

高校数学教育

沖縄県高等学校数学教育会誌

第53号

2017年(平成29年)6月30日(金)

沖縄県高等学校数学教育会 発行

目 次

沖縄県高等学校数学教育会会長あいさつ	会長 星野 朗	1
沖縄県高等学校数学教育会第 55 回総会・54 回研究大会実施要項		2
沖縄県高等学校数学教育会会則		3
平成 28 年度 会 務 報 告		4
決 算 報 告		6
会計監査報告		7
平成 29 年度 役 員		8
行事計画		9
予 算 案		10
第 41 回「高校数学教育を考える会」大学入試問題研究		11
第 71 回九州算数・数学教育研究（宮崎）大会発表論文・授業指導案		29
九州数学教育会総会開催地一覧表		34

あいさつ

沖縄県高等学校数学教育会

会長 星 野 朗

松野博一文部科学大臣記者会見録（平成 29 年 5 月 16 日）によると、「平成 29 年 2 月 14 日、幼稚園教育要領、小学校学習指導要領、中学校学習指導要領等の改訂案を公表し、幼稚園は平成 30 年度から、小学校は 32 年度から、中学校は 33 年度から、新たな学習指導要領等に基づき全面実施される予定です。また、高等学校は今年度に改訂を行い、34 年度から年次進行で実施される予定です。

今回の改訂では、社会の変化が加速度を増す中で、これから学んでいく子供たちが大人になる 2030 年頃の社会の在り方を見据えながら、どのように知・徳・体にわたる「生きる力」を育むのかを重要視しています。

一方的に知識を得るだけでなく、「主体的・対話的で深い学び」いわゆるアクティブ・ラーニングの視点からの授業改善をさらに充実させ、子供たちがこれからの時代に求められる資質・能力を身に付け、生涯にわたって能動的に学び続けることを目指します。

討論など課題に対して意見を出し合い、解決方法を探る授業をはじめ、国語では授業で学んだ語彙を表現に生かしたり、数学で学んだ数式や社会で学んだ情報を、問題を解く為だけでなく、身近な場面に結び付けたりと、授業で学んだことをいかに実生活に結び付け、活かしていける力を養うかを課題としています。」

本会においても、この改定に向けて、数学教育における不易と流行を見極めつつ、学習過程の質的改善に向け実践研究に取り組み、数学を学ぶ楽しさ素晴らしさを伝え、数学への興味・関心や将来に向けての動機づけなどの学ぶ意欲の向上と実社会との関わりを意識した数学的活動及び探究活動の充実等を図ることが必要であると考えます。

さて、今年第 55 回総会並びに第 54 回研究大会の開催を迎える運びとなりました。この間本会は、本県における算数・数学教育の教育研究団体の中核として、数々の実績を積み重ね、本県の数学教育の資質向上に貢献してきました。今後もその理念を大事に、実践研究をさらに継続発展させていくことが大事であります。

昨年度同様、今年度も総会に引き続き研究大会として、普天間高等学校石川睦教諭、小禄高等学校仲本琴美教諭、名護高等学校生島英輝教諭の御三名の先生方が、それぞれの教科指導法のテーマを追求した研究発表が行われます。また、本発表は、7 月に実施される九州数学会の先行発表も兼ねています。今回の発表を多くの先生方が参考にして頂き、今後の実践に役立てて頂ければ幸いです。

最後に、本日の趣旨に賛同頂き、指導助言者として参加下さる、県立総合教育センター喜久本直貴主任研究主事に心より感謝申し上げます。併せて第 41 回「高校数学教育を考える会」に琉球大学より金子譲一先生、小高一則先生、杉浦誠先生、林正史先生、佃修一先生、眞野智行先生の 6 名の先生方のご参加大変有難うございました。さらに、学期末のお忙しい折、ご参加くださいました多くの先生方にも御礼申し上げ挨拶とします。

沖縄県高等学校数学教育会 第55回総会および第54回研究大会

1 研究主題 「確かな学力の定着を図り、生きる力をはぐくむ数学教育」

2 会 場 読谷高等学校

3 日 程 平成29年6月30日（金）

受 付	13:30～14:00
全 体 総 会	14:00～14:30
高校部会総会	14:40～15:10
研究大会および意見交換	15:20～16:50

4 部会総会

- (1)開会のことば 副会長
- (2)会長あいさつ 会 長
- (3)議長選出
- (4)議 事
 - ①平成28年度会務報告
 - ②平成28年度決算報告及び監査報告
 - ③平成29年度役員選出（案）
 - ④平成29年度行事計画（案）
 - ⑤平成29年度予算（案）
 - ⑥その他
- (5)閉会の言葉 副会長

5 研究大会

発表者

石川 睦 先生（普天間高等学校）
研究主題 数学的な思考力・表現力を育む指導の工夫
副 題 知識構成型ジグソー法と問題設定の工夫を通して

仲本 琴美 先生（小禄高等学校）
研究主題 『本当の“分かった”』
副 題 アクティブラーニング型の授業を通し、“生きる力”の育成を目指す

生島 英輝 先生（名護高校）
研究主題 自律的な学びの姿勢を育む指導の工夫
副 題 グループ学習による学び合いを通して

指導助言 喜久本 直 貴（沖縄県立総合教育センター主任研究主事）

6 大会当日の役員

総務 会長	星 野 朗（北 山）	
副会長	金 城 栄 一（那 覇）	西 原 誠（那覇工業）
	崎 間 恒 哉（首 里）	
事務局	禰 保 研 光（首 里）	

沖縄県高等学校数学教育会会則

- 第1条 本会は沖縄県高等学校数学教育会と称す。
- 第2条 本会の事務局は原則として那覇市近郊の高等学校におく。
- 第3条 本会は沖縄県高等学校数学教育会の興隆と会員の相互親睦を図ることを目的とする。
- 第4条 本会は前条の目的を達成するために次の事業を行う。
1、数学教育に関する研究と調査
2、講習会、講演会および研修会などの開催
3、会誌の発行
4、九州数学教育会、日本数学教育学会との連携
5、その他
- 第5条 本会は沖縄県の高等学校数学教師ならびに本会の目的に賛同する者をもって組織する。
- 第6条 本会の目的を達成するために次の機関を置く。
1、総会 2、代議員会 3、理事会 4、各種委員会
- 第7条 総会は会長が召集し、年1回以上開き、次の事項を付議する。
1、代議員会の決定事項および会計監査の承認
2、本会の解散、合併またはそれに準ずる事項
3、その他重要な事項
2 総会の議事は出席者の過半数をもって決する。
- 第8条 代議員会は会長が召集し、この会則の定める事項の他、次の事項を審議決定する。
1、事業計画および予算 2、事業報告および決算
3、会則および内規の改正 4、その他理事会の起案する事項
2 代議員会の議事は出席者の過半数をもって決する。
- 第9条 理事会は会長が召集し、この会則の定める事項の他、次の事項を審議する。
1、代議員会に提案する事項
2、代議員会で決定した事項の執行
2 理事会の議事は出席者の過半数をもって決する。
- 第10条 本会に次の役員をおく。
役員の任期は1年とし、再選を妨げない。
会長 1名 副会長 3名
理事 若干名（うち1名は常任理事）
監事 3名
- 第11条 役員は代議員会において選出する。
1、会長は本会を代表し、会務を総理する。
2、副会長は会長を補佐し、会長に事故あるときは、その職務を代行する
3、理事は理事会を構成し、会務を執行する。
4、常任理事は事務局を構成する。
5、監事は本会の会計を監査する。
- 第12条 代議員は各高等学校において会員中より1名選出し、また必要に応じて会長が委嘱する。
代議員は代議員会を構成する。
- 第13条 本会の会計年度は、4月1日に始まり、翌年3月31日に終わる。
- 第14条 本会の経費は、会費、補助金、およびその他の収入を持ってこれに充てる。
- 第15条 本会の会員は、会費を納入するものとする。
- 第16条 この会則の施行についての細則は、代議員会において決定する。

付 則
この会則は、1967年4月1日より施行する。
一部改正 平成17年4月1日

平成28年度 沖縄県高等学校数学教育会 会務報告

平成28年

4月22日 第1回 診断テスト委員会 (那覇国際高校)

4月25日 第1回 沖数教事務局長会 (小禄高校)

5月10日 第1回 沖数教役員会 (小禄高校)

平成28年度新役員、第1回理事会・代議員会について

5月16日 第2回 診断テスト委員会 (那覇高国際高校)

琉球大学参加者

5月27日 第40回「高校数学教育を考える会」(豊見城高校)

平成28年度琉球大学入試問題について (県内各校より46名参加)

◇理学部数理科学科 金子譲一先生、小須田雅先生、陳春航先生

◇教育学部数学教育専攻 山城康一先生

第2回 沖数教役員会 (豊見城高校)

第43回総会並びに研究大会、第70回九数教大分大会に向けて

第1回 沖数教理事代議員会 (豊見城高校)

役員選出、会務報告、決算、年間計画、予算、その他

6月10日 第3回 診断テスト委員会 (那覇国際高校)

6月27日 平成28年度 沖縄県高等学校数学教育会 第54回総会および第53回研究大会
沖縄県数学教育会 第43回総会並びに研究大会

研究主題 「確かな学力の定着を図り、生きる力をはぐくむ数学教育」

会 場 北谷高等学校 (九数教大分大会のリハーサルを兼ねて実施)

発表者 ◇加原英樹先生 (知念高等学校)

◇漢那初美先生 (中部商業高等学校)

◇仲松辰美先生 (普天間高等学校)

会誌52号「高校数学教育」発行

7月上旬 第2回 診断テスト実施

7月24日 第70回 九州数学教育会総会並びに九州算数・数学教育研究(大分)大会

～26日 発表者 ◇加原英樹先生 (知念高等学校)

◇漢那初美先生 (中部商業高等学校)

◇仲松辰美先生 (普天間高等学校)

指導助言: 喜久本直貴 (県立総合教育センター指導主事)

9月26日 第39回 小中高合同研究会 第1回準備委員会 (小禄高校)

10月6日 第3回 沖数教役員会 (小禄高校)

第2回 理事会・代議員会に向けて

10月16日 第4回 診断テスト委員会 (那覇国際高校)

- 10月18日 沖数教 第2回 理事会・代議員会（北谷高校）
第70回 九数教大分大会の報告、第43回総会の報告
- 10月20日 第5回 診断テスト委員会（那覇国際高校）
- 11月 4日 第6回 診断テスト委員会（那覇国際高校）
- 11月14日 第39回 小中高合同研究会（安慶田中学校）参加者56名（高校14名）
授業者 : 津波古 直 也 先生（安慶田中学校教諭）
コーディネーター：伊 禮 三 之（琉球大学院教育学研究科教授）
パネリスト：宮 里 晋（浦添市教育委員会教育課課長）
仲 松 研（琉球大学附属中学校教諭）
喜久本 直 貴（県立総合教育センター指導主事）
- 11月15日 第6回沖縄県科学グランプリ（県立総合教育センター）
- 11月26日 九州数学教育会 理事・代表者会議 問題集編集会議（福岡）
会長：星野朗（北山高校校長） 事務局：比嘉紀朝（豊見城高校）
- 12月 上旬 第2回 診断テスト実施

平成29年

- 1月11日 第1回沖数教臨時役員会
- 1月27日 第7回 診断テスト委員会（那覇国際高校）
- 2月 3日 第4回 沖数教役員会
第3回理事会に向けて 第71回九数教宮崎大会に向けて
- 2月24日 第3回 沖数教理事会
平成28年度総括、次年度に向けて
- 3月上旬 第1回大学入試問題検討委員会
以降、4月まで数回に渡り委員会開催

