先生

◇教育部数学教育専攻　　石川　雅雄　先生、山城　康一　先生

５月２８日　第２回　沖数教役員会（球陽高校）

第４２回総会並びに研究大会、第６９回九数教沖縄大会に向けて

第１回　沖数教理事代議員会（球陽高校）

役員選出、会務報告、決算、年間計画、予算、その他

５月２８日　第３回　診断テスト委員会　（那覇国際高校）

６月２４日　平成２７年度　沖縄県高等学校数学教育会　第５３回総会および第５２回研究大会

沖縄県数学教育会　第４２回総会並びに研究大会

研究主題　　「確かな学力の定着を図り，生きる力をはぐくむ数学教育」

会　　場　　球陽高等学校　（九数教沖縄大会のリハーサルを兼ねて実施）

発 表 者　◇佃　　智　美　先生（宜野湾高等学校）

◇高　里　ちなみ　先生（沖縄工業高等学校）

◇田　口　清　陽　先生（真和志高等学校）

指導助言　　前　里　哲　寿（沖縄県立総合教育センター指導主事）

会誌５１号「高校数学教育」　発行

第３回　沖数教役員会　　第６９回九数教沖縄大会に向けて

７月　上旬　第２回　診断テスト実施

７月２９日　第６９回　九州数学教育会総会並びに九州算数・数学教育研究（沖縄）大会

～３１日　発 表 者　◇比　嘉　義一郎　先生（宜野座高等学校）

◇佃　　智　美　先生（宜野湾高等学校）

◇真栄田　義　尚　先生（首里高等学校）

◇寺　西　隼　人　先生（名護高等学校）

◇高　里　ちなみ　先生（沖縄工業高等学校）

◇小　嶺　賢　司　先生（名護商工高等学校）

◇田　口　清　陽　先生（真和志高等学校）

授業者 ◇知名勝史 先生（浦添高等学校）
◇神谷百恵 先生（西原高等学校）
◇宮里　崇 先生（普天間高等学校）
◇禰保研光 先生（首里高等学校）
◇渡慶次真和 先生（那覇高等学校）
◇宮城　靖 先生（那覇国際高等学校）

9月　3日　第３８回　小中高合同研究会　第１回準備委員会

9月１７日　第４回　沖数教役員会　（小禄高校）
第２回　理事会・代議員会に向けて

１０月　６日　沖数教　第２回　理事会・代議員会（球陽高校）
第６９回　九数教沖縄大会の報告、第４２回総会の報告

１０月　９日　第４回　診断テスト委員会　（那覇国際高校）

１０月２３日　第５回　診断テスト委員会　（那覇国際高校）

１１月　６日　第６回　診断テスト委員会　（那覇国際高校）

１１月１９日　第３８回　小中高合同研究会（豊見城高等学校）参加者４０名
授業者　：山里守彦 先生（豊見城高等学校教諭）
授業研究会講師　：上原彩子　（沖数教小学校部会事務局）
山城高雄　（沖数教中学校部会事務局）
比嘉紀朝　（沖数教高校部会事務局）
講話「互除法とピタゴラス音階」
講師：伊禮三之　（琉球大学教育学部准教授）

１１月２１日　九州数学教育会　理事・代表者会議　問題集編集会議　（福岡）
会長：金城正巳（宜野湾高校校長）　事務局：比嘉紀朝（豊見城高校）

１２月　上旬　第２回　診断テスト実施

平成２８年

2月　4日　第５回　沖数教役員会
第３回理事会に向けて　第７０回九数教大分大会に向けて

2月１２日　第７回　診断テスト委員会　（那覇国際高校）

2月２３日　第３回　沖数教理事会
平成27年度総括、次年度に向けて

3月２７日　第１回大学入試問題検討委員会
以降、４月まで数回に渡り委員会開催

平成２７年度　沖縄県高等学校数学教育会　決算

収入	支出	残金
494,894	471,085	23,809

収入の部

項	目	科目	予算額	決算額	△未・過収入額	説明
1	1	学校分担金	200,000	242,431	42,431	分担金＋会費
	2	会費				
	3	繰越金	12,439	12,439	0	前年度からの繰越
	4	補助金	12,000	0	△ 12,000	九数教からの補助
	5	協賛金	200,000	170,000	△ 30,000	管理職からの協賛金
	6	雑収入	120,000	50,000	△ 70,000	基礎問題集編集委員会より
	7	寄付金	0	20,000	20,000	本成浩OBより
	8	通帳利息	0	24	24	
計			544,439	494,894	△ 49,545	

支出の部

項	目	科目	予算額	決算額	残額	説明
1		運営費	57,000	44,114	12,886	
	1	庶務費	10,000	0	10,000	通信費，消耗品費
	2	会議費	4,000	1,114	2,886	会議，大会運営費
	3	手当	17,000	17,000	0	事務局1万1千＋監査2千×3
	4	沖数教会費	26,000	26,000	0	沖数教への会費
2		事務費	245,000	136,971	108,029	
	1	研究発表補助費	60,000	0	60,000	九数教大会事務局より補助
	2	派遣費	70,000	18,540	51,460	11月：会長 事務局 7万
	3	講習・講演会費	5,000	0	5,000	小中高合同研究授業
	4	委員会活動費	45,000	45,000	0	基礎問題集編集委員会25,000 大学入試委員会20,000
	5	研究調査補助費	5,000	5,391	△ 391	基礎問題集改訂
	6	支部活動補助費	0	0	0	
	7	会誌発行費	60,000	68,040	△ 8,040	会誌第51号製本代
3		沖数教分担金	240,000	240,000	0	
4		雑費	0	0	0	
5		九数教沖縄大会積立費	0	50,000	△ 50,000	日数教沖縄大会積立金
6		予備費	2,439	0	2,439	
計			544,439	471,085	73,354	

収入	支出	残金	
494,894	471,085	23,809	･･･H28年度へ繰り越し

監査報告書

沖縄県高等学校数学教育会
会長　　金城　正巳　殿

平成27年度沖縄県高等学校数学教育会の会計監査の結果を下記の通り報告します。

記

会計監査は、金銭出納簿、証書書類および預金通帳によって実施した。

1．証書類は、金銭出納簿の通り整理されていた。

2．残高　２３，８０９円　は、琉球銀行小禄支店普通預金口座　２０５－２７８　に預金されていることを確認した。

3．九数教沖縄大会通帳として、琉球銀行小禄支店普通預金口座　４７０－５６０に金額　１，０２９，２５２円　が預金されていることを確認した。

以上、監査の結果、異常を認めない。

平成２８年５月12　日（木）
沖縄県高等学校数学教育会
監査委員
平良哲也
金城順也
城間晴美

平成28年度　沖縄県高等学校数学教育会役員

高数教三役

高数教	名前	勤務先	備考
会長	星野　朗	北山	校長
副会長	金城栄一	知念	教頭
	西原　誠	陽明	
	崎間恒哉	向陽	
事務局	比嘉紀朝	豊見城	教諭
書記			
会計			

高数教理事

高数教		名前	勤務先	備考
理事	各種委員会	池間健将	那覇国際	診断テスト委員長
		田口清陽	真和志	大学入試問題研究委員長
		髙原香織	那覇	基礎問題集編集委員会委員長
				研修集会委員長
	沖数教	上原正也	小禄	沖数教事務局
	校長	太田守克	宜野座	
		宮城　薫	美里	
		島仲利泰	球陽	
		石垣有三	北谷	
		金城正巳	北中城	
		比嘉正二	陽明	
		比嘉良徳	首里	
		髙江洲武	真和志	
		半嶺通男	向陽	
		小成善保	八重山	
		砂川岩雄	泊	
	教頭	仲舛盛順	コザ	
		小嶺雅春	宜野湾	
		前三盛英明	浦添	
		宮城竜幸	開邦	
		金城　毅	久米島	
		金城昭人	沖縄水産	
	行政	與那嶺善道	教育指導統括監	教育庁
		半嶺　満	県立学校教育課	
		玉城学	県立学校教育課	
		伊志嶺嘉典	県立学校教育課	
		安仁屋宗一郎	県立学校教育課	
		金城正樹	総務課	
		上江洲寿	学校人事課	
		真喜屋篤	学校人事課	
		川添貴司	生涯学習振興課	
		仲地範禮	教育支援課	
		大渡裕司	教職研修総括	教育センター
		平良淳	学校支援総括	
		前里哲寿	教科研修班	
		喜久本直貴	教育経営研修班	
		新井孝雄	教育経営研修班	
		宮城広行		離島児童生徒支援センター