平成28年度 沖縄県高等学校数学教育会 決算

収入	支出	残金
547,571	522,700	24,871

収入の部

項	目	科	目	予	算	額	決	算	額	△未・過収入額	説	明
1	1	学	校	分	担	金	220,000	209,760	△ 10,240			分担金+会費
	2	会			費							
	3	繰		越	金	23,809	23,809		0			前年度からの繰越
	4	補		助	金	12,000	24,000		12,000			九数教からの補助 (H27:¥19000, h28:¥5000)
	5	協		賛	金	150,000	140,000		△ 10,000			管理職からの協賛金
	6	雑		収	入	140,000	150,000		10,000			基礎問題集編集委5万、 診断テスト委10万
	7	通		帳	利	息	0	2		2		
計						545,809	547,571		1,762			

支出の部

項	目	科	目	予	算	額	決	算	額	残	額	説	明		
1		運	営	費	49,000	37,000	12,000								
	1	庶	務	費	3,000	0	3,000					通信費, 消耗品費			
	2	会	議	費	3,000	0	3,000					会議, 大会運営費			
	3	手		当	17,000	11,000	6,000					事務局5千+監査2千×3			
	4	沖	数	教	会	費	26,000	26,000	0			沖数教への会費			
2		事	務	費	218,000	195,700	22,300								
	1	研	究	発	表	補	助	費	30,000	30,000	0		大分大会発表者3名		
	2	派		遣	費	100,000	96,700	3,300				7月: 会長(代理) 11月: 会長			
	3	講	習	・	講	演	会	費	3,000	0	3,000				
	4	委	員	会	活	動	費	15,000	15,000	0		大学入試委員会15,000円			
	5	研	究	調	査	補	助	費	5,000	0	5,000		基礎問題集改訂		
	6	支	部	活	動	補	助	費	0	0	0				
	7	会	誌	発	行	費	65,000	54,000	11,000			会誌第52号製本代			
3		沖	数	教	分	担	金	240,000	240,000	0					
4		雑			費	0	0	0							
5		九	数	教	沖	縄	大	会	積	立	費	35,000	50,000	△ 15,000	日数教沖縄大会積立金
6		予		備		費	3,809	0	3,809						
計					545,809	522,700	23,109								

収入	支出	残金
547,571	522,700	24,871

監査報告書

沖縄県高等学校数学教育会

会長 星 野 朗 殿

平成 28 年度沖縄県高等学校数学教育会の会計監査の結果を下記の通り報告します。

記

会計監査は、金銭出納簿、証書書類および預金通帳によって実施した。

1. 証書類は、金銭出納簿の通り整理されていた。
2. 残高 24,871円 は、琉球銀行小禄支店普通預金口座 205-278に
預金されていることを確認した。
3. 九数教沖縄大会通帳として、琉球銀行小禄支店普通預金口座 470-560に
金額 1,079,280円 が預金されていることを確認した。

以上、監査の結果、異常を認めない。

平成29年3月28日（火）

沖縄県高等学校数学教育会

監査委員

前 泊 聖 子 (前)

城 間 晴 美 (城間)

金城 順 也 (金城)

平成29年度 沖縄県高等学校数学教育会役員

高数教三役

高数教	名前	勤務先	備考
会長	星野 朗	北山	校長
副会長	金城栄一	那覇	教頭
	西原 誠	那覇工業	
	崎間恒哉	首里	
事務局	禰保研光	首里	教諭
書記	知名勝史	浦添	
会計	仲松辰美	首里	

高数教理事

高数教	名前	勤務先	備考
各種委員会	池間健将	那覇国際	診断テスト委員長
	田口清陽	真和志	大学入試問題研究委員長
	金城順也	首里	基礎問題集編集委員会委員長
	金城順也	首里	研修集会委員長
	上原正也	小禄	沖数教事務局
	太田守克	宜野座	校長
	宮城 薫	美里	
	島仲利泰	球陽	
	石垣有三	読谷	
	金城正巳	北中城	
	比嘉正二	北谷	
	大瀧裕司	コザ	
	高江洲武	真和志	
	前三盛英明	久米島	
理事	小成善保	首里	教頭
	砂川岩雄	泊	
	金城 毅	石川	
	仲舛盛順	コザ	
	小嶺雅春	真和志	
	川添貴司	名商工	
	宮城竜幸	開邦	
	前里哲寿	久米島	
	金城昭人	沖縄水産	
	與那嶺善道	教育指導課総括	教育庁
行政	半嶺 満	県立学校教育課	
	玉城学	県立学校教育課	
	伊志嶺嘉典	県立学校教育課	
	安仁屋宗一郎	県立学校教育課	
	金城正樹	総務課	
	上江洲寿	学校人事課	
	真喜屋篤	学校人事課	
	山城芳則	学校人事課	
	仲地範禮	教育支援課	
	平良淳	学校支援総括	教育センター
高数教監査	高原香織	教科研修班	
	喜久本直貴	教育経営研修班	
	新井孝雄	教育経営研修班	
高数教三役	宮城広行		離島児童生徒支援センター

沖数教役員(高数教選出)

沖数教	名前	勤務先	備考
会長	石垣有三	読谷	校長
副会長	星野 朗	北山	
理事	大瀧裕司	コザ	校長
	比嘉正二	北谷	
	高江洲武	真和志	
代議員	小嶺雅春	真和志	教頭
	西原 誠	那覇工業	
	金城栄一	那覇	
	崎間恒哉	首里	
	前里哲寿	久米島	
	宮城竜幸	開邦	
	安仁屋宗一郎	県立学校教育課	
監査	上江洲隆	具志川	教育庁
			教諭

各種委員会

委員会	名前	勤務先	名前	勤務先
診断テスト委員会	◎池間健将	那覇国際	宮里恒輝	開邦
	新垣公崇	読谷	金城順也	首里
	多和田哲章	球陽	西村松太郎	豊見城南
	新城武光	首里	漢那宗裕	糸満
	照屋全人	那覇西	上江洲 隆	具志川
	屋富祖 直	小禄	上原正也	小禄(沖数教)
	比嘉義一郎	宜野座	禰保研光	首里(高数教)
大学入試問題研究委員会	◎田口清陽	真和志	仲本琴美	小禄
	玉城重光	開邦	永吉和紀	豊見城
	湧川泰成	開邦	平良哲也	首里東
	徳門潔	球陽	洲鎌啓祐	名護
基礎問題集編集委員会	◎金城順也	首里	金城徹也	浦添
	真栄田義尚	首里	垣花康夫	那覇
	平田直樹	首里	安座間淳	那覇
研究集会委員会	◎金城順也	首里	仲里昌輝	首里
	西村松太郎	豊見城南	真栄田義尚	首里
	金城裕介	豊見城南	花城健彰	首里
	徳永拓也	泊		
数学コンテスト委員会	休会			

高数教監査

監査	永吉和紀	豊見城
	城間晴美	沖縄工業
	前泊聖子	那覇

平成29年度 行事計画

1. 会員の各種委員会での教育研究活動および親睦
2. 沖数教・九数教・日数教との連携および活動

月	行 事 予 定	説 明
4		
5	委 員 会 活 動 理事会・代議員会(5/17) 高校数学教育を考える会(5/17) 沖数教第1回理事会・代議員会(5/22)	各種委員会活動開始 場所：那覇工業高校
6	沖数教 44回総会・研究大会(6/30) 高数教 55総会・54研究大会(6/30)	会誌第54号発行予定 発表予定者：3名を予定 石 川 睦 (普天間高校) 仲 本 琴 美 (小禄高校) 生 島 英 輝 (名護高校) 会場：読谷高校
7	数学診断テスト(上旬) 九数教 理事・代議員会(7/26) 九数教 研究大会(宮崎：7/26～28)	会場：シーガイア (宮崎県) 発表予定者：分科会 石 川 睦 (普天間高校) 仲 本 琴 美 (小禄高校) 生 島 英 輝 (名護高校)
8		
9		
10		
11	小中高合同研究会(11月下旬予定) 九数教 理事・代議員会(予定)	研究授業：(今年度は小学校で実施) 会長、事務局長派遣
12	数学診断テスト (上旬)	
1		
2		
3		

※ この他に役員会、日数教沖縄大会準備委員会を予定

平成29年度 沖縄県高等学校数学教育会 予算（案）

収入の部

項 目	科 目	予 算 額	前年度予算額	増 △減	説 明
1	1 学 校 分 担 金	220,000	220,000	0	分担金+会費
	2 会 費				
	3 繰 越 金	24,871	23,809	1,062	前年度からの繰越
	4 補 助 金	5,000	12,000	△ 7,000	九数教からの補助
	5 協 賛 金	220,000	150,000	70,000	管理職からの協賛金
	6 雑 収 入	150,000	140,000	10,000	基礎問題集, 診断テスト
計		619,871	545,809	74,062	

支出の部

項 目	科 目	予 算 額	前年度予算額	増 △減	説 明
1	運 営 費	58,000	49,000	9,000	
	1 庶 務 費	3,000	3,000	0	通信費, 消耗品費
	2 会 議 費	3,000	3,000	0	会議, 大会運営費
	3 手 当	26,000	17,000	9,000	事務局2万+監査2千×3
	4 沖 数 教 会 費	26,000	26,000	0	沖数教への会費
2	事 務 費	285,000	218,000	67,000	
	1 研究発表補助費	30,000	30,000	0	1万円×3人
	2 派 遣 費	160,000	100,000	60,000	7月：九数教研究大会 (会長、助言者) 11月：九数教理事会(会長)
	3 講習・講演会費	5,000	3,000	2,000	
	4 委員会活動費	20,000	15,000	5,000	大学入試問題検討委員会 研究集会委員会
	5 研究調査補助費	5,000	5,000	0	基礎問題集改訂
	6 支部活動補助費	0	0	0	
	7 会 誌 発 行 費	65,000	65,000	0	会誌第53号製本代
3	九 数 教 分 担 金	270,000	240,000	30,000	九数教分担金3万円増
4	雑 費	0	0	0	
5	九数教沖縄大会積立費	5,000	35,000	△ 30,000	日数教沖縄大会積立金
6	予 備 費	1,871	3,809	△ 1,938	
計		619,871	545,809	74,062	

平成 29 年度

第41回高校数学教育を考える会

(沖縄県高等学校数学教育会・琉球大学)

日時 : 平成29年 5月17日(水)

場 所 : 県立那覇工業高等学校 視聴覚教室

目次

平成 29 年度 琉球大学入試試験問題についての感想と質問

(高数教 大学入試問題検討委員会)

前期日程 甲 1 2

前期日程 乙 1 2, 1 3

後期日程 1 3

平成 29 年度 琉球大学入試問題 解答例

(高数教 大学入試問題検討委員会)

前期日程 甲 1 4

前期日程 乙 2 1

後期日程 3

平成 29 年度 (2017) 琉球大学入試問題 (前期・甲) に関する質問事項

問題 番号	範囲	分野	難易 度	質問事項
1 問 1 問 2	数Ⅲ	積 分 法	易 標準	・点と直線の距離の公式に代入後に、絶対値を外す際の説明をしっかりとできていたか？ ・$\frac{e}{2} > 1$を用いても問題無かったか？問 1 を利用できた解答は少なかったのでは無いか？ ・接線の方程式を利用して解いていた受検生はいたか？
2 問 1 問 2	数Ⅲ	積 分 法	標準 標準	・3 倍角の公式は説明なく使っても良いとしたのか？ (出題者側としては、3 倍角の説明まで期待したか) ・絶対値を外す際の説明をしっかりとできていたか？ (説明なしで式変形のみで絶対値を外していった場合、どのように採点しているか？)
3	数Ⅲ	複 素 数 平 面	難	・解答率や、受検生の出来はどうだったか？ ・医学科の正答率はどれくらいだったか？ ・z をそのまま扱っていくか、極形式か $z = x + yi$ かなど、解き方はどのような割合だったか？
4 問 1 問 2 問 3	数 A	確率	易 易 易	・説明がどれくらいできていたか？説明が足りないものや、式だけのものなどはどのように採点をしたか？ ・結果として、点数に差がついたか？ ・出題のねらいとしては、記述力を見たかったのか？
全体	・出来はどうだったか？得点の差はうまくつきましたか？ ・受験生にとっては、解きやすい問題が多かったと思うが、意識して問題作成を行ったのか？ ・数Ⅲを中心としたバランスの良い出題で、指導する側としてありがたかったです。 ・昨年・今年と複素数平面の出題が続きましたが、何か大学側からの意図はありますか？また、複素数平面の問題を採点しての感想があればお願いします。			

(注：易・標準・難は教科書レベルにおいて)

平成 29 年度 (2017) 琉球大学入試問題 (前期・乙) に関する質問事項

問題 番号	範囲	分野	難易度	質問事項
1 問 1 問 2	数Ⅱ	積 分 法	易 標準	・$\frac{1}{6}$の公式を使った解答は問題無かったか？ ・教育学部・小学校教育コースの受検生はできていたか？

問 3			標準	・絶対値を外す際の説明をしっかりとできていたか？ (説明なしで式変形のみで絶対値を外していった場合、 どのように採点しているか？)
問 1 問 2 問 3 問 4	数 B	空間 ベク トル	易 易 易 標準	・50 点のうちの配点はどうか？ ・乙の受検生で、相加・相乗平均を正しく使える受検生は どれくらいいたか？(等号成立も含めて) ・差はうまくついたか？
全体	・昨年度は ¹ は小問集合であったが、昨年度の反省や変えた理由があるのか？ ・出題範囲が数Ⅱ・数 B と、バランスの良い出題でよかった。			

平成 29 年度 (2017) 琉球大学入試問題 (後期) に関する質問事項

問題 番号	範囲	分野	難易 度	質問事項
問 1 問 2	数Ⅲ	積 分 法	標準 標準	・ ¹ に解きやすい問題を置いたと思うが、出来はどうだった か？ ・どんな間違いがあったか？
問 1 問 2	数Ⅱ	高 次 方 程 式	標準 標準	・記述はしっかりとできていたか？ ・必要・十分の証明がしっかりとできていたか？ ・問 2 は問 1 で証明した内容を使っているが、もし問 1 の 証明ができていなくても大丈夫か？
問 1 問 2 問 3	数Ⅲ	複 素 数 平 面	易 標準 標準	・各問ごとの出来の差はどうだったか？ ・問 3 は、問 2 と比べると絶対値記号のはずし方を見たかつ たのかと思われますが、いかがですか？
問 1 問 2 問 3	数 A	確率	易 易 難	・問 3 ができている受検生はいましたか？ ・解きごたえのあるいい問題でした。この問題が医学科の 受検生がどのくらい解けるかが気になるところですが、 前期ではこのレベルの出題は厳しいでしょうか？
全体	・今までの後期試験に比べると、解きやすい問題が多く感じましたが、全体的な出来はど うでしたか？			

(注：易・標準・難は教科書レベルにおいて)

1 次の問いに答えよ。(50点)

問1 定積分 $\int_1^2 \left(1 - \frac{1}{x}\right) dx$ を求めよ。

問2 $t > 0$ とする。座標平面上の点 $P(\sqrt{t}, \log t)$ と直線 $y=x$ との距離が最小になる t の値とそのときの距離を求めよ。

【解答】 問1 $\int_1^2 \left(1 - \frac{1}{x}\right) dx = \int_1^2 dx - \int_1^2 \frac{1}{x} dx = [x]_1^2 - [\log|x|]_1^2 = (2-1) - (\log 2 - 0) = 1 - \log 2$ 図

問2 点 $P(\sqrt{t}, \log t)$ と直線 $y=x$ すなわち $x-y=0$ との距離を $d(t)$ とすると、

$$d(t) = \frac{|\sqrt{t} - \log t|}{\sqrt{2}}$$

ここで、 $f(t) = \sqrt{t} - \log t$ とおくと、

$$f'(t) = \frac{1}{2\sqrt{t}} - \frac{1}{t} = \frac{\sqrt{t} - 2}{2t}$$

$f'(t) = 0$ とすると、 $t = 4$

$f(t)$ の増減表は次のようになる。

t	0	...	4	...
$f'(t)$		-	0	+
$f(t)$		$\searrow$	$2 - 2\log 2$	$\nearrow$

ここで、

$2 - 2\log 2 = 2(1 - \log 2)$ について、

直線 $y=1 (1 \leq x \leq 2)$ と曲線 $y=\frac{1}{x} (1 \leq x \leq 2)$

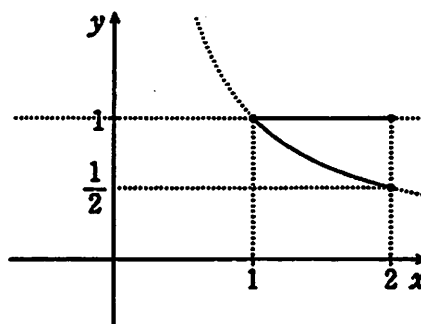
の位置関係と問1の結果より

$\int_1^2 \left(1 - \frac{1}{x}\right) dx = 1 - \log 2 > 0$ がわかる。

点 $P(\sqrt{t}, \log t)$ と直線 $y=x$ との距離が最小になる t の値は $t=4$ で、

そのときの距離は、

$$\frac{|\sqrt{4} - \log 4|}{\sqrt{2}} = \frac{2|1 - \log 2|}{\sqrt{2}} = \frac{2(1 - \log 2)}{\sqrt{2}} = \sqrt{2}(1 - \log 2) \quad \text{図}$$



【別解】 点 P は、 $\begin{cases} x=\sqrt{t} \\ y=\log t \end{cases}$ とおくことで、曲線 $y=2\log x$ 上の点であると考えられる。

この曲線 $y=2\log x$ の接線のうち、接線の傾きが直線 $y=x$ の傾き 1 と等しいときの接点を点 P_0 とする。

曲線 $y=2\log x$ について、 $y'=\frac{2}{x}$ より、

点 P_0 の x 座標を s とおくと、 $\frac{2}{s}=1$ すなわち $s=2$ で

あるから、点 P_0 の座標は $(2, 2\log 2)$ である。

また、曲線 $y=2\log x$ は上に凸であることから、

この点 $P_0(2, 2\log 2)$ と直線 $y=x$ との距離が、点 $P(\sqrt{t}, \log t)$ と直線 $y=x$ すなわち $x-y=0$ との距離の最小値である。

よって、その距離は、 $\frac{|2-2\log 2|}{\sqrt{2}} = \frac{2|1-\log 2|}{\sqrt{2}}$ となる。

ここで、 $|1-\log 2|$ について、

直線 $y=1(1 \leq x \leq 2)$ と曲線 $y=\frac{1}{x}(1 \leq x \leq 2)$

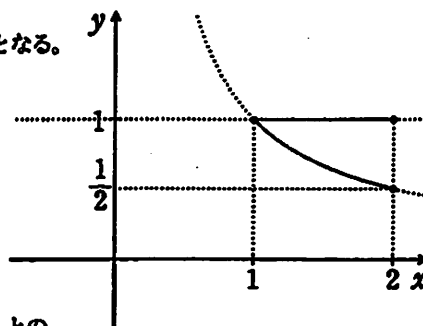
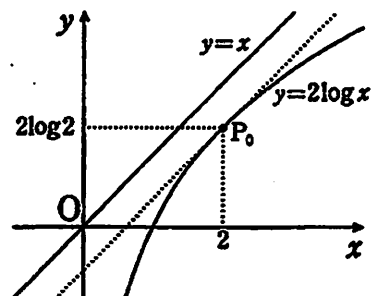
の位置関係と問 1 の結果より

$\int_1^2 \left(1 - \frac{1}{x}\right) dx = 1 - \log 2 > 0$ がわかる。

よって、座標平面上の点 $P(\sqrt{t}, \log t)$ と直線 $y=x$ との

距離が最小になるときの距離は、 $\frac{2|1-\log 2|}{\sqrt{2}} = \sqrt{2}(1-\log 2)$

そのときの t の値は $s=2$ より、 $t=4$ 図



【参考】

$1-\log 2 > 0$ を、直線 $y=1(1 \leq x \leq 2)$ と曲線 $y=\frac{1}{x}(1 \leq x \leq 2)$

の位置関係と問 1 の結果より求めたが、

$1-\log 2 = \log e - \log 2 = \log \frac{e}{2}$ かつ $\frac{e}{2} > 1$ より $1-\log 2 > 0$

とした解答も多かったのではないと思われる。

2 次の問いに答えよ。(50点)

問1 $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$ のとき、方程式 $2\sin \theta = \sin 3\theta$ を満たす θ の値を求めよ。

問2 定積分 $\int_0^{\frac{\pi}{2}} |\sin 3\theta - 2\sin \theta| d\theta$ を求めよ。

【解答】 問1 $\sin 3\theta = \sin(\theta + 2\theta)$

$$\begin{aligned} &= \sin \theta \cos 2\theta + \cos \theta \sin 2\theta \\ &= \sin \theta (1 - 2\sin^2 \theta) + 2\sin \theta (1 - \sin^2 \theta) \\ &= 3\sin \theta - 4\sin^3 \theta \end{aligned}$$

より、

$$\begin{aligned} 2\sin \theta - \sin 3\theta &= 2\sin \theta - (3\sin \theta - 4\sin^3 \theta) \\ &= -\sin \theta (1 - 4\sin^2 \theta) \\ &= -\sin \theta (1 + 2\sin \theta)(1 - 2\sin \theta) \end{aligned}$$

$2\sin \theta = \sin 3\theta$ のとき、 $2\sin \theta - \sin 3\theta = 0$ すなわち $-\sin \theta (1 + 2\sin \theta)(1 - 2\sin \theta) = 0$ であるから、

$0 < \theta < \frac{\pi}{2}$ より、 $\sin \theta = \frac{1}{2}$ すなわち、 $\theta = \frac{\pi}{6}$ 図

問2 問1 より、 $\sin 3\theta - 2\sin \theta = \sin \theta (1 + 2\sin \theta)(1 - 2\sin \theta)$ であり、

$0 \leq \theta \leq \frac{\pi}{2}$ のとき、 $\sin \theta \geq 0$ 、 $1 + 2\sin \theta \geq 0$ である。

$0 \leq \theta \leq \frac{\pi}{6}$ のとき、 $0 \leq \sin \theta \leq \frac{1}{2}$ より、 $1 - 2\sin \theta \geq 0$ すなわち $\sin 3\theta - 2\sin \theta \geq 0$ から、

$$|\sin 3\theta - 2\sin \theta| = \sin 3\theta - 2\sin \theta$$

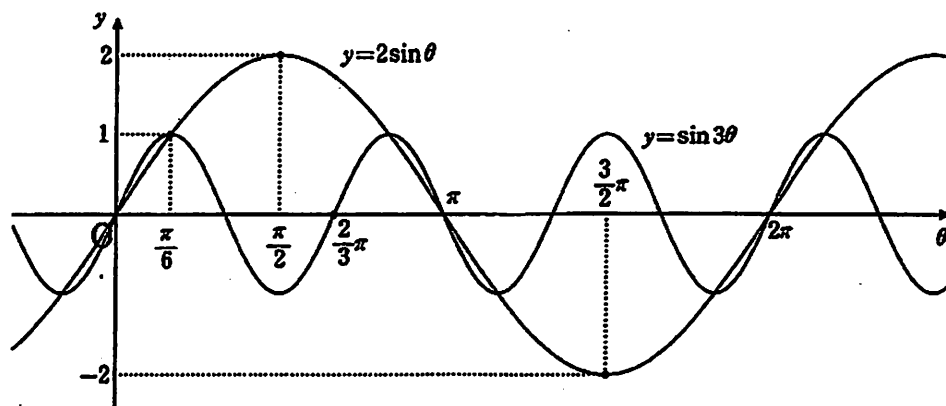
$\frac{\pi}{6} \leq \theta \leq \frac{\pi}{2}$ のとき、 $\frac{1}{2} \leq \sin \theta \leq 1$ より、 $1 - 2\sin \theta \leq 0$ すなわち $\sin 3\theta - 2\sin \theta \leq 0$ から、

$$|\sin 3\theta - 2\sin \theta| = -(\sin 3\theta - 2\sin \theta)$$

以上より、

$$\begin{aligned} \int_0^{\frac{\pi}{2}} |\sin 3\theta - 2\sin \theta| d\theta &= \int_0^{\frac{\pi}{6}} (\sin 3\theta - 2\sin \theta) d\theta - \int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{2}} (\sin 3\theta - 2\sin \theta) d\theta \\ &= -\frac{1}{3} [\cos 3\theta]_0^{\frac{\pi}{6}} + 2 [\cos \theta]_0^{\frac{\pi}{6}} + \frac{1}{3} [\cos 3\theta]_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{2}} - 2 [\cos \theta]_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{2}} \\ &= -\frac{1}{3} (0 - 1) + 2 \left(\frac{\sqrt{3}}{2} - 1 \right) + \frac{1}{3} (0 - 0) - 2 \left(0 - \frac{\sqrt{3}}{2} \right) \\ &= 2\sqrt{3} - \frac{5}{3} \quad \text{図} \end{aligned}$$