沖数教役員（高数教選出）

沖数教	名前	勤務先	備考
会長	石垣有三	北谷	校長
副会長	星野　朗	北山	
理事	金城正巳	北中城	校長
	比嘉正二	陽明	
	髙江洲武	真和志	
代議員	小嶺雅春	宜野湾	教頭
	西原　誠	陽明	
	金城栄一	知念	
	崎間恒哉	向陽	
	安仁屋宗一郎	県立学校教育課	教育庁
監査	上江洲隆	具志川	教諭

各種委員会

委員会	名前	勤務先	名前	勤務先
診断テスト委員会	◎池間健将	那覇国際	宮里恒輝	開邦
	新垣公崇	読谷	金城順也	首里
	多和田哲章	球陽	西村松太朗	豊見城南
	新城武光	那覇	漢那宗裕	糸満
	照屋全人	那覇国際	上江洲　隆	具志川
	屋富祖　直	小禄	上原正也	小禄（沖数教）
	比嘉義一郎	宜野座	比嘉紀朝	豊見城（高数教）
大学入試問題研究委員会	◎田口清陽	真和志	仲本琴美	小禄
	玉城重光	開邦	永吉和紀	豊見城
	湧川泰成	開邦	平良哲也	首里東
基礎問題集編集委員会	◎髙原香織	那覇	金城順也	首里
	真栄田義尚	首里	禰保研光	首里
	平田直樹	那覇	石川　哲	浦添商業
	又吉紗季	那覇西		
研究集会委員会				
数学コンテスト委員会	休会			

高数教監査

監査	金城順也	首里
	城間晴美	沖縄工業
	前泊聖子	那覇

平成２８年度 行事計画

１．会員の各種委員会での教育研究活動および親睦
２．沖数教・九数教・日数教との連携および活動

月	行　事　予　定	説　　明
4		
5	委　員　会　活　動 理事会・代議員会(5/19) 高校数学教育を考える会(5/19) 沖数教第１回理事会・代議員会(5/19)	各種委員会活動開始 場所：　豊見城高校 琉大参加者：4名 【理学部数理科学科】 金子譲一・小須田雅・陳春航 【教育部数学教育専攻】山城康一 会場：　豊見城高校
6	沖数教　43回総会・研究大会(6/27) 高数教　54総会・53研究大会(6/27)	会誌第52号発行予定 発表予定者：３名を予定 加　原　英　樹（知念高校） 漢　那　初　美（中部商業高校） 仲　松　辰　美（普天間高校） 会場：北谷高校
7	数学診断テスト(上旬) 九数教　理事・代議員会(7/24) 九数教　研究大会(沖縄：7/25～26)	会場：大分西高等学校（大分県） 発表予定者：分科会 加　原　英　樹（知念高校） 漢　那　初　美（中部商業高校） 仲　松　辰　美（普天間高校）
8		
9		
１０		
１１	小中高合同研究会(11月下旬予定） 九数教 理事・代議員会(福岡11/26予定)	研究授業：(今年度は中学校で実施) 会長、事務局長派遣
１２	数学診断テスト（上旬）	
1		
2		
3		

※　この他に役員会、日数教沖縄大会準備委員会を予定

平成28年度　沖縄県高等学校数学教育会　予算（案）

収入の部

項	目	科目	予算額	前年度予算額	増△減	説明
1	1	学校分担金	220,000	200,000	20,000	分担金＋会費
	2	会費				
	3	繰越金	23,809	12,439	11,370	前年度からの繰越
	4	補助金	12,000	12,000	0	九数教からの補助
	5	協賛金	150,000	200,000	△ 50,000	管理職からの協賛金
	6	雑収入	140,000	120,000	20,000	基礎問題集編集委4万、診断テスト委10万
計			545,809	544,439	1,370	

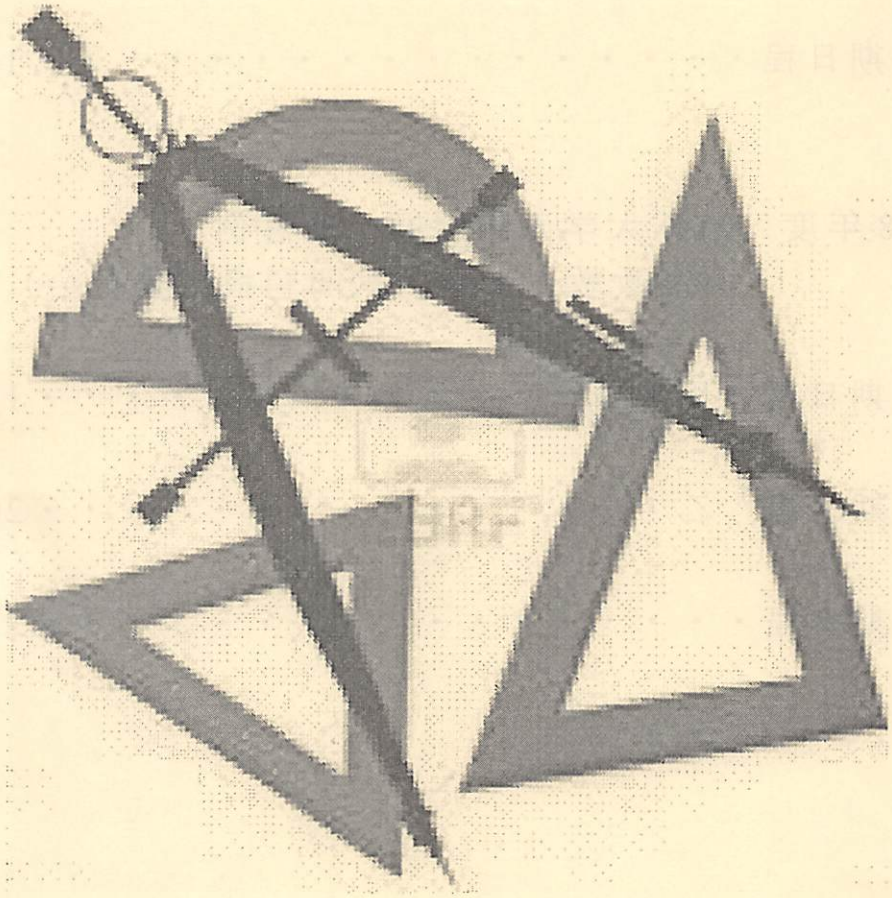
支出の部

項	目	科目	予算額	前年度予算額	増△減	説明
1		運営費	49,000	57,000	△ 8,000	
	1	庶務費	3,000	10,000	△ 7,000	通信費，消耗品費
	2	会議費	3,000	4,000	△ 1,000	会議，大会運営費
	3	手当	17,000	17,000	0	事務局1万1千＋監査2千×3
	4	沖数教会費	26,000	26,000	0	沖数教への会費
2		事務費	218,000	245,000	△ 27,000	
	1	研究発表補助費	30,000	60,000	△ 30,000	１万円×3人
	2	派遣費	100,000	70,000	30,000	7月：九数教研究大会 11月：九数教理事会
	3	講習・講演会費	3,000	5,000	△ 2,000	小中高合同研究授業
	4	委員会活動費	15,000	45,000	△ 30,000	大学入試委員会
	5	研究調査補助費	5,000	5,000	0	
	6	支部活動補助費	0	0	0	八重山支部
	7	会誌発行費	65,000	60,000	5,000	会誌第52号製本代
3		沖数教分担金	240,000	240,000	0	
4		雑費	0	0	0	
5		九数教沖縄大会積立費	35,000	0	35,000	日数教沖縄大会積立金
6		予備費	3,809	2,439	1,370	
計			545,809	544,439	1,370	

平成２８年度
第 40 回高校数学教育を考える会

(沖縄県高校数学教育会・琉球大学)

平成 28 年 5 月 19 日(木)