(参考)



上の $y = \sin 3\theta$ と $y = 2\sin \theta$ のグラフと、問1より $\theta = \frac{\pi}{6}$ のときに2つのグラフは交わることから、

$0 \leq \theta \leq \frac{\pi}{6}$ のとき $\sin 3\theta - 2\sin \theta \geq 0$ より、 $|\sin 3\theta - 2\sin \theta| = \sin 3\theta - 2\sin \theta$

$\frac{\pi}{6} \leq \theta \leq \frac{\pi}{2}$ のとき $\sin 3\theta - 2\sin \theta \leq 0$ より、 $|\sin 3\theta - 2\sin \theta| = -(\sin 3\theta - 2\sin \theta)$ がわかる。

3 z を複素数とする。 $z + \frac{3}{z}$ が実数であり、 $3 \leq z + \frac{3}{z} \leq 4$ となる z の動く範囲を複素数平面上に図示せよ。 (50点)

(解答) $z = x + yi$ とすると、

$$z + \frac{3}{z} = x + yi + \frac{3}{x + yi} = x + yi + \frac{3(x - yi)}{x^2 + y^2} = x + \frac{3x}{x^2 + y^2} + \left(y - \frac{3y}{x^2 + y^2}\right)i \quad \text{---①}$$

①が実数なので $y - \frac{3y}{x^2 + y^2} = y\left(1 - \frac{3}{x^2 + y^2}\right) = 0$ より、 $y = 0$ または $x^2 + y^2 = 3$ である。

i) $y = 0$ のとき、 $z = x$ であり、

$$3 \leq z + \frac{3}{z} \leq 4 \text{ は、 } 3 \leq x + \frac{3}{x} \leq 4 \text{ とできる。}$$

$x < 0$ のとき、 $3 \leq x + \frac{3}{x} \leq 4$ を満たさないため、 $x > 0$ であることがわかる。

$3 \leq x + \frac{3}{x}$ より、 $x^2 - 3x + 3 \geq 0$ だから、この二次不等式はすべての実数 x について成り立つ。

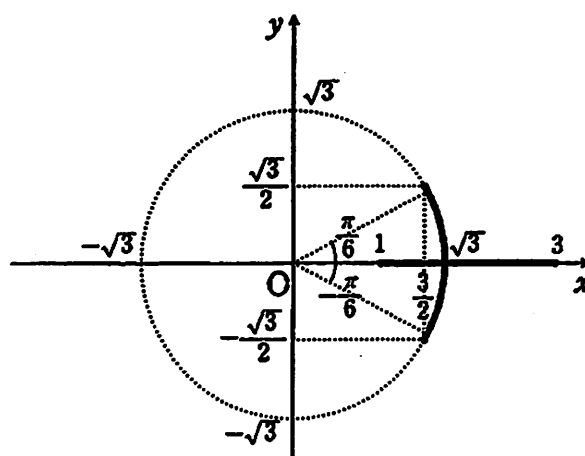
$x + \frac{3}{x} \leq 4$ より、 $x^2 - 4x + 3 \leq 0$ だから、これを解くと $1 \leq x \leq 3$

以上より、 $y = 0$ のとき、 $1 \leq x \leq 3$ すなわち $1 \leq z \leq 3$

ii) $x^2 + y^2 = 3$ のとき、①より $z + \frac{3}{z} = x + \frac{3x}{3} = 2x$ なので、

$$3 \leq z + \frac{3}{z} \leq 4 \text{ は、 } 3 \leq 2x \leq 4 \text{ となり、 } \frac{3}{2} \leq x \leq 2$$

i), ii) より z の動く範囲は複素数平面上で図の実線部分になる。



図解 z の極形式を $z=r(\cos\theta+i\sin\theta)$ とし、題意より $z\neq 0$ だから $r>0$ であり、また $-\pi\leq\theta<\pi$ の範囲で考えても良い。

$$\begin{aligned} z+\frac{3}{z} &= z+3z^{-1}=r(\cos\theta+i\sin\theta)+3r^{-1}(\cos\theta+i\sin\theta)^{-1} \\ &=r(\cos\theta+i\sin\theta)+\frac{3}{r}\{\cos(-\theta)+i\sin(-\theta)\} \\ &=r(\cos\theta+i\sin\theta)+\frac{3}{r}(\cos\theta-i\sin\theta) \\ &=\left(r+\frac{3}{r}\right)\cos\theta+i\left(r-\frac{3}{r}\right)\sin\theta \quad \text{---①} \end{aligned}$$

①が実数なので、 $r-\frac{3}{r}=0$ または $\sin\theta=0$ である。

i) $r-\frac{3}{r}=0$ のとき、 $r=\sqrt{3}$ であり、

$$z+\frac{3}{z}=\left(r+\frac{3}{r}\right)\cos\theta=2\sqrt{3}\cos\theta \text{ より、}$$

$$3\leq z+\frac{3}{z}\leq 4 \text{ は、} 3\leq 2\sqrt{3}\cos\theta\leq 4 \text{ すなわち } \frac{\sqrt{3}}{2}\leq \cos\theta$$

$$\text{よって、} -\frac{\pi}{6}\leq\theta\leq\frac{\pi}{6}$$

ii) $\sin\theta=0$ すなわち $\theta=-\pi, 0$ のとき、 $\cos\theta=1$ であり、

$$z+\frac{3}{z}=\left(r+\frac{3}{r}\right)\cos\theta=r+\frac{3}{r} \text{ である。}$$

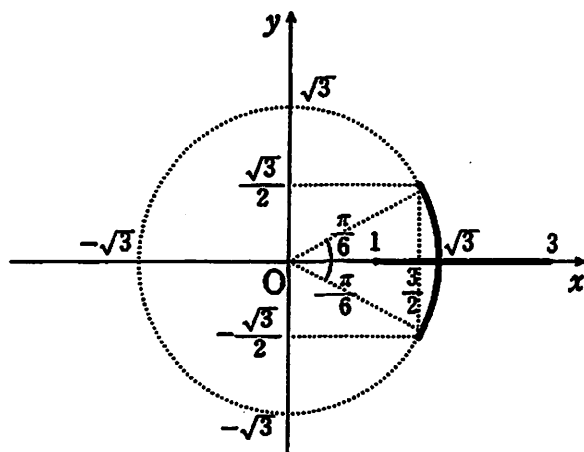
$$3\leq z+\frac{3}{z}\leq 4 \text{ より、} 3\leq r+\frac{3}{r}\leq 4 \text{ である。}$$

$$3\leq r+\frac{3}{r} \text{ より、} r^2-3r+3\geq 0 \text{ だから、この二次不等式はすべての実数 } r \text{ について成り立つ。}$$

$$r+\frac{3}{r}\leq 4 \text{ より、} r^2-4r+3\leq 0 \text{ だから、これを解くと } 1\leq r\leq 3 \text{ である。}$$

以上より、 $\sin\theta=0$ のとき、 $1\leq r\leq 3$ である。

i), ii) より z の動く範囲は複素数平面上で図の実線部分になる。



- 4 袋の中に赤玉 4 個と白玉 6 個が入っている。A が玉を 2 個取り出し、取り出した玉の色を確認して、もし 2 個とも赤玉なら赤玉 1 個を、それ以外の場合は白玉 1 個を袋に戻し、次に B がその袋から玉を 2 個取り出す。次の問いに答えよ。
(50 点)

問 1 A が白玉 2 個を取り出し、かつ B が赤玉を 2 個取り出す確率を求めよ。

問 2 B が赤玉を 2 個取り出す確率を求めよ。

問 3 B が取り出した玉が赤玉 2 個であったとき、A が取り出した玉が白玉 2 個である条件付き確率を求めよ。

(解答) 問 1 A が白玉 2 個を取り出し、かつ B が赤玉を 2 個取り出す確率は $\frac{{}_6C_2}{{}_{10}C_2} \times \frac{{}_4C_2}{{}_9C_2} = \frac{1}{18}$ 図

問 2 i) A が白玉 2 個を取り出し、かつ B が赤玉を 2 個取り出す確率は、問 1 より $\frac{1}{18}$

ii) A が白玉 1 個と赤玉 1 個を取り出し、かつ B が赤玉を 2 個取り出す確率は

$$\frac{{}_6C_1 \times {}_4C_1}{{}_{10}C_2} \times \frac{{}_3C_2}{{}_9C_2} = \frac{2}{45}$$

iii) A が赤玉 2 個を取り出し、かつ B が赤玉を 2 個取り出す確率は $\frac{{}_4C_2}{{}_{10}C_2} \times \frac{{}_3C_2}{{}_9C_2} = \frac{1}{90}$

i) ~ iii) より、これらの事象は互いに排反なので、求める確率は $\frac{1}{18} + \frac{2}{45} + \frac{1}{90} = \frac{10}{90} = \frac{1}{9}$ 図

問 3 B が赤玉 2 個を取り出す事象を B_0 、A が白玉 2 個を取り出す事象を A_0 とすると、

B が取り出した玉が赤玉 2 個であったとき、A が取り出した玉が白玉 2 個である条件付き確率は、

$$P_{B_0}(A_0) = \frac{P(A_0 \cap B_0)}{P(B_0)} = \frac{\frac{1}{18}}{\frac{1}{9}} = \frac{1}{2} \quad \text{図}$$

1 $0 \leq a \leq 1$ とし, $f(a) = \int_0^1 |x(a-x)| dx$ とする. 次の問いに答えよ. (50点)

問1 定積分 $\int_0^1 x(1-x) dx$ を求めよ.

問2 $f(a)$ を a の関数として表せ.

問3 $f(a)$ の最大値と最小値を求めよ. また, そのときの a の値をそれぞれ求めよ.

【解答】 問1 $\int_0^1 x(1-x) dx = \int_0^1 (x-x^2) dx = \left[\frac{1}{2}x^2 - \frac{1}{3}x^3 \right]_0^1 = \frac{1}{2} - \frac{1}{3} = \frac{1}{6}$ 図

【別解】 $\int_a^b (x-a)(x-b) dx = -\frac{1}{6}(b-a)^3$ より, $\int_0^1 x(1-x) dx = -\int_0^1 x(x-1) dx = -\left[-\frac{1}{6}(1-0)^3 \right] = \frac{1}{6}$ 図

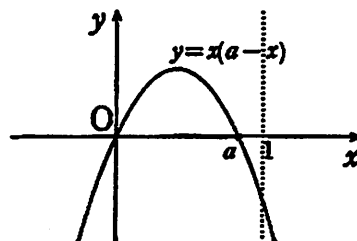
問2 $0 \leq a \leq 1$ より,

$0 \leq x \leq a$ のとき $|x(a-x)| = x(a-x)$

$a \leq x \leq 1$ のとき $|x(a-x)| = -x(a-x)$

以上より,

$$\begin{aligned} f(a) &= \int_0^1 |x(a-x)| dx \\ &= \int_0^a x(a-x) dx - \int_a^1 x(a-x) dx \\ &= \int_0^a (ax - x^2) dx - \int_a^1 (ax - x^2) dx \\ &= \left[\frac{ax^2}{2} - \frac{x^3}{3} \right]_0^a - \left[\frac{ax^2}{2} - \frac{x^3}{3} \right]_a^1 \\ &= \left(\left(\frac{a^3}{2} - \frac{a^3}{3} \right) - 0 \right) - \left(\left(\frac{a}{2} - \frac{1}{3} \right) - \left(\frac{a^3}{2} - \frac{a^3}{3} \right) \right) \\ &= \frac{a^3}{3} - \frac{a}{2} + \frac{1}{3} \quad \text{図} \end{aligned}$$



問3 $f'(a) = a^2 - \frac{1}{2}$ であるから,

$$f'(a) = 0 \text{ のとき, } 0 \leq a \leq 1 \text{ より } a = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$f(a)$ の増減表は次のようになり,

a	0	...	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	...	1
$f'(a)$		-	0	+	
$f(a)$	$\frac{1}{3}$	$\searrow$	$\frac{1}{3} - \frac{\sqrt{2}}{6}$	$\nearrow$	$\frac{1}{6}$

$f(a)$ は, $a=0$ のとき最大値 $\frac{1}{3}$

$a = \frac{\sqrt{2}}{2}$ のとき最小値 $\frac{1}{3} - \frac{\sqrt{2}}{6}$ をとる. 図

2 a, b を正の実数とする。座標空間における 4 点 $O(0, 0, 0)$, $A(a, 0, 0)$, $B(0, b, 0)$, $C(0, 0, 1)$ を頂点とする四面体 $OABC$ を考える。次の問いに答えよ。(50 点)

問 1 $\overrightarrow{CA}$ と $\overrightarrow{CB}$ の内積を求めよ。

問 2 $\cos \angle ACB$ と $\sin \angle ACB$ を a, b を用いて表せ。

問 3 三角形 ABC の面積を a, b を用いて表せ。

問 4 四面体 $OABC$ の体積が 1 であるとき、三角形 ABC の面積の最小値とそのときの a, b の値を求めよ。

解答 問 1 $\overrightarrow{CA} = (a, 0, -1)$, $\overrightarrow{CB} = (0, b, -1)$ より, $\overrightarrow{CA} \cdot \overrightarrow{CB} = 0 + 0 + 1 = 1$ 図

$$\text{問 2 } \cos \angle ACB = \frac{\overrightarrow{CA} \cdot \overrightarrow{CB}}{|\overrightarrow{CA}| |\overrightarrow{CB}|} = \frac{1}{\sqrt{a^2+1} \sqrt{b^2+1}}$$

$0 < \angle ACB < \pi$ より

$$\begin{aligned} \sin \angle ACB &= \sqrt{1 - \cos^2 \angle ACB} \\ &= \sqrt{1 - \frac{1}{(a^2+1)(b^2+1)}} \\ &= \sqrt{\frac{a^2b^2 + a^2 + b^2}{(a^2+1)(b^2+1)}} \\ &= \frac{\sqrt{a^2b^2 + a^2 + b^2}}{\sqrt{a^2+1} \sqrt{b^2+1}} \quad \text{図} \end{aligned}$$

問 3 三角形 ABC の面積を S とおくと,

$$S = \frac{1}{2} |\overrightarrow{CA}| |\overrightarrow{CB}| \sin \angle ACB = \frac{1}{2} \sqrt{a^2+1} \sqrt{b^2+1} \frac{\sqrt{a^2b^2 + a^2 + b^2}}{\sqrt{a^2+1} \sqrt{b^2+1}} = \frac{1}{2} \sqrt{a^2b^2 + a^2 + b^2} \quad \text{図}$$

別解

三角形 ABC の面積を S とおくと,

$$S = \frac{1}{2} \sqrt{|\overrightarrow{CA}|^2 |\overrightarrow{CB}|^2 - (\overrightarrow{CA} \cdot \overrightarrow{CB})^2} = \frac{1}{2} \sqrt{(a^2+1)(b^2+1) - 1^2} = \frac{1}{2} \sqrt{a^2b^2 + a^2 + b^2} \quad \text{図}$$

問 4 四面体 $OABC$ の体積は, $\frac{1}{3} \cdot \triangle OAB \cdot OC = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} ab \cdot 1 = \frac{1}{6} ab$ であり,

四面体 $OABC$ の体積が 1 であるとき, $\frac{1}{6} ab = 1$ より, $b = \frac{6}{a}$ とできる。

三角形 ABC の面積を S とおくと, 問 3 より,

$$S = \frac{1}{2} \sqrt{a^2b^2 + a^2 + b^2} = \frac{1}{2} \sqrt{a^2 \cdot \frac{36}{a^2} + a^2 + \frac{36}{a^2}} = \frac{1}{2} \sqrt{a^2 + \frac{36}{a^2} + 36}$$

$$a^2 > 0, \frac{36}{a^2} > 0 \text{ であるから, 相加平均と相乗平均の大小関係により } a^2 + \frac{36}{a^2} \geq 2 \sqrt{a^2 \cdot \frac{36}{a^2}} = 12$$

等号成立は, a が正の実数であることから, $a^2 = \frac{36}{a^2}$ すなわち $a = \sqrt{6}$ のときである。

$$\text{よって, } S \geq \frac{1}{2} \sqrt{12+36} = \frac{4\sqrt{3}}{2} = 2\sqrt{3} \text{ より,}$$

三角形 ABC の面積はの最小値は, $a = b = \sqrt{6}$ のとき, $2\sqrt{3}$ をとる。 図

1 関数 $f(x)$ は等式 $f'(x) = \sin x + \int_{-x}^x f(t)dt$ を満たす。次の問いに答えよ。(50点)

問1 $\int_{-x}^x f(t)dt = A$, $f(0) = c$ とする。 $f(x)$ を A と c を用いて表せ。

問2 $f(0) = 0$ のとき, $f(x)$ を求めよ。

解答 問1 $\int_{-x}^x f(t)dt = A$ とすると,

$$f'(x) = \sin x + A \text{ より,}$$

$$f(x) = -\cos x + Ax + C \quad (C \text{ は積分定数}) \quad \text{---①}$$

とできる。

ここで, $f(0) = c$ より, ①で $x=0$ とすると

$$c = -1 + C \text{ すなわち } C = c + 1$$

よって,

$$f(x) = -\cos x + Ax + c + 1 \quad \text{--- 図}$$

図解

$$f'(x) = \sin x + A \text{ より,}$$

$$f(x) - f(0) = \int_0^x f'(t)dt$$

$$= \int_0^x (\sin t + A)dt$$

$$= [-\cos t + At]_0^x$$

$$= -\cos x + Ax - (-1)$$

$$= -\cos x + Ax + 1$$

よって, $f(0) = c$ より,

$$f(x) = -\cos x + Ax + c + 1 \quad \text{--- 図}$$

問2 $f(0) = 0$ のとき, 問1の式に $c=0$ を代入すると,

$$f(x) = -\cos x + Ax + 1 \text{ とできる。}$$

これを, $\int_{-x}^x f(t)dt = A$ に代入すると,

$$\int_{-x}^x (-\cos t + At + 1)dt = A$$

$$\left[-\sin t + \frac{1}{2}At^2 + t \right]_{-x}^x = A$$

$$2x = A$$

$$f(x) = -\cos x + 2\pi x + 1 \quad \text{--- 図}$$

2 A, B, C を x の整式とする。次の問いに答えよ。(50点)

問1 A を B で割った商を Q , 余りを R とする。このとき, C が A と B の共通因数であるための必要十分条件は, C が B と R の共通因数であることを示せ。

問2 次の整式 A と整式 B の共通因数のうち, 次数が最大のものを求めよ。

$$A = x^4 + 9x^3 + 6x^2 - 36x + 216$$

$$B = x^3 + 4x^2 - 15x + 42$$

解答 問1 A を B で割った商が Q , 余りが R なので, $A = BQ + R$ とおける。

C が A と B の共通因数であるならば, C が B と R の共通因数であることを示す。

C が A と B の共通因数であるので, $A = CD$, $B = CE$ (D, E を整式とする) とおける。

このとき, $A = BQ + R$ より,

$$CD = CEQ + R$$

$$R = C(D - EQ)$$

$D - EQ$ は整式なので, C は R の共通因数である。

仮定より, C は B の共通因数であるので, C は B と R の共通因数である。

次に, C が B と R の共通因数であるならば, C が A と B の共通因数であることを示す。

C が B と R の共通因数であるので, $B = CE$, $R = CF$ (E, F を整式とする) とおける。

このとき, $A = BQ + R$ より, $A = CEQ + CF = C(EQ + F)$

$EQ + F$ は整式なので, C は A の共通因数である。

仮定より, C は B の共通因数であるので, C は A と B の共通因数である。

以上より, C が A と B の共通因数であるための必要十分条件は, C が B と R の共通因数であることである。 

問2 A を B で割ると, 商が $x+5$, 余りが x^2-3x+6 となるので,

$$x^4 + 9x^3 + 6x^2 - 36x + 216 = (x^3 + 4x^2 - 15x + 42)(x+5) + x^2 - 3x + 6$$

とできる。

ここで, $x^3 + 4x^2 - 15x + 42$ を $x^2 - 3x + 6$ で割ると商が $x+7$ であることから,

$$x^3 + 4x^2 - 15x + 42 = (x^2 - 3x + 6)(x+7)$$

となり, $R = x^2 - 3x + 6$ とおくと, B と R の共通因数 $x^2 - 3x + 6$ は,

問1より A と B の共通因数でもある。

さらに, B の次数が3であることから $x^2 - 3x + 6$ は A と B の共通因数のうち, 次数が最大のものである。 

3 複素数 z は $|z|=1$ を満たすとする。次の問いに答えよ。(50点)

問1 z の実部を x とする。 $z^2 + \bar{z}^2$ を x を用いて表せ。ただし、 $\bar{z}$ は z と共役な複素数とする。

問2 $\left| \frac{z}{2} + 2\bar{z} - 2 \right|^2$ の最大値と最小値を求めよ。

問3 次の等式を証明せよ。

$$\left| \frac{z}{2} + 2\bar{z} + 2 \right| + \left| \frac{z}{2} + 2\bar{z} - 2 \right| = 5$$

【解答】 問1 $z = x + yi$ とすると、 $|z|=1$ より $x^2 + y^2 = 1$ であり、

$$z^2 + \bar{z}^2 = (x^2 - y^2 + 2xyi) + (x^2 - y^2 - 2xyi) = 2x^2 - 2y^2 = 2x^2 - 2(1 - x^2) = 4x^2 - 2 \quad \text{【答】}$$

【別解】 $|z|^2 = z\bar{z} = 1$ より、 $(z + \bar{z})^2 = z^2 + \bar{z}^2 + 2$

$$\frac{z + \bar{z}}{2} = x \text{ より } z + \bar{z} = 2x \text{ であるから、 } z^2 + \bar{z}^2 = (2x)^2 - 2 = 4x^2 - 2 \quad \text{【答】}$$

$$\begin{aligned} \text{問2 } \left| \frac{z}{2} + 2\bar{z} - 2 \right|^2 &= \left(\frac{z}{2} + 2\bar{z} - 2 \right) \left(\frac{\bar{z}}{2} + 2z - 2 \right) \\ &= \frac{1}{4} z\bar{z} + z^2 - z + \bar{z}^2 + 4z\bar{z} - 4\bar{z} - \bar{z} - 4z + 4 \\ &= \frac{17}{4} z\bar{z} + z^2 + \bar{z}^2 - 5(z + \bar{z}) + 4 \end{aligned}$$