目　次

平成 28 年度　琉球大学入試試験問題についての感想と質問
（高数教　大学入試問題検討委員会）

前期日程　甲・・・・・・・・・・・・・・・・・・13

前期日程　乙・・・・・・・・・・・・・・・・・・14

後期日程・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・14

平成 28 年度　琉球大学入試問題　解答例
（高数教　大学入試問題検討委員会）

前期日程　甲・・・・・・・・・・・・・・・・・・15

前期日程　乙・・・・・・・・・・・・・・・・・・20

後期日程・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・22

平成28年度（2016）琉球大学入試問題（前期・甲）に関する質問事項

問題番号	範囲	分野	難易度	質問事項
1 問1 問2 問3 問4	数Ⅲ	複素数平面	易 標準 標準 易	・$z^4+z^3+z^2+z+1$は，直接 $z=\cos\theta+i\sin\theta$ を代入して求めた受検生もいたか。 ・５倍角を使って解いた受検生もいたか ・受検生はどの問でつまずいていたか。
2 問1 問2	数Ⅲ	積分法	易 標準	・採点は場合分けごとに点を与えているのか。 ・問１の場合のみ解いていた受検生はその部分の得点と考えていいか。 ・配点を知りたい。 ・増減表をしっかり書いて、極大極小について説明できていたか。 ・$\frac{2}{1+e}$ や $\log\frac{e}{1+e}$ の範囲をしっかり評価できていたか。減点もあったか。
3 問1 問2 問3	数Ⅲ	積分法	易 標準 標準	・問２から逆数をとるときに正であることや，$0<x<4$ などの記述・説明は採点基準になったか。完璧にできている受検生はいたか。 ・医学科はこの問題で合否が分かれたか。
4 問1 問2	数B	確率	易 標準	・しっかり記述ができていたかどうか。 ・記述が足りないもの，答えだけのものはどう得点を与えたか。説明の方法について、採点基準が細かく分かれているのか。 ・「$n\geqq 3$ のとき」や「これは$n=1,2$ のときも成り立つ」などの記述ができていたか。できていない場合は減点か。
全体 ・各大問の小問ごとの配点を知りたい ・数Ⅲの微積を中心として，基本がしっかりできている受検生が得点できる問題になっていて良かった。				

（注：易・標準・難は教科書レベルにおいて）

平成 28 年度（2016）琉球大学入試問題（前期・乙）に関する質問事項

問題番号	範囲	分野	難易度	質問事項
1				
問1	数Ⅱ		易	・記述はしっかりできていたか。
問2	数B		易	・証明を出題したのは良かった。
問3	数Ⅰ		易	
2				
問1	数Ⅰ	積分法	易	・図より$y = ax^2$とした受検生はいたか。減点等はあったか。
問2	数Ⅱ		易	
問3	数Ⅱ		標準	
全体 ・難化した印象があるがどうでしょうか。 ・答えがあっているが減点したのはどんなものがあったか。 ・表現で減点することは乙ではあるか。				

平成 28 年度（2016）琉球大学入試問題（後期）に関する質問事項

問題番号	範囲	分野	難易度	質問事項
1				
問1	数Ⅱ	図形と方程式	易	・線形計画法で解いている受検生が多かったか。
問2			易	・u と v の範囲について書いた生徒には何かあったか。
問3			標準	
2				
問1	数Ⅲ	積分法	易	・アポロニウスの円の知識があり，図形の考察のみで答えが出ているものはどう採点したか。
問2			標準	
3				
問1	数Ⅲ	積分法	標準	・グラフの様子を書いた場合，極限の様子などは採点基準として求めたか。
問2			標準	
4				
問1	数A	確率	易	・問２と問３で正答率が変わったか。
問2			易	・元という表現に問題はなかったか。
問3			易	
全体 ・易しくなった印象がある。 ・得点率や得点の分布は期待した通りだったか。				

（注：易・標準・難は教科書レベルにおいて）

1 iを虚数単位とし，$z=\cos\frac{2\pi}{5}+i\sin\frac{2\pi}{5}$ とおく。次の問いに答えよ。(50点)

問1　z^5 および $z^4+z^3+z^2+z+1$ の値を求めよ。

問2　$t=z+\frac{1}{z}$ とおく。t^2+t の値を求めよ。

問3　$\cos\frac{2\pi}{5}$ の値を求めよ。

問4　半径1の円に内接する正五角形の1辺の長さの2乗を求めよ。

解答　問1　ド・モアブルの定理より，

$$z^5=\left(\cos\frac{2\pi}{5}+i\sin\frac{2\pi}{5}\right)^5$$
$$=\cos\left(5\cdot\frac{2\pi}{5}\right)+i\sin\left(5\cdot\frac{2\pi}{5}\right)$$
$$=\cos 2\pi+i\sin 2\pi$$
$$=1$$

$z^5-1=0$ より，$(z-1)(z^4+z^3+z^2+z+1)=0$

ここで，$z\neq 1$ であるから，$z^4+z^3+z^2+z+1=0$　終

問2　$$t^2+t=\left(z+\frac{1}{z}\right)^2+\left(z+\frac{1}{z}\right)$$
$$=z^2+z+2+\frac{1}{z}+\frac{1}{z^2}$$
$$=\frac{1}{z^2}(z^4+z^3+2z^2+z+1)$$
$$=\frac{1}{z^2}(z^4+z^3+z^2+z+1+z^2)$$
$$=\frac{1}{z^2}\cdot z^2$$
$$=1$$　終

問3　$\cos\frac{2\pi}{5}$ は z の実部なので，$\cos\frac{2\pi}{5}=\frac{1}{2}(z+\overline{z})$

$|z|=1$ であるから，$z\overline{z}=1$ より $\overline{z}=\frac{1}{z}$ なので $\cos\frac{2\pi}{5}=\frac{1}{2}\left(z+\frac{1}{z}\right)$

ここで，$t=z+\frac{1}{z}$ とおくと，$\cos\frac{2\pi}{5}=\frac{t}{2}$ であるが，問2より $t^2+t-1=0$ が成り立つ。

$0<\frac{2\pi}{5}<\frac{\pi}{2}$ より，$\cos\frac{2\pi}{5}$ と t は正であるから，$t=\frac{-1+\sqrt{5}}{2}$

したがって，$\cos\frac{2\pi}{5}=\frac{t}{2}=\frac{-1+\sqrt{5}}{4}$　終

別解　$\theta=\frac{\pi}{5}$ とすると，$\sin 3\theta=\sin\frac{3\pi}{5}=\sin\left(\pi-\frac{2\pi}{5}\right)=\sin\frac{2\pi}{5}=\sin 2\theta$ であり，

$$\sin 3\theta=\sin(2\theta+\theta)$$
$$=\sin 2\theta\cos\theta+\cos 2\theta\sin\theta$$
$$=2\sin\theta\cos\theta\cdot\cos\theta+(1-2\sin^2\theta)\sin\theta$$

$$=2\sin\theta\cos^2\theta+\sin\theta-2\sin^3\theta$$
$$=2\sin\theta(1-\sin^2\theta)+\sin\theta-2\sin^3\theta$$
$$=3\sin\theta-4\sin^3\theta$$

より，

$$3\sin\theta-4\sin^3\theta=2\sin\theta\cos\theta$$

ここで，$\sin\theta\neq 0$ であるから，両辺を $\sin\theta$ で割って，

$$3-4\sin^2\theta=2\cos\theta$$

ゆえに　$3-4(1-\cos^2\theta)=2\cos\theta$

整理して　$4\cos^2\theta-2\cos\theta-1=0$

よって　$\cos\theta=\dfrac{1\pm\sqrt{5}}{4}$

$0<\cos\dfrac{\pi}{5}<1$ であるから　$\cos\dfrac{\pi}{5}=\dfrac{1+\sqrt{5}}{4}$

$$\cos\frac{2\pi}{5}=2\cdot\left(\frac{1+\sqrt{5}}{4}\right)^2-1=\frac{6+2\sqrt{5}}{8}-1=\frac{-1+\sqrt{5}}{4}$$ 終

問4　複素平面上で原点，1，z を頂点とする三角形を考えると，
余弦定理より，求める正五角形の 1 辺の長さの 2 乗は，

$$1^2+1^2-2\cdot1\cdot1\cdot\cos\frac{2\pi}{5}=2-2\cos\frac{2\pi}{5}=2-2\cdot\frac{-1+\sqrt{5}}{4}=\frac{5-\sqrt{5}}{2}$$ 終

2 定積分$\int_a^{a+1}|e^x-1|dx$の値を$I(a)$とする。次の問いに答えよ。(50点)

問1　$-1\leqq a\leqq 0$のとき，$I(a)$をaで表せ。

問2　aが実数全体を動くとき，$I(a)$を最小にするようなaの値を求めよ。

解答　問1　$e^x-1=0$のとき，$x=0$より

$$|e^x-1|=\begin{cases}1-e^x & (x\leqq 0)\\ e^x-1 & (x\geqq 0)\end{cases}$$ であり，

$-1\leqq a\leqq 0$のとき，$0\leqq a+1\leqq 1$であるから，

$$I(a)=\int_a^0(1-e^x)dx+\int_0^{a+1}(e^x-1)dx$$
$$=\Big[x-e^x\Big]_a^0+\Big[e^x-x\Big]_0^{a+1}$$
$$=(0-1)-(a-e^a)+(e^{a+1}-a-1)-(1-0)$$
$$=(e+1)e^a-2a-3$$ 終

問2　(i)　$a\leqq -1$のとき

$I(a)=\int_a^{a+1}(1-e^x)dx=\Big[x-e^x\Big]_a^{a+1}=(a+1-e^{a+1})-(a-e^a)=1-(e-1)e^a$である。

$I'(a)=-(e-1)e^a$より，$a\leqq -1$のとき$I(a)$は単調減少なので

$I(a)$を最小にするようなaの値は$a=-1$であり，

$I(-1)=1-(e-1)e^{-1}=\dfrac{1}{e}$

(ii)　$-1<a<0$のとき

問1より$I(a)=(e+1)e^a-2a-3$であるから，$I'(a)=(e+1)e^a-2$である。

よって，$I'(a)=0$となるのは$a=\log\dfrac{2}{e+1}$のときであるが，

$1-\dfrac{2}{e+1}=\dfrac{e-1}{e+1}>0$ かつ $\dfrac{2}{e+1}-\dfrac{1}{e}=\dfrac{2e-(e+1)}{e(e+1)}=\dfrac{e-1}{e(e+1)}>0$

から$\dfrac{1}{e}<\dfrac{2}{e+1}<1$より，$-1<\log\dfrac{2}{e+1}<0$がわかる。

したがって，この区間での$I(a)$の増減表は以下のようになる。

a	-1	$\cdots$	$\log\dfrac{2}{e+1}$	$\cdots$	0
$I'(a)$		$-$	0	$+$	
$I(a)$	$\dfrac{1}{e}$	↘	極小	↗	$e-2$

よって$-1<a<0$のとき，$I(a)$を最小にするようなaの値は$a=\log\dfrac{2}{e+1}$である。

(iii)　$a\geqq 0$のとき，

$I(a)=\int_a^{a+1}(e^x-1)dx=\Big[e^x-1\Big]_a^{a+1}=(e^{a+1}-a-1)-(e^a-a)=(e-1)e^a-1$

$I'(a)=(e-1)e^a$より，$a\geqq 0$のとき$I(a)$は単調増加なので，

$I(a)$を最小にするようなaの値は$a=0$であり，

$I(0)=(e-1)e^0-1=e-2$

(i)〜(iii)より，$I(a)$を最小にするようなaの値は$a=\log\dfrac{2}{e+1}$である。 終

3 次の問いに答えよ。(50点)

問1　自然数 n に対して $\displaystyle\int_{\frac{1}{n}}^{\frac{2}{n}} \frac{1}{x}\,dx$ を求めよ。

問2　$x>0$ のとき，不等式 $x-\dfrac{x^2}{2}<\log(1+x)<x$ が成り立つことを示せ。

問3　極限 $\displaystyle\lim_{n\to\infty}\int_{\frac{1}{n}}^{\frac{2}{n}} \frac{1}{x+\log(1+x)}\,dx$ を求めよ。

解答　問1　$\displaystyle\int_{\frac{1}{n}}^{\frac{2}{n}} \frac{1}{x}\,dx=\Big[\log|x|\Big]_{\frac{1}{n}}^{\frac{2}{n}}=\log\frac{2}{n}-\log\frac{1}{n}=(\log 2-\log n)-(\log 1-\log n)=\log 2$ 終

問2　$f(x)=x-\log(1+x)$ とすると，$f'(x)=1-\dfrac{1}{1+x}=\dfrac{x}{1+x}$

$g(x)=\log(1+x)-x+\dfrac{x^2}{2}$ とすると，$g'(x)=\dfrac{1}{1+x}-1+x=\dfrac{x^2}{1+x}$

$x>0$ のとき　$f'(x)>0$，$g'(x)>0$ であることと　$f(0)=0$，$g(0)=0$ より，

$x>0$ のとき　$f(x)=x-\log(1+x)>0$　かつ　$g(x)=\log(1+x)-x+\dfrac{x^2}{2}>0$

よって，$x>0$ のとき　$x-\dfrac{x^2}{2}<\log(1+x)<x$　は成り立つ。 終

問3　問2から，$x>0$ のとき　$2x-\dfrac{x^2}{2}<x+\log(1+x)<2x$

$0<x<4$ のとき，

$2x-\dfrac{x^2}{2}=2x\left(1-\dfrac{x}{4}\right)>0$ より，$\dfrac{1}{2x}<\dfrac{1}{x+\log(1+x)}<\dfrac{1}{2x-\frac{x^2}{2}}$　が成り立つ。

n を十分大きい値であるとすると，$0<\dfrac{1}{n}<\dfrac{2}{n}<4$ であり，

$$\int_{\frac{1}{n}}^{\frac{2}{n}} \frac{1}{2x}\,dx<\int_{\frac{1}{n}}^{\frac{2}{n}} \frac{1}{x+\log(1+x)}\,dx<\int_{\frac{1}{n}}^{\frac{2}{n}} \frac{1}{2x-\frac{x^2}{2}}\,dx$$

ここで，$\dfrac{1}{2x-\frac{x^2}{2}}=\dfrac{2}{4x-x^2}=\dfrac{2}{x(4-x)}=\dfrac{1}{2}\left(\dfrac{1}{x}+\dfrac{1}{4-x}\right)$　より

$$\int_{\frac{1}{n}}^{\frac{2}{n}} \frac{1}{2x-\frac{x^2}{2}}\,dx=\frac{1}{2}\left(\Big[\log|x|\Big]_{\frac{1}{n}}^{\frac{2}{n}}-\Big[\log|4-x|\Big]_{\frac{1}{n}}^{\frac{2}{n}}\right)=\frac{1}{2}\left(\log 2-\log\left|4-\frac{2}{n}\right|+\log\left|4-\frac{1}{n}\right|\right)$$

よって　$\displaystyle\lim_{n\to\infty}\int_{\frac{1}{n}}^{\frac{2}{n}} \frac{1}{2x-\frac{x^2}{2}}\,dx=\frac{1}{2}(\log 2-\log 4+\log 4)=\frac{1}{2}\log 2$

一方，問1から　$\displaystyle\lim_{n\to\infty}\int_{\frac{1}{n}}^{\frac{2}{n}} \frac{1}{2x}\,dx=\frac{1}{2}\log 2$

ゆえに，はさみうちの原理から　$\displaystyle\lim_{n\to\infty}\int_{\frac{1}{n}}^{\frac{2}{n}} \frac{1}{x+\log(1+x)}\,dx=\frac{1}{2}\log 2$ 終

4　Nを3以上の自然数とする。

1からNまでの数字が1つずつ書かれたN枚のカードを袋に入れ，「無作為に1枚カードを取り出し，そのカードを袋に戻さずに次のカードを取り出す」という作業を3枚のカードを取り出すまで繰り返す。取り出された3枚のカードに書かれた数の最大値をXとする。

また，1からNまでの数字が1つずつ書かれたN枚のカードを袋に入れ，「無作為に1枚カードを取り出してはそれに書かれた数を記録し，袋に戻す」という作業を3回行い，記録された数の最大値をYとする。

nをN以下の自然数とする。$X=n$となる確率をp_nとし，$Y=n$となる確率をq_nとする。

次の問いに答えよ。(50点)

問1　p_3，q_1，q_2，q_3を求めよ。

問2　p_nとq_nを求めよ。

解答　問1　p_3を求める。

$X=3$となるのは，取り出された3枚のカードの数字が1，2，3のときで，その取り出し方は全部で6通りある。

一方，3枚のカードを順に取り出す方法は全部で${}_NP_3=N(N-1)(N-2)$通りある。

よって，$p_3=\dfrac{6}{N(N-1)(N-2)}$

q_1，q_2，q_3を求める。

「無作為に1枚カードを取り出してはそれに書かれた数を記録し，袋に戻す」とき，

カードを取り出す方法は全部でN^3通りある。

$Y=1$となるのは，取り出されたカードの数字が3回とも1のときなので，$q_1=\dfrac{1}{N^3}$

$Y=2$となるのは，取り出されたカードの数字が3回とも「1または2」のときで，

そのうち3回とも1である場合は除かれるから$2^3-1=7$通りある。

よって，$q_2=\dfrac{7}{N^3}$

$Y=3$となるのは，取り出したカードの数字が3回とも「1または2または3」のときで，

そのうち3回とも「1または2」である場合は除かれるから$3^3-2^3=27-8=19$通りある。

よって，$q_3=\dfrac{19}{N^3}$　答

問2　$n\geqq 3$のとき$X=n$となるのは，取り出した3枚のうち1枚がnで残りの2枚はn未満のときであるから，${}_3C_1\times(n-1)\times(n-2)=3(n-1)(n-2)$通りある。