ここで、 $|z|=1$ より $z\bar{z}=1$ 、問1より $z^2 + \bar{z}^2 = 4x^2 - 2$ 、 $\frac{z + \bar{z}}{2} = x$ より $z + \bar{z} = 2x$ から、

$$\left| \frac{z}{2} + 2\bar{z} - 2 \right|^2 = \frac{17}{4} + 4x^2 - 2 - 10x + 4 = 4x^2 - 10x + \frac{25}{4} = \left(2x - \frac{5}{2} \right)^2 = 4 \left(x - \frac{5}{4} \right)^2$$

$|z|=1$ より $-1 \leq x \leq 1$ であるから、

$$\left| \frac{z}{2} + 2\bar{z} - 2 \right|^2 \text{ は、 } x = -1 \text{ のとき、最大値 } 4 \left(-1 - \frac{5}{4} \right)^2 = \frac{81}{4}$$

$$x = 1 \text{ のとき、最小値 } 4 \left(1 - \frac{5}{4} \right)^2 = \frac{1}{4} \quad \text{【答】}$$

問3 問2より、 $\left| \frac{z}{2} + 2\bar{z} - 2 \right| = \sqrt{4 \left(x - \frac{5}{4} \right)^2} = 2 \left| x - \frac{5}{4} \right|$ である。

$$\begin{aligned} \text{問2と同様に、} \left| \frac{z}{2} + 2\bar{z} + 2 \right|^2 &= \left(\frac{z}{2} + 2\bar{z} + 2 \right) \left(\frac{\bar{z}}{2} + 2z + 2 \right) \\ &= \frac{1}{4} z\bar{z} + z^2 + z + \bar{z}^2 + 4z\bar{z} + 4\bar{z} + \bar{z} + 4z + 4 \\ &= \frac{17}{4} z\bar{z} + z^2 + \bar{z}^2 + 5(z + \bar{z}) + 4 \\ &= \frac{17}{4} + 4x^2 - 2 + 10x + 4 \\ &= 4x^2 + 10x + \frac{25}{4} = \left(2x + \frac{5}{2} \right)^2 = 4 \left(x + \frac{5}{4} \right)^2 \end{aligned}$$

$$\text{より、} \left| \frac{z}{2} + 2\bar{z} + 2 \right| = \sqrt{4 \left(x + \frac{5}{4} \right)^2} = 2 \left| x + \frac{5}{4} \right|$$

また、 $-1 \leq x \leq 1$ より $x + \frac{5}{4} > 0$ 、 $x - \frac{5}{4} < 0$ であるから、

$$\left| \frac{z}{2} + 2\bar{z} + 2 \right| + \left| \frac{z}{2} + 2\bar{z} - 2 \right| = 2 \left| x + \frac{5}{4} \right| + 2 \left| x - \frac{5}{4} \right| = 2 \left(x + \frac{5}{4} \right) - 2 \left(x - \frac{5}{4} \right) = 5 \quad \text{【答】}$$

4 1 個のさいころを投げて 3 以上の目が出たら 5 点, 2 以下の目が出たら 2 点得られるゲームを行う。次の問いに答えよ。
(50 点)

問 1 さいころを 2 回投げて, 合計点が 7 点になる確率を求めよ。

問 2 さいころを 3 回投げて, 合計点が偶数になる確率を求めよ。

問 3 さいころを n 回投げて, 合計点が偶数になる確率を求めよ。

【解答】 問 1 1 個のさいころを投げて, 3 以上の目が出る確率は $\frac{4}{6} = \frac{2}{3}$, 2 以下の目が出る確率は $\frac{2}{6} = \frac{1}{3}$ である。

2 回のうち, 1 回が 3 以上の目が出て, 1 回は 2 以下の目が出る確率なので, ${}_2C_1 \left(\frac{2}{3}\right) \left(\frac{1}{3}\right) = \frac{4}{9}$ 図

問 2 さいころを 3 回投げて, 合計点が偶数になるのは, 得点が

(i) 3 回とも偶数

(ii) 3 回のうち, 2 回が奇数で 1 回が偶数

のいずれかの場合である。

(i) 得点が 3 回とも偶数である確率は, $\left(\frac{1}{3}\right)^3 = \frac{1}{27}$

(ii) 得点が, 3 回のうち 2 回が奇数で 1 回が偶数である確率は, ${}_3C_2 \left(\frac{2}{3}\right)^2 \left(\frac{1}{3}\right) = \frac{4}{9}$

(i), (ii) の事象は互いに排反であるので, 求める確率は, $\frac{1}{27} + \frac{4}{9} = \frac{13}{27}$ 図

問 3 求める確率を p_n とする。

p_1 はさいころを 1 回投げて 2 以下の目が出る確率だから, $p_1 = \frac{1}{3}$

p_{n+1} について考える。

さいころを $n+1$ 回投げて合計点が偶数になるのは, 以下の事象 A または B が起こる場合である。

A: さいころを n 回投げた時点での合計点が偶数であり, $n+1$ 回目に 2 以下の目が出る。

B: さいころを n 回投げた時点での合計点が奇数であり, $n+1$ 回目に 3 以上の目が出る。

A と B は互いに排反であるから, p_{n+1} を p_n を用いて表すと

$$p_{n+1} = p_n \cdot \frac{1}{3} + (1 - p_n) \cdot \frac{2}{3} = -\frac{1}{3}p_n + \frac{2}{3}$$

$$\text{これを变形して } p_{n+1} - \frac{1}{2} = -\frac{1}{3} \left(p_n - \frac{1}{2} \right)$$

よって, 数列 $\left\{ p_n - \frac{1}{2} \right\}$ は初項が $p_1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{3} - \frac{1}{2} = -\frac{1}{6}$, 公比が $-\frac{1}{3}$ の等比数列であるから,

$$p_n - \frac{1}{2} = -\frac{1}{6} \left(-\frac{1}{3} \right)^{n-1} = \frac{1}{2} \left(-\frac{1}{3} \right)^n$$

$$\therefore p_n = \frac{1}{2} \left(-\frac{1}{3} \right)^n + \frac{1}{2} = \frac{1}{2} \left\{ 1 + \left(-\frac{1}{3} \right)^n \right\}$$

よって, 求める確率は $\frac{1}{2} \left\{ 1 + \left(-\frac{1}{3} \right)^n \right\}$ である。 図

問 3 の 図解

(i) n が偶数のとき, 3 以上の目が偶数回出れば良いので, 求める確率は

$${}_nC_0\left(\frac{2}{3}\right)^0\left(\frac{1}{3}\right)^n + {}_nC_2\left(\frac{2}{3}\right)^2\left(\frac{1}{3}\right)^{n-2} + {}_nC_4\left(\frac{2}{3}\right)^4\left(\frac{1}{3}\right)^{n-4} + \cdots + {}_nC_n\left(\frac{2}{3}\right)^n\left(\frac{1}{3}\right)^0$$

である.

二項定理より,

$$\left(\frac{2}{3} + \frac{1}{3}\right)^n = {}_nC_0\left(\frac{2}{3}\right)^0\left(\frac{1}{3}\right)^n + {}_nC_1\left(\frac{2}{3}\right)^1\left(\frac{1}{3}\right)^{n-1} + {}_nC_2\left(\frac{2}{3}\right)^2\left(\frac{1}{3}\right)^{n-2} + \cdots + {}_nC_n\left(\frac{2}{3}\right)^n\left(\frac{1}{3}\right)^0 \quad \text{--- ①}$$

$$\left(\frac{2}{3} - \frac{1}{3}\right)^n = {}_nC_0\left(\frac{2}{3}\right)^0\left(-\frac{1}{3}\right)^n + {}_nC_1\left(\frac{2}{3}\right)^1\left(-\frac{1}{3}\right)^{n-1} + {}_nC_2\left(\frac{2}{3}\right)^2\left(-\frac{1}{3}\right)^{n-2} + \cdots + {}_nC_n\left(\frac{2}{3}\right)^n\left(-\frac{1}{3}\right)^0$$

より, n は偶数なので,

$$\left(\frac{2}{3} - \frac{1}{3}\right)^n = {}_nC_0\left(\frac{2}{3}\right)^0\left(\frac{1}{3}\right)^n - {}_nC_1\left(\frac{2}{3}\right)^1\left(\frac{1}{3}\right)^{n-1} + {}_nC_2\left(\frac{2}{3}\right)^2\left(\frac{1}{3}\right)^{n-2} - \cdots + {}_nC_n\left(\frac{2}{3}\right)^n\left(\frac{1}{3}\right)^0 \quad \text{--- ②}$$

①, ②を辺々加えて, 両辺を 2 で割ることにより,

$${}_nC_0\left(\frac{2}{3}\right)^0\left(\frac{1}{3}\right)^n + {}_nC_2\left(\frac{2}{3}\right)^2\left(\frac{1}{3}\right)^{n-2} + {}_nC_4\left(\frac{2}{3}\right)^4\left(\frac{1}{3}\right)^{n-4} + \cdots + {}_nC_n\left(\frac{2}{3}\right)^n\left(\frac{1}{3}\right)^0 = \frac{1}{2}\left[1 + \left(\frac{1}{3}\right)^n\right]$$

(ii) n が奇数のとき, 3 以上の目が偶数回出れば良いので, 求める確率は

$${}_nC_0\left(\frac{2}{3}\right)^0\left(\frac{1}{3}\right)^n + {}_nC_2\left(\frac{2}{3}\right)^2\left(\frac{1}{3}\right)^{n-2} + {}_nC_4\left(\frac{2}{3}\right)^4\left(\frac{1}{3}\right)^{n-4} + \cdots + {}_nC_{n-1}\left(\frac{2}{3}\right)^{n-1}\left(\frac{1}{3}\right)^1$$

である.

二項定理より,

$$\left(\frac{2}{3} - \frac{1}{3}\right)^n = {}_nC_0\left(\frac{2}{3}\right)^0\left(-\frac{1}{3}\right)^n + {}_nC_1\left(\frac{2}{3}\right)^1\left(-\frac{1}{3}\right)^{n-1} + {}_nC_2\left(\frac{2}{3}\right)^2\left(-\frac{1}{3}\right)^{n-2} + \cdots + {}_nC_n\left(\frac{2}{3}\right)^n\left(-\frac{1}{3}\right)^0$$

であるが, n は奇数なので,

$$\left(\frac{2}{3} - \frac{1}{3}\right)^n = -{}_nC_0\left(\frac{2}{3}\right)^0\left(\frac{1}{3}\right)^n + {}_nC_1\left(\frac{2}{3}\right)^1\left(\frac{1}{3}\right)^{n-1} - {}_nC_2\left(\frac{2}{3}\right)^2\left(\frac{1}{3}\right)^{n-2} + \cdots + {}_nC_n\left(\frac{2}{3}\right)^n\left(\frac{1}{3}\right)^0 \quad \text{--- ③}$$

(i) の式①から式③を辺々ひいて, 両辺を 2 で割ることにより,

$${}_nC_0\left(\frac{2}{3}\right)^0\left(\frac{1}{3}\right)^n + {}_nC_2\left(\frac{2}{3}\right)^2\left(\frac{1}{3}\right)^{n-2} + {}_nC_4\left(\frac{2}{3}\right)^4\left(\frac{1}{3}\right)^{n-4} + \cdots + {}_nC_{n-1}\left(\frac{2}{3}\right)^{n-1}\left(\frac{1}{3}\right)^1 = \frac{1}{2}\left[1 - \left(\frac{1}{3}\right)^n\right]$$

(i), (ii) より, さいころを n 回投げて合計点が偶数になる確率は $\frac{1}{2}\left[1 + \left(-\frac{1}{3}\right)^n\right]$ である. ㊟

Abstract—The purpose of this study was to determine the effect of a 10-week training program on the heart rate (HR) and energy expenditure (EE) of sedentary, middle-aged women. The subjects were 15 women, 40 to 50 years of age, who were sedentary and had no cardiovascular disease. They were randomly assigned to a 10-week training program or a control group. The training program consisted of three sessions per week of 30 minutes of moderate-intensity aerobic exercise. The control group did not exercise. The HR and EE were measured at rest and during exercise at the beginning and end of the 10-week period. The results showed that the training program significantly increased the HR and EE of the women. The HR increased from 68 to 72 beats per minute at rest and from 148 to 152 beats per minute during exercise. The EE increased from 1,200 to 1,300 kcal per day at rest and from 2,400 to 2,600 kcal per day during exercise. The results suggest that a 10-week training program can improve the cardiovascular fitness of sedentary, middle-aged women.

[illegible]

(b)(7)(C), (b)(7)(D), (b)(7)(F), (b)(7)(G)

1998, 1999, 2000, 2001, 2002, 2003, 2004, 2005, 2006, 2007, 2008, 2009, 2010, 2011, 2012, 2013, 2014, 2015, 2016, 2017, 2018, 2019, 2020, 2021, 2022, 2023, 2024, 2025, 2026, 2027, 2028, 2029, 2030, 2031, 2032, 2033, 2034, 2035, 2036, 2037, 2038, 2039, 2040, 2041, 2042, 2043, 2044, 2045, 2046, 2047, 2048, 2049, 2050, 2051, 2052, 2053, 2054, 2055, 2056, 2057, 2058, 2059, 2060, 2061, 2062, 2063, 2064, 2065, 2066, 2067, 2068, 2069, 2070, 2071, 2072, 2073, 2074, 2075, 2076, 2077, 2078, 2079, 2080, 2081, 2082, 2083, 2084, 2085, 2086, 2087, 2088, 2089, 2090, 2091, 2092, 2093, 2094, 2095, 2096, 2097, 2098, 2099, 2100, 2101, 2102, 2103, 2104, 2105, 2106, 2107, 2108, 2109, 2110, 2111, 2112, 2113, 2114, 2115, 2116, 2117, 2118, 2119, 2120, 2121, 2122, 2123, 2124, 2125, 2126, 2127, 2128, 2129, 2130, 2131, 2132, 2133, 2134, 2135, 2136, 2137, 2138, 2139, 2140, 2141, 2142, 2143, 2144, 2145, 2146, 2147, 2148, 2149, 2150, 2151, 2152, 2153, 2154, 2155, 2156, 2157, 2158, 2159, 2160, 2161, 2162, 2163, 2164, 2165, 2166, 2167, 2168, 2169, 2170, 2171, 2172, 2173, 2174, 2175, 2176, 2177, 2178, 2179, 2180, 2181, 2182, 2183, 2184, 2185, 2186, 2187, 2188, 2189, 2190, 2191, 2192, 2193, 2194, 2195, 2196, 2197, 2198, 2199, 2200, 2201, 2202, 2203, 2204, 2205, 2206, 2207, 2208, 2209, 2210, 2211, 2212, 2213, 2214, 2215, 2216, 2217, 2218, 2219, 2220, 2221, 2222, 2223, 2224, 2225, 2226, 2227, 2228, 2229, 2230, 2231, 2232, 2233, 2234, 2235, 2236, 2237, 2238, 2239, 2240, 2241, 2242, 2243, 2244, 2245, 2246, 2247, 2248, 2249, 2250, 2251, 2252, 2253, 2254, 2255, 2256, 2257, 2258, 2259, 2260, 2261, 2262, 2263, 2264, 2265, 2266, 2267, 2268, 2269, 2270, 2271, 2272, 2273, 2274, 2275, 2276, 2277, 2278, 2279, 2280, 2281, 2282, 2283, 2284, 2285, 2286, 2287, 2288, 2289, 2290, 2291, 2292, 2293, 2294, 2295, 2296, 2297, 2298, 2299, 2300, 2301, 2302, 2303, 2304, 2305, 2306, 2307, 2308, 2309, 2310, 2311, 2312, 2313, 2314, 2315, 2316, 2317, 2318, 2319, 2320, 2321, 2322, 2323, 2324, 2325, 2326, 2327, 2328, 2329, 2330, 2331, 2332, 2333, 2334, 2335, 2336, 2337, 2338, 2339, 2340, 2341, 2342, 2343, 2344, 2345, 2346, 2347, 2348, 2349, 2350, 2351, 2352, 2353, 2354, 2355, 2356, 2357, 2358, 2359, 2360, 2361, 2362, 2363, 2364, 2365, 2366, 2367, 2368, 2369, 2370, 2371, 2372, 2373, 2374, 2375, 2376, 2377, 2378, 2379, 2380, 2381, 2382, 2383, 2384, 2385, 2386, 2387, 2388, 2389, 2390, 2391, 2392, 2393, 2394, 2395, 2396, 2397, 2398, 2399, 2400, 2401, 2402, 2403, 2404, 2405, 2406, 2407, 2408, 2409, 2410, 2411, 2412, 2413, 2414, 2415, 2416, 2417, 2418, 2419, 2420, 2421, 2422, 2423, 2424, 2425, 2426, 2427, 2428, 2429, 2430, 2431, 2432, 2433, 2434, 2435, 2436, 2437, 2438, 2439, 2440, 2441, 2442, 2443, 2444, 2445, 2446, 2447, 2448, 2449, 2450, 2451, 2452, 2453, 2454, 2455, 2456, 2457, 2458, 2459, 2460, 2461, 2462, 2463, 2464, 2465, 2466, 2467, 2468, 2469, 2470, 2471, 2472, 2473, 2474, 2475, 2476, 2477, 2478, 2479, 2480, 2481, 2482, 2483, 2484, 2485, 2486, 2487, 2488, 2489, 2490, 2491, 2492, 2493, 2494, 2495, 2496, 2497, 2498, 2499, 2500, 2501, 2502, 2503, 2504, 2505, 2506, 2507, 2508, 2509, 2510, 2511, 2512, 2513, 2514, 2515, 2516, 2517, 2518, 2519, 2520, 2521, 2522, 2523, 2524, 2525, 2526, 2527, 2528, 2529, 2530, 2531, 2532, 2533, 2534, 2535, 2536, 2537, 2538, 2539, 2540, 2541, 2542, 2543, 2544, 2545, 2546, 2547, 2548, 2549, 2550, 2551, 2552, 2553, 2554, 2555, 2556, 2557, 2558, 2559, 2560, 2561, 2562, 2563, 2564, 2565, 2566, 2567, 2568, 2569, 2570, 2571, 2572, 2573, 2574, 2575, 2576, 2577, 2578, 2579, 2580, 2581, 2582, 2583, 2584, 2585, 2586, 2587, 2588, 2589, 2590, 2591, 2592, 2593, 2594, 2595, 2596, 2597, 2598, 2599, 2600, 2601, 2602, 2603, 2604, 2605, 2606, 2607, 2608, 2609, 2610, 2611, 2612, 2613, 2614, 2615, 2616, 2617, 2618, 2619, 2620, 2621, 2622, 2623, 2624, 2625, 2626, 2627, 2628, 2629, 2630, 2631, 2632, 2633, 2634, 2635, 2636, 2637, 2638, 2639, 2640, 2641, 2642, 2643, 2644, 2645, 2646, 2647, 2648, 2649, 2650, 2651, 2652, 2653, 2654, 2655, 2656, 2657, 2658, 2659, 2660, 2661, 2662, 2663, 2664, 2665, 2666, 2667, 2668, 2669, 2670, 2671, 2672, 2673, 2674, 2675, 2676, 2677, 2678, 2679, 26

1992, 1993, 1994, 1995, 1996, 1997, 1998, 1999, 2000, 2001, 2002, 2003, 2004, 2005, 2006, 2007, 2008, 2009, 2010, 2011, 2012, 2013, 2014, 2015, 2016, 2017, 2018, 2019, 2020, 2021, 2022, 2023, 2024, 2025, 2026, 2027, 2028, 2029, 2030, 2031, 2032, 2033, 2034, 2035, 2036, 2037, 2038, 2039, 2040, 2041, 2042, 2043, 2044, 2045, 2046, 2047, 2048, 2049, 2050, 2051, 2052, 2053, 2054, 2055, 2056, 2057, 2058, 2059, 2060, 2061, 2062, 2063, 2064, 2065, 2066, 2067, 2068, 2069, 2070, 2071, 2072, 2073, 2074, 2075, 2076, 2077, 2078, 2079, 2080, 2081, 2082, 2083, 2084, 2085, 2086, 2087, 2088, 2089, 2090, 2091, 2092, 2093, 2094, 2095, 2096, 2097, 2098, 2099, 2100, 2101, 2102, 2103, 2104, 2105, 2106, 2107, 2108, 2109, 2110, 2111, 2112, 2113, 2114, 2115, 2116, 2117, 2118, 2119, 2120, 2121, 2122, 2123, 2124, 2125, 2126, 2127, 2128, 2129, 2130, 2131, 2132, 2133, 2134, 2135, 2136, 2137, 2138, 2139, 2140, 2141, 2142, 2143, 2144, 2145, 2146, 2147, 2148, 2149, 2150, 2151, 2152, 2153, 2154, 2155, 2156, 2157, 2158, 2159, 2160, 2161, 2162, 2163, 2164, 2165, 2166, 2167, 2168, 2169, 2170, 2171, 2172, 2173, 2174, 2175, 2176, 2177, 2178, 2179, 2180, 2181, 2182, 2183, 2184, 2185, 2186, 2187, 2188, 2189, 2190, 2191, 2192, 2193, 2194, 2195, 2196, 2197, 2198, 2199, 2200, 2201, 2202, 2203, 2204, 2205, 2206, 2207, 2208, 2209, 2210, 2211, 2212, 2213, 2214, 2215, 2216, 2217, 2218, 2219, 2220, 2221, 2222, 2223, 2224, 2225, 2226, 2227, 2228, 2229, 2230, 2231, 2232, 2233, 2234, 2235, 2236, 2237, 2238, 2239, 2240, 2241, 2242, 2243, 2244, 2245, 2246, 2247, 2248, 2249, 2250, 2251, 2252, 2253, 2254, 2255, 2256, 2257, 2258, 2259, 2260, 2261, 2262, 2263, 2264, 2265, 2266, 2267, 2268, 2269, 2270, 2271, 2272, 2273, 2274, 2275, 2276, 2277, 2278, 2279, 2280, 2281, 2282, 2283, 2284, 2285, 2286, 2287, 2288, 2289, 2290, 2291, 2292, 2293, 2294, 2295, 2296, 2297, 2298, 2299, 2300, 2301, 2302, 2303, 2304, 2305, 2306, 2307, 2308, 2309, 2310, 2311, 2312, 2313, 2314, 2315, 2316, 2317, 2318, 2319, 2320, 2321, 2322, 2323, 2324, 2325, 2326, 2327, 2328, 2329, 2330, 2331, 2332, 2333, 2334, 2335, 2336, 2337, 2338, 2339, 2340, 2341, 2342, 2343, 2344, 2345, 2346, 2347, 2348, 2349, 2350, 2351, 2352, 2353, 2354, 2355, 2356, 2357, 2358, 2359, 2360, 2361, 2362, 2363, 2364, 2365, 2366, 2367, 2368, 2369, 2370, 2371, 2372, 2373, 2374, 2375, 2376, 2377, 2378, 2379, 2380, 2381, 2382, 2383, 2384, 2385, 2386, 2387, 2388, 2389, 2390, 2391, 2392, 2393, 2394, 2395, 2396, 2397, 2398, 2399, 2400, 2401, 2402, 2403, 2404, 2405, 2406, 2407, 2408, 2409, 2410, 2411, 2412, 2413, 2414, 2415, 2416, 2417, 2418, 2419, 2420, 2421, 2422, 2423, 2424, 2425, 2426, 2427, 2428, 2429, 2430, 2431, 2432, 2433, 2434, 2435, 2436, 2437, 2438, 2439, 2440, 2441, 2442, 2443, 2444, 2445, 2446, 2447, 2448, 2449, 2450, 2451, 2452, 2453, 2454, 2455, 2456, 2457, 2458, 2459, 2460, 2461, 2462, 2463, 2464, 2465, 2466, 2467, 2468, 2469, 2470, 2471, 2472, 2473, 2474, 2475, 2476, 2477, 2478, 2479, 2480, 2481, 2482, 2483, 2484, 2485, 2486, 2487, 2488, 2489, 2490, 2491, 2492, 2493, 2494, 2495, 2496, 2497, 2498, 2499, 2500, 2501, 2502, 2503, 2504, 2505, 2506, 2507, 2508, 2509, 2510, 2511, 2512, 2513, 2514, 2515, 2516, 2517, 2518, 2519, 2520, 2521, 2522, 2523, 2524, 2525, 2526, 2527, 2528, 2529, 2530, 2531, 2532, 2533, 2534, 2535, 2536, 2537, 2538, 2539, 2540, 2541, 2542, 2543, 2544, 2545, 2546, 2547, 2548, 2549, 2550, 2551, 2552, 2553, 2554, 2555, 2556, 2557, 2558, 2559, 2560, 2561, 2562, 2563, 2564, 2565, 2566, 2567, 2568, 2569, 2570, 2571, 2572, 2573, 2574, 2575, 2576, 2577, 2578, 2579, 2580, 2581, 2582, 2583, 2584, 2585, 2586, 2587, 2588, 2589, 2590, 2591, 2592, 2593, 2594, 2595, 2596, 2597, 2598, 2599, 2600, 2601, 2602, 2603, 2604, 2605, 2606, 2607, 2608, 2609, 2610, 2611, 2612, 2613, 2614, 2615, 2616, 2617, 2618, 2619, 2620, 2621, 2622, 2623, 2624, 2625, 2626, 2627, 2628, 2629, 2630, 2631, 2632, 2633, 2634, 2635, 2636, 2637, 2638, 2639, 2640, 2641, 2642, 2643, 2644, 2645, 2646, 2647, 2648, 2649, 2650, 2651, 2652, 2653, 2654, 2655, 2656, 2657, 2658, 2659, 2660, 2661, 2662, 2663, 2664, 2665, 2666, 2667, 2668, 2669, 2670, 2671, 2672, 2673, 26