したがって，$p_n=\dfrac{3(n-1)(n-2)}{N(N-1)(N-2)}$

$p_1=p_2=0$なので，これは，$n=1,2$のときも成り立つ。

よって，$p_n=\dfrac{3(n-1)(n-2)}{N(N-1)(N-2)}$

$n\geqq 2$のとき$Y=n$となるのは，取り出したカードの数字が3回とも1からnのいずれかで，

そのうち3回とも1から$n-1$のいずれかである場合は除かれるから，

$n^3-(n-1)^3=3n^2-3n+1$通りある。

したがって，$q_n=\dfrac{3n^2-3n+1}{N^3}$

問1から$q_1=1$なので，これは$n=1$のときも成り立つ。

よって，$q_n=\dfrac{3n^2-3n+1}{N^3}$　答

1 次の問いに答えよ。(50点)

問1　整数$P(x)$は，$P\left(\frac{5}{3}\right)=\frac{8}{3}$と$P\left(-\frac{7}{2}\right)=-\frac{5}{2}$を満たす。$P(x)$を$6x^2+11x-35$で割った余りを求めよ。

問2　座標空間内の3点A$(3,0,0)$，B$(0,3,0)$，C$(1,s,t)$を頂点とする三角形ABCの重心をG，原点をOとする。OG⊥AG，OG⊥ABとなるときのsとtの値を求めよ。

問3　変量xの値がx_1，x_2，x_3のとき，その平均値を$\overline{x}$とする。分散s^2を$\frac{1}{3}\{(x_1-\overline{x})^2+(x_2-\overline{x})^2+(x_3-\overline{x})^2\}$で定義するとき，$s^2=\overline{x^2}-(\overline{x})^2$となることを示せ。ただし，$\overline{x^2}$は$x_1^2$，$x_2^2$，$x_3^2$の平均値を表す。

解答　問1　$P(x)$を$6x^2+11x-35=(3x-5)(2x+7)$で割った商を$Q(x)$，余りを$ax+b$とすると，

$P(x)=(3x-5)(2x+7)Q(x)+ax+b$である。

$P\left(\frac{5}{3}\right)=\frac{8}{3}$と$P\left(-\frac{7}{2}\right)=-\frac{5}{2}$から，$\frac{5}{3}a+b=\frac{8}{3}$，$-\frac{7}{2}a+b=-\frac{5}{2}$であり，

これを解くと，$a=b=1$である。

よって余りは$x+1$である。■

問2　$\overrightarrow{OG}=\frac{1}{3}(\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}+\overrightarrow{OC})=\left(\frac{4}{3},1+\frac{s}{3},\frac{t}{3}\right)$，$\overrightarrow{AG}=\left(-\frac{5}{3},1+\frac{s}{3},\frac{t}{3}\right)$，$\overrightarrow{AB}=(-3,3,0)$

である。

OG⊥AG，OG⊥ABより，

$$\overrightarrow{OG}\cdot\overrightarrow{AG}=-\frac{20}{9}+\left(1+\frac{s}{3}\right)^2+\left(\frac{t}{3}\right)^2=0$$

$$\overrightarrow{OG}\cdot\overrightarrow{AB}=-1+s=0$$

となり，これを解くと$s=1$，$t=\pm2$である。■

問3　定義にしたがって計算すると

$$\begin{aligned}s^2&=\frac{1}{3}\{(x_1-\overline{x})^2+(x_2-\overline{x})^2+(x_3-\overline{x})^2\}\\&=\frac{1}{3}\{(x_1^2+x_2^2+x_3^2)-2(x_1+x_2+x_3)\overline{x}+3(\overline{x})^2\}\\&=\frac{x_1^2+x_2^2+x_3^2}{3}-2\overline{x}\cdot\frac{x_1+x_2+x_3}{3}+(\overline{x})^2\\&=\overline{x^2}-2\overline{x}\cdot\overline{x}+(\overline{x})^2\\&=\overline{x^2}-(\overline{x})^2\end{aligned}$$

となり，$s^2=\overline{x^2}-(\overline{x})^2$が示された。■

2 座標平面上の原点O，$P\left(\frac{\sqrt{3}}{2},\frac{1}{2}\right)$，$Q\left(-\frac{\sqrt{3}}{2},\frac{1}{2}\right)$ の3点を通る放物線 $y=ax^2+bx+c$ を C_1 とし，原点Oを中心とする半径1の円を C_2 とする。次の問いに答えよ。 (50点)

問1　a，b，c の値を求めよ。

問2　放物線 C_1 と線分PQで囲まれた図形の面積を求めよ。

問3　放物線 C_1 と円 C_2 で囲まれた図形のうち，放物線 C_1 の上側の部分の面積を求めよ。

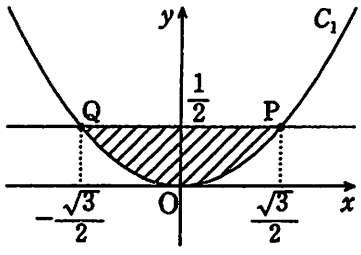
解答　問1　C_1 は原点を通り，P，Qは y 軸に関して対称であるから，$b=c=0$ である。

Pを通ることから，$\frac{1}{2}=a\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2$ を解いて $a=\frac{2}{3}$ である。終

問2　$-\frac{\sqrt{3}}{2}\leqq x\leqq\frac{\sqrt{3}}{2}$ の範囲で，放物線 C_1 は線分PQの下側にあるから，

求める面積は

$$\int_{-\frac{\sqrt{3}}{2}}^{\frac{\sqrt{3}}{2}}\left(\frac{1}{2}-\frac{2}{3}x^2\right)dx=2\int_0^{\frac{\sqrt{3}}{2}}\left(\frac{1}{2}-\frac{2}{3}x^2\right)dx$$



$$=2\left[\frac{x}{2}-\frac{2}{9}x^3\right]_0^{\frac{\sqrt{3}}{2}}$$

$$=2\left(\frac{\sqrt{3}}{4}-\frac{2}{9}\cdot\frac{3\sqrt{3}}{8}\right)$$

$$=\frac{\sqrt{3}}{3}$$ 終

※ $\int_{-\frac{\sqrt{3}}{2}}^{\frac{\sqrt{3}}{2}}\left(\frac{1}{2}-\frac{2}{3}x^2\right)dx$

$=\frac{1}{6}\cdot\left|-\frac{2}{3}\right|\cdot\left\{\frac{\sqrt{3}}{2}-\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)\right\}^3$

$=\frac{1}{6}\cdot\frac{2}{3}\cdot3\sqrt{3}$

$=\frac{\sqrt{3}}{3}$

でも計算できる。

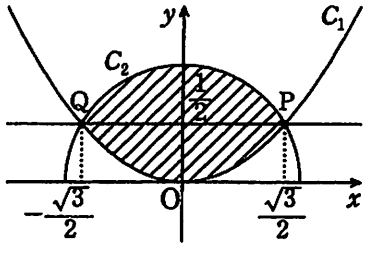
問3　円 C_2 の $y\geqq\frac{1}{2}$ の部分と線分PQで囲まれた図形の面積は，

$OP=OQ=1$，$PQ=\sqrt{3}$ より，$\angle QOP=\frac{2}{3}\pi$ であるから，

(扇形OPQ)−(△OPQの面積)$=\frac{1}{2}\cdot1^2\cdot\frac{2}{3}\pi-\frac{1}{2}\cdot1\cdot1\cdot\sin\frac{2}{3}\pi=\frac{\pi}{3}-\frac{\sqrt{3}}{4}$

問2で求めた面積との和を考えると，求める面積は

$\frac{\sqrt{3}}{3}+\left(\frac{\pi}{3}-\frac{\sqrt{3}}{4}\right)=\frac{\sqrt{3}}{12}+\frac{\pi}{3}$ 終



1 次の問いに答えよ。(50点)

問1　条件 $x \geqq 0$, $y \geqq 0$ かつ $x^2+y^2=1$ のもとで, $u=x+y$ の値の範囲を求めよ。

問2　$u=x+y$, $v=xy$ とする。条件 $x^2+y^2=1$ のもとで, u と v の満たす関係式を求めよ。

問3　条件 $x \geqq 0$, $y \geqq 0$ かつ $x^2+y^2=1$ のもとで, $z=x+y+2xy$ の値の範囲を求めよ。

解答　問1　$x \geqq 0$, $y \geqq 0$ かつ $x^2+y^2=1$ が表す曲線を C, 直線 $y=-x+u$ を l とする。

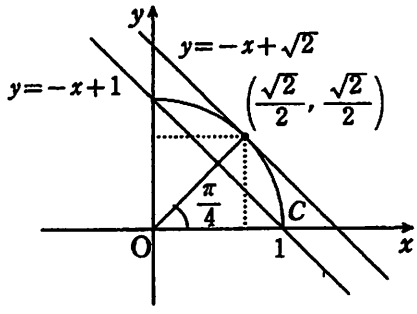
直線 l と曲線 C が共有点をもつような u の値の最大値と最小値を求める。

図より, 直線 l と曲線 C が点 $\left(\frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2}\right)$ で接するとき, u の値は最大となり,

直線 l が曲線 C 上の点 $(1,0)$ または点 $(0,1)$ を通るとき u の値は最小となる。

したがって, u の最大値は $\frac{\sqrt{2}}{2}+\frac{\sqrt{2}}{2}=\sqrt{2}$, u の最小値は $1+0=1$ であり,

求める u の値の範囲は, $1 \leqq u \leqq \sqrt{2}$ 答



問2　$x^2+y^2=x^2+2xy+y^2-2xy=(x+y)^2-2xy$ より,

$x^2+y^2=1$ のとき, $u^2-2v=1$ 答

問3　$u=x+y$, $v=xy$ とすると, $z=x+y+2xy=u+2v$ である。

ここで, 問2より $u^2-2v=1$ であるから, $2v=u^2-1$ より,

$z=u^2+u-1$ である。

$z=\left(u+\frac{1}{2}\right)^2-\frac{5}{4}$ と, 問1の $1 \leqq u \leqq \sqrt{2}$ から,

z は, $u=1$ のとき最小値 $1^2+1-1=1$ をとり,

$u=\sqrt{2}$ のとき最大値 $\sqrt{2}^2+\sqrt{2}-1=\sqrt{2}+1$ をとる。

したがって, $1 \leqq z \leqq \sqrt{2}+1$ 答

2 i を虚数単位とする。複素数 z が等式 $|z-i|=|2z+i|$ を満たすとき，次の問いに答えよ。 (50点)

問1　複素数平面上で，この等式を満たす点 z 全体の表す図形を求めよ。

問2　$iz-2+i$ の偏角 θ の範囲を求めよ。ただし $0 \leqq \theta < 2\pi$ とする。

解答　問1　与えられた等式を2乗すると，　$|z-i|^2=|2z+i|^2$

よって，　$(z-i)\overline{(z-i)}=(2z+i)\overline{(2z+i)}$

ゆえに，　$(z-i)(\overline{z}+i)=(2z+i)(2\overline{z}-i)$

展開して整理すると，　$z\overline{z}-iz+i\overline{z}=0$

式を変形すると，　$(z+i)(\overline{z}-i)=1$

ゆえに，　$(z+i)\overline{(z+i)}=1$

したがって，　$|z+i|^2=1$

よって，等式 $|z-i|=|2z+i|$ を満たす点 z 全体の表す図形は，点 $-i$ を中心とする半径 1 の円である。 **終**

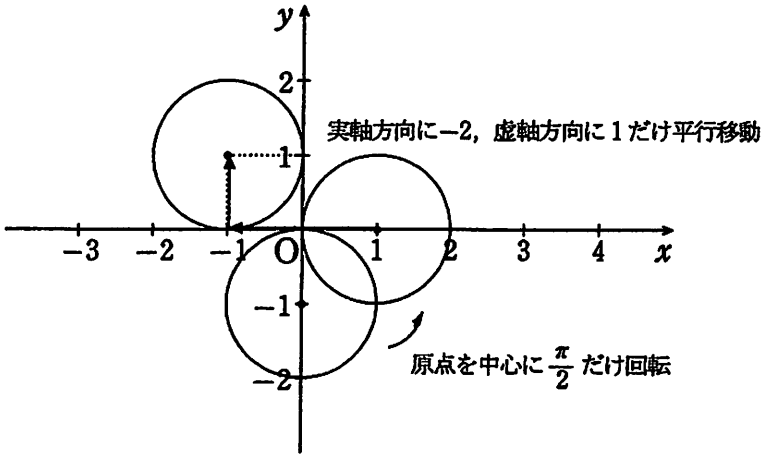
問2　問1より，点 z 全体の表す図形は，点 $-i$ を中心とする半径1の円であるので，

点 $iz-2+i$ 全体の表す図形は，点 $-i$ を中心とする半径1の円を原点を中心として $\frac{\pi}{2}$ だけ回転し，

さらに，実軸方向に -2，虚軸方向に1だけ平行移動した円である。

したがって，点 $iz-2+i$ 全体の表す図形は，点 $-1+i$ を中心とする半径1の円であり，

図より，偏角 θ の範囲は $\frac{\pi}{2} \leqq \theta \leqq \pi$ である。 **終**



3 次の問いに答えよ。(50点)

問1　原点 $(0,0)$ を通り，曲線 $y=\dfrac{\log x}{x^2}$ に接する直線の方程式を求めよ。

問2　曲線 $y=\dfrac{\log x}{x^2}$ と問1で求めた直線および x 軸で囲まれた部分の面積を求めよ。

解答　問1　$y'=\dfrac{\frac{1}{x}\cdot x^2-(\log x)\cdot 2x}{(x^2)^2}=\dfrac{1-2\log x}{x^3}$ より，

接点 $\left(t,\dfrac{\log t}{t^2}\right)$ とおくと，この点における接線の方程式は，

$y-\dfrac{\log t}{t^2}=\dfrac{1-2\log t}{t^3}(x-t)$ …① である。

これが，原点を通るので，$-\dfrac{\log t}{t^2}=\dfrac{2\log t-1}{t^2}$ より，

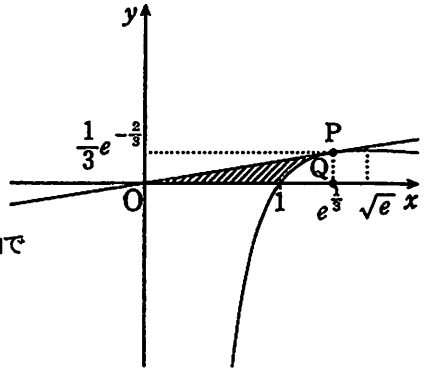
$\log t=\dfrac{1}{3}$ すなわち $t=e^{\frac{1}{3}}$ である。

①に代入すると，求める接線の方程式は，

$y-\dfrac{1}{3}e^{-\frac{2}{3}}=\dfrac{1}{3e}\left(x-e^{\frac{1}{3}}\right)$　すなわち，$y=\dfrac{1}{3e}x$　**終**

問2　$y'=\dfrac{1-2\log x}{x^3}$ より，y の増減表は次のようになる。

x	0	$\cdots$	$\sqrt{e}$	$\cdots$
y'		$+$	0	$-$
y		↗	極大	↘



$y=\dfrac{\log x}{x^2}$ は x 軸と点 $(1,0)$ で交わり，求める面積は，

図の △OPQ から，曲線 $y=\dfrac{\log x}{x^2}$ と直線 PQ および x 軸で

囲まれた部分の面積をひいたものであるから，

$$\frac{1}{2}\cdot e^{\frac{1}{3}}\cdot\frac{1}{3}e^{-\frac{2}{3}}-\int_1^{e^{\frac{1}{3}}}\frac{\log x}{x^2}dx=\frac{1}{6}e^{-\frac{1}{3}}-\int_1^{e^{\frac{1}{3}}}\frac{\log x}{x^2}dx \quad \cdots ②$$

ここで，$\displaystyle\int_1^{e^{\frac{1}{3}}}\frac{\log x}{x^2}dx=\int_1^{e^{\frac{1}{3}}}(\log x)\cdot\left(-\frac{1}{x}\right)'dx$

$$=\left[(\log x)\cdot\left(-\frac{1}{x}\right)\right]_1^{e^{\frac{1}{3}}}-\int_1^{e^{\frac{1}{3}}}(\log x)'\cdot\left(-\frac{1}{x}\right)dx$$

$$=-\frac{1}{3}e^{-\frac{1}{3}}+\int_1^{e^{\frac{1}{3}}}\frac{1}{x^2}dx$$

$$=-\frac{1}{3}e^{-\frac{1}{3}}+\left[-\frac{1}{x}\right]_1^{e^{\frac{1}{3}}}$$

$$=-\frac{1}{3}e^{-\frac{1}{3}}-e^{-\frac{1}{3}}+1$$

$$=-\frac{4}{3}e^{-\frac{1}{3}}+1$$

よって，②より求める面積は，　$\frac{1}{6}e^{-\frac{1}{3}}-\left(-\frac{4}{3}e^{-\frac{1}{3}}+1\right)=\frac{3}{2}e^{-\frac{1}{3}}-1$　答

4 10 進法表記で 1 から 2016 までの自然数の集合を M とする。次の問いに答えよ。（50点）

問 1　2 進法で表しても，3 進法で表しても，5 進法で表しても 1 の位が 0 となる M の元の個数はいくつか。

問 2　2 進法，3 進法，5 進法で表したとき，そのうち 2 つは 1 の位が 0 で，他の 1 つは 1 の位が 0 でないような M の元の個数はいくつか。

問 3　2 進法，3 進法，5 進法で表したとき，そのうち 1 つのみ 1 の位が 0 で，他の 2 つは 1 の位が 0 でないような M の元の個数はいくつか。

解答　問 1　2 進法で表しても，3 進法で表しても，5 進法で表しても 1 の位が 0 となるということは，2 の倍数かつ 3 の倍数かつ 5 の倍数であることである。

2 と 3 と 5 の最小公倍数は 30 であるから，M の要素のうち 30 の倍数である要素の個数を求めると，$2016=30\cdot67+6$ より，2 進法で表しても，3 進法で表しても，5 進法で表しても 1 の位が 0 となる M の要素の個数は，$30\cdot1$，$30\cdot2$，…，$30\cdot67$ の 67 個　答

問 2　2 進法，3 進法，5 進法で表したとき，そのうち 2 つは 1 の位が 0 で，他の 2 つは 1 の位が 0 でないということは，2,3,5 のうちいずれか2つで割り切れ，他の1つで割り切れないということである。

1 から 2016 までの自然数の中で 2 の倍数の集合を A，3 の倍数の集合を B，5 の倍数の集合を C とおくと，求める個数は $n(A\cap B)+n(A\cap C)+n(B\cap C)-n(A\cap B\cap C)\times3$ である。

$2016=6\cdot336$ より，集合 $A\cap B$ の要素の個数は，$6\cdot1$，$6\cdot2$，…，$6\cdot336$ の 336 個。

$2016=10\cdot201+6$ より，集合 $A\cap C$ の要素の個数は，$10\cdot1$，$10\cdot2$，…，$10\cdot201$ の 201 個。

$2016=15\cdot134+6$ より，集合 $B\cap C$ の要素の個数は，$15\cdot1$，$15\cdot2$，…，$15\cdot134$ の 134 個。

また，問 1 より $n(A\cap B\cap C)=67$ であるから，求める個数は $336+201+134-67\cdot3=470$ より，470 個　答

問 3　2 進法，3 進法，5 進法で表したとき，そのうち 1 つのみ 1 の位が 0 で，他の 2 つは 1 の位が 0 でないということは，2,3,5 のうちいずれか 1 つで割り切れ，他の 2 つで割り切れないということである。

問 2 と同様に集合 A，B，C を考えると，

M の要素の中で 2 で割り切れ，3 と 5 で割り切れない要素の個数は，

$n(A)-\{n(A\cap B)+n(A\cap C)-n(A\cap B\cap C)\}=1008-(336+201-67)=538$　…①

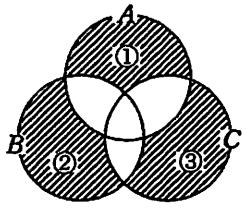
M の要素の中で 3 で割り切れ，2 と 5 で割り切れない要素の個数は，

$n(B)-\{n(A\cap B)+n(B\cap C)-n(A\cap B\cap C)\}=672-(336+134-67)=269$　…②

M の要素の中で 5 で割り切れ，2 と 3 で割り切れない要素の個数は，

$n(C)-\{n(A\cap C)+n(B\cap C)-n(A\cap B\cap C)\}=403-(201+134-67)=135$　…③

①～③より，求める個数は $538+269+135=942$ より，942 個　答



[illegible]

[illegible]

[illegible]

[illegible]

[illegible]

第70回九州算数・数学教育研究（大分）大会発表論文
及び授業指導案

発表論文

加　原　英　樹　先生（知念高等学校）……29

数学への苦手意識を克服するアクティブラーニング型授業の実践

漢　那　初　美　先生（中部商業高等学校）……30

普段の授業でキャリア教育を

～私のAL型授業の実践と効果～

仲　松　辰　美　先生（普天間高等学校）…… 31

学びを深める指導の工夫

～他者との関わりを通して～

『数学への苦手意識を克服する アクティブラーニング型授業の実践』

沖縄県立知念高等学校　加原　英樹

1．テーマ設定の理由

本校の教育課程（3年）は応用クラス（進学クラス）1クラス，一般理系1クラス，一般文系7クラスという文系の生徒が多い課程となっている。そのためか，数学に対する意欲は全体的にあまり高くはない。とくに，今回研究対象とする3年一般文系クラスはセンター試験を受ける生徒も数学を進路の受験科目にする生徒もごく少数である。しかし、彼らが本当に数学の学習意欲がもともと低かったかといえば，疑問である。私が今まで出会ってきた数学の意欲が低い生徒の大半はわからないからできない，そして勉強もやらなくなり，さらにできなくなり，学習意欲もどんどん低くなってきた，というパターンが多いと感じる。

そこで，私はアクティブラーニング（能動的学習）型授業を通し，達成感を得ながら学習することで，苦手意識を緩和することができ，学習意欲も向上できるのではないかと考え，このテーマを設定した。

2．研究仮説

アクティブラーニング型授業の実践により、生徒が能動的に活動し、基礎学力・学習意欲の向上を図ることができると考える。

3．研究内容

（1）授業の流れ（５０分）

①本時の解説（１０分）

②演習[グループ学習]（２５分）

③グループ発表（5分）

④本時の確認テストと振り返り（１０分）

（2）授業の工夫

①授業時間の流れを最初に黒板に書いておく。

②コンパクト解説

短時間の例題解説。目的は生徒同士の教え合いの時間確保。黒板は基本的に消さない。

③グループ対抗じゃんけん

じゃんけんで勝ったグループが発表する。グループ同士のコミュニケーションにもなる。

④グループごとの発表

みんなの前で解けたものを発表することで，達成感を得ることができ，さらに自信をつける。

⑤確認テスト

目的は達成感と復習の２つである。内容は演習時間に解いた問題を抜粋したテストである。グループ内で採点してもらうことで「100点を取った」という具体的な形で達成感を得られる。

⑥振り返りシート

具体的に解けた問題や態度目標をチェックすることで，できたことを自分で振り返ることができる。

⑦能動性を促すためのルール設定

オリエンテーションにて具体的に目指してほしい行動（態度目標）を話す。その態度目標を意識して達成できるよう，教師の声掛けや毎時間の振り返りシートがとても重要になる。

⑧教師の声掛け

コーチングの手法を利用。基本的に叱らない。いいところを探し，ほめながら，「次はどうしたらいい？」など、質問形式で次の理想の行動を引き出していく。

⑨解答解説の事前配布

解答解説を単元ごとに印刷して配布した。手元にいつでも解説を見られるという安心感を与えることで，問題に挑戦する意欲がわく。

⑩グループポイント制

グループ全員がテキストの本時の問題を解けたときとグループで発表できたときにそれぞれポイントを与える。

4．成果と課題

（1）成果

・意欲的・主体的に取り組む生徒は倍以上に増加し、取り組まない生徒はいなくなった。

・数学の授業が楽しかった生徒は70%以上で、授業が楽しくなかった生徒はいなかった。

・数学が好きな生徒は最初の倍以上に増加し、嫌いな生徒は半分以下に減少した。

・定期テスト（一般文系7クラス共通）の学級偏差値平均が48.0（6位）から53.4（1位）へ上昇した。

（2）課題

・数学嫌いをなくせなかった。

【参考文献】

・アクティブラーニング入門　産業能率大学出版部　小林昭文

・叱りゼロで「自分からやる子」に育てる本　大和書房　奥田健次

・マンガでわかる魔法のほめ方PT　小学館　横山浩之

『普段の授業でキャリア教育を』

～私の AL 型授業の実践と効果の報告～

沖縄県立中部商業高等学校　漢那　初美

1．はじめに

私がキャリア教育という言葉に出会ったのは 2013 年である。職業体験や職業調べがキャリア教育だと思っていたが、教科の中でも取り入れられると聞いたのはその時が初めてだった。キャリア教育を授業で取り組もうと意気込んだが、その当時はイベント型のキャリア教育の形しか知らず、なかなか実践に至れずにいた。

翌年 2014 年にアクティブラーニング(以下 AL)に出会い、普段の授業でキャリア教育もできると聞き、飛びついて研修会等に参加して勉強をはじめた。

2015 年 4 月より全授業で AL 型授業を展開。試行錯誤をしながら作っていく授業は、生徒・教師双方に学びが多いと実感しているところである。

2．本校の現状

1964 年創立/商業科・スポーツ科/生徒数（男子 350 人・女子 391 人）/進路状況（2016 年 3 月実績）大学 43 人・短大 10 人・専門学校 65 人・就職 72 人・その他 23 人

本校は進路多様校である。数学に関しては、不得意と感じている生徒の割合が高く、基礎基本が定着していない生徒も多い。しかし本校全体を通して、彼らの良いところは、明るく素直で、人懐っこいところである。

3．私が AL 型授業で期待すること

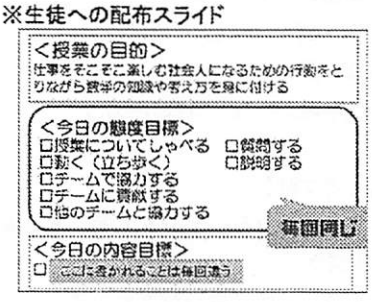
・生徒の主体性と協働性が高まり、授業内容理解の迅速化と定着が図れること
・学習意欲の向上、長期的記憶、深い学び

4．授業の実際

○授業の目的と二種類の態度目標

授業開きで、この授業の目的を示し、かつ毎回の授業で提示している。目的を話すのは、態度目標に同意して行動してもらうためである。態度目標を遂行しながら、内容目標の達成を目指すことで、理解が深まることも伝える。

※生徒への配布スライド



○授業の展開

①説明（15 分）　②演習（20 分）
③確認テスト（5 分）　④採点（5 分）
⑤リフレクション（振り返り）（5 分）

○授業で気を配っていること

①目的・目標の提示　②タイムテーブルの提示
③簡潔な説明　④演習時の生徒への介入方法

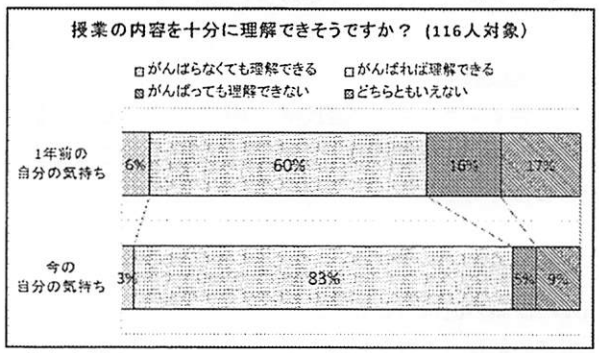
特に④では、「チームで協力できていますか？」などチームの活動や個々の活動を促すような定型文をいくつか持って介入している。その際、内容に関する質問にはなるべく答えないようにして、生徒たちの力で解決できるよう促している。「どこまで生徒に任せるか」というこの点が今一番難しく感じている。

5．成果と課題

＜成果＞

・「学習意欲の向上」

12 月に全生徒対象に 28 問のアンケートを行った。



・「先生教えてー」という声が激減

この一年間で、生徒は疑問を隣の人と相談しながら解決できるようになった。振り返りカードには、「次は友達に教えたい」という声が次々に上がってきた。人に教えることが自分の学びになると気付いた生徒は、どんどん集中して問題を解くようになり、言葉足らずな説明でありながらも友人に伝えようと必死である。それにより、授業中に寝る生徒はまれになってきた。

＜課題＞

・ポイントを絞った説明の工夫
・時間をかけ過ぎない教材準備
・「長期的学び」「深い学び」につながるような教材研究と授業展開の工夫

＜参考文献＞
「アクティブラーニング入門」小林昭文著　他

『学びを深める指導の工夫』

～他者との関わりを通して～

沖縄県立普天間高等学校　仲松　辰美

1　はじめに

本校は今年創立69年目を迎える，生徒数約1200名（1学年10クラス）の普通科高校である。多くの生徒が上級学校への進学を希望しており，大学進学への意識も高い。また，部活動の加入率が高く，学校行事も盛んであり，学校生活全般に前向きな生徒が多い。

（1）テーマ設定の理由

授業は，意欲的な雰囲気がある一方で，自己の考えや疑問に思うことを生徒同士互いに話し合うことが少なく，すぐに授業者に質問する状況がある。そのため，自ら思考・探究することに課題があると考えられる。

自ら思考・探究することは，知識基盤社会ではこれまで以上に重要視されており，それらを身につけることが学校教育でも求められている。高校数学では，中学数学以上に解答を導くまでの過程が長くなり，また公式等も多くなる。このことに，多くの生徒が戸惑っている様子がみられるが，それは逆に，生徒自身が自ら思考・探究する学びの瞬間と，学びの深まりを期待できる機会が多くなることだと考えている。

そこで，協同的な学びを取り入れることによって，一人ひとりが各自の学びの速度に合わせて，自ら思考・探究する機会を生み出したいと考え，本テーマを設定した。

（2）研究仮説

他者との関わりを通して、一人ひとりの生徒が学びを深めることができるであろう。

2　研究の実際

他者との関わりを重視した，以下の2つの取組を行った。

①グループでの学習

生徒同士が話し合い・考え合い，また1人でも考えられる学習空間がつくられるように工夫した。

㋐座席の工夫

全員が個々に前を向いた座席の状態で，自由に質問し合ってもよいとしたが，活発な話し合いがなかなか生まれなかった。そこで，小グループになってもよいし，一人で座ってもよいことにした。授業の目標は，一人ひとりが「なるほど！」と思える瞬間を多くすることだと伝え，このような目標が達成できるのであればよしとし各自の判断に任せた。

㋑考える時間の確保

考える時間を多く設定するために，授業の始め15～20分程度で学習内容を一通り説明し，残り時間を演習時間と確認テストにあてている。また，解答・解説資料を問題演習の始まりと同時に配布し，黒板で一斉に解答・解説する時間を短縮するようにした。

㋒確認テストの出題内容と採点方法の工夫

出題内容は授業で扱った問題と同じものにし，答えだけでなく解答過程を必ず書くように指導している。採点は，生徒同士で行い，誤答でも解答過程が少しでも合っていれば丸をつける。

②グループでのテスト問題・解説の作成

1年間の最後に，グループ学習の総仕上げとして，一章分のテスト問題とその解説を作成する活動を行った。

㋐対象：1年生

㋑時期：3学期末

㋒範囲：数学Ⅱ第1章

㋓テスト時間30分，50点満点の問題を作成

㋔グループ構成：1グループ5名

なお，年間を通して授業では，数式や記号を言葉で言い直したり，その逆の作業をしたり，数学独特の言葉・表現を大切にして指導している（「数学語」を意識させる授業）。

3　取組の結果

- 学習空間をどうつくりあげていくのか生徒自ら考えて行動するようになった。
- 一人で考えてもわからない場合は，グループ内の友人に質問するなどして，なんとか自分（達）の力で解決しようとするなどの変容がみられた。
- 問題・解説の作成を通して，学習内容全体を捉えながら，個々の問題の要点を押さえるようになった。

4　おわりに

（1）考察

他者との関わりが，生徒自身の「わかりたい」という意欲を引き出しながら，学びを深めさせている可能性があると考えられた。

（2）課題

学びを深めるためには，発問や声掛けが非常に重要であった。そのため，個々の生徒の考えに寄り添いながら，発問・声掛けの内容・方法等をより工夫することが必要。

【参考文献】

・小林昭文『アクティブラーニング入門』産業能率大学出版部，2015年

九数教大会開催地一覧

年度	回	開催地	年度	回	開催地
昭和22	1	熊本市	57	36	鹿児島市
23	2	別府市	58	37	熊本市
24	3	宮崎市	59	38	大分市
25	4	佐賀市	60	39	宮崎市
26	5	福岡市(日数教全国大会)	61	40	武雄市
27	6	長崎市	62	41	福岡市(日数教全国大会)
28	7	鹿児島市	63	42	佐世保市
29	8	別府市	平成元	43	鹿児島市
30	9	熊本市	2	44	熊本市
31	10	宮崎市	3	45	浦添市・西原町
32	11	佐賀市	4	46	大分市
33	12	福岡市	5	47	宮崎市
34	13	佐世保市	6	48	唐津市
35	14	鹿児島市	7	49	北九州市
36	15	熊本市	8	50	長崎市(日数教全国大会)
37	16	別府市	9	51	鹿児島市
38	17	宮崎市	10	52	熊本市
39	18	武雄市	11	53	浦添市・那覇市
40	19	北九州市	12	54	大分市
41	20	長崎市	13	55	宮崎市
42	21	鹿児島市	14	56	佐賀市
43	22	大分市	15	57	福岡市
44	23	熊本市(日数教全国大会)	16	58	鹿児島市(日数教全国大会)
45	24	宮崎市	17	59	佐世保市
46	25	唐津市	18	60	熊本市
47	26	福岡市(日数教全国大会)	19	61	宜野湾市・那覇市
48	27	佐世保市	20	62	大分市
49	28	鹿児島市	21	63	宮崎市
50	29	熊本市	22	64	佐賀市
51	30	那覇市	23	65	長崎市
52	31	大分市	24	66	北九州市(日数教全国大会)
53	32	宮崎市(日数教全国大会)	25	67	鹿児島市
54	33	佐賀市	26	68	熊本市
55	34	北九州市	27	69	浦添市・那覇市・西原町
56	35	長崎市	28	70	大分市