$$9 = \left(\frac{1}{2}\right)\left(\frac{1}{2}\right)^2 + (-1)\left(\frac{1}{2}\right)^2 + \left(\frac{1}{2}\right)\left(\frac{1}{2}\right)^2 + \left(\frac{1}{2}\right)\left(\frac{1}{2}\right)^2 = 1\left(\frac{1}{2}\right)^2$$

$$\left(\frac{1}{2}\right)^n \left(\frac{1}{2}\right)^n = \left(\frac{1}{2}\right)^n \left(\frac{1}{2}\right)^n = \left(\frac{1}{2}\right)^n \left(\frac{1}{2}\right)^n = \left(\frac{1}{2}\right)^n \left(\frac{1}{2}\right)^n = \left(\frac{1}{2}\right)^n \left(\frac{1}{2}\right)^n$$

2001-2004 01

$$e = \left(\frac{1}{2}\right)\left(\frac{1}{2}\right) \cdot \frac{1}{2} + \left(\frac{1}{2}\right)\left(\frac{1}{2}\right) \cdot \frac{1}{2} + \left(\frac{1}{2}\right)\left(\frac{1}{2}\right) \cdot \frac{1}{2} + \left(\frac{1}{2}\right)\left(\frac{1}{2}\right) \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$$

01212-4101-9991 03924-00 10

$$f^{(0)}(\frac{1}{2}) + \frac{1}{2} f^{(1)}(\frac{1}{2}) + \frac{1}{6} f^{(2)}(\frac{1}{2}) + \frac{1}{24} f^{(3)}(\frac{1}{2}) + \frac{1}{720} f^{(4)}(\frac{1}{2}) + \frac{1}{5040} f^{(5)}(\frac{1}{2}) = \frac{1}{2}$$

4415848, 570, 6136157, 64564157, 241015346, (3)

(b) (7) (C), (b) (7) (D), (b) (7) (F), (b) (7) (G)

520

6500

$$(1-x)^{-1} = 1 + x + x^2 + x^3 + \dots$$

DOI: 10.1002/for

$$e = \left(\frac{1}{2}\right)\left(\frac{1}{2}\right)2 + (-1)^2 \left(\frac{1}{2}\right)\left(\frac{1}{2}\right)2 + \left(\frac{1}{2}\right)\left(\frac{1}{2}\right)2 + \left(\frac{1}{2}\right)\left(\frac{1}{2}\right)2 = \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{2}\right)$$

DECLASSIFIED BY: NSA/CSS/INT//SI-0896

$$1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + 10^2 = 385$$

$$C_{\text{eff}} = \left(\frac{1}{1 + \frac{1}{\alpha}} \right) + \frac{1}{\alpha} \text{ as long as } \alpha \text{ is the ratio of } \alpha_{\text{eff}} \text{ to } \alpha_{\text{eff}} = 0.04 \text{ (1)}$$

第 71 回九州算数・数学教育研究（宮崎）大会発表論文 及び授業指導案

発表論文

石川 睦 先生（普天間高等学校）・・・・・・・・・・・・・・・・・・ 3 1

研究主題 数学的な思考力・表現力を育む指導の工夫

副 題 知識構成型ジグソー法と問題設定の工夫を通して

仲本 琴美 先生（小禄高等学校）・・・・・・・・・・・・・・・・・・ 3 2

研究主題 『本当の“分かった”』

副 題 アクティブラーニング型の授業を通し、“生きる力”の育成を目指す

生島 英輝 先生（名護高校）・・・・・・・・・・・・・・・・・・ 3 3

研究主題 自律的な学びの姿勢を育む指導の工夫

副 題 グループ学習による学び合いを通して

「数学的な思考力・表現力を育む指導の工夫」

～知識構成型ジグソー法と問題設定の工夫を通して～

沖縄県立普天間高等学校 石川 睦

1. はじめに

1948年（昭和23年）設立。1学年10クラスあり、約1200名の生徒が在籍している。校訓「質実剛健」「進取創造」のもと、高いレベルでの文武両道を目指している。

2. 主題の設定理由

校内で実施した模擬試験において「基本的知識を問題に応じて使えるか」を問う問題（公式利用）の得点率は38.2%であった。さらに、「やや複雑な問題設定で条件を図や式におきかえる力」を問う問題（応用力）は、その得点率は19.9%という結果になり、基礎的・基本的な知識は身に付いているが、それらを活用し、数学的に表現する問題に落ち込みが見られた。

これまでの授業実践では、ペア学習やグループ学習等の意見交流の場の設定や学習を振り返って自己評価を書くなど、言語活動の充実を図りながら数学的な思考力と表現力を育むことを目指してきた。その結果、校内で行ったアンケートでは、「生徒間で話し合う活動を通して、自分の考えを深めたり、広げたりすることができている」と回答した生徒は89.6%と高い数値の結果がでた。一方で、「解き方を言葉や数、式などを使って説明することができるか」という項目では47.9%の生徒がはいと答えており、数学的な表現を苦手とする生徒が過半数いることがわかった。このようになった原因として、ペア学習やグループ学習になると、教える生徒と教わる生徒が固定化され、数学が苦手な生徒ほど解き方を説明する機会が失われていることがあげられる。

そこで、生徒一人ひとりが自分の考えをまとめ表現する場面を設定する必要があると考える。その方法として、知識構成型ジグソー法があげられる。知識構成型ジグソー法では、問題に対する解決策を生徒が主体的に考え、グループ学習を通して視野を広げることで、困難な問題に対しても解決策を見出すことができると考える。

また、課題の解決に向けて、どの生徒も主体的に学習に取り組みやすくするためには、魅力的な問題設定を心がける必要があると考える。ここで生徒から「やってみよう」、「なぜ、こうなるのか」などの気持ちを引き出すことができれば、その後のジグソー法によるグループ学習も活性化すると考え、本研究では問題設定の工夫も取り入れた。

3. 仮説

知識構成型ジグソー法を取り入れ、問題設定を工夫することによって、生徒一人ひとりが主体的に問題に取り組み、既習事項を活用し、数学的な表現を用いて説明することができるようになり、数学的思考力・表現力が育まれるであろう。

4. 研究の実際

(1) 知識構成型ジグソー法

① 学習形態の工夫

ジグソー活動では必ず説明活動を伴うので、責任を持ってエキスパート問題に取り組み、きちんと自分の考えで説明できるようにするため、エキスパート活動でのグループ構成は、各グループに1名、数学が得意な生徒を配置した。また、ジグソー活動では円滑に話し合いが進み、メイン問題に取り組む必要があるので、コミュニケーションが取りやすいグループ構成を意識した。

② 授業の展開

㊦ 導入（5分）学習課題の提示

㊧ 展開Ⅰ（5分）エキスパート活動

㊨ 展開Ⅱ（25分）ジグソー活動

㊩ 展開Ⅲ（10分）クロストーク活動

㊪ まとめ（5分）相互評価

(2) 問題設定の工夫

生徒が主体的に学習できるよう、パフォーマンス課題を設定。また、授業の終末ではループリックを用いて生徒同士の相互評価を取り入れる。

5. 研究の成果と今後の課題

(1) 成果

① 知識構成型ジグソー法を取り入れたことで、既習事項や技能をもとに筋道立てて考えられるようになり、言葉や数、式、図などを適切に説明することができる生徒が増え、数学的な思考力・表現力が育れた。

② 問題設定を工夫することで、既習事項を積極的に用いるようになり、生徒が主体的に学習するようになった。

(2) 課題

① 基礎的・基本的な内容の定着を図るとともに、知識構成型ジグソー法を計画的・継続的に取り入れ、思考力・表現力向上のため、さらなる場面設定をする必要がある。

② 生徒の実態や授業内容に応じて課題の難易度を設定するなど、さらなる問題設定の工夫をする必要がある。

『本当の“分かった”』

～主体的かつ対話的な深い学びを通し、“生きる力”の育成を目指す～

沖縄県立小禄高等学校 仲本 琴美

1. はじめに

教員5年目を迎えた。県立中部農林高校で3年、現在は県立小禄高校で2年目として日々授業研究を行っている。2つの高校での授業実践、教材研究の違いを比較しながら私自身の指導法の変化をふまえ、研究結果の発表を行いたいと思う。

①中部農林高校

創立72年目を迎える歴史ある学校である。全日制課程5学科(熱帯資源科、園芸科学科、食品科学科、造園科、福祉科)に分かれる。

全体として素直な生徒が多く、実習等に一生懸命取り組む。学習面(特に数学)に苦手意識を持つ生徒が多い。

大学・短大	専門学校	就職
15.3%	42.9%	58.2%

表1：中部農林高校進路実績について(平成27年度)

②小禄高校

創立55年目を迎え、文武両道を目指す伝統校である。全日制課程普通科さらにその中で普通(7クラスのうち特進クラスが1つ)、情報ビジネス、英語、芸術教養とコースが分かれる。部活動がとても盛んで礼儀正しく活発な生徒が多い。授業態度はまじめな生徒が多いが、入学時の高い学力と比べ、進路意識が低いという点で課題が見られる。

大学・短大	外国大学	専門学校	就職
55%	1%	33%	3%

表2：小禄高校進路実績について(平成27年度)

2. 主題の設定理由

TIMSS2016の調査結果によると、「数学は楽しい」「数学が得意」の両項目とも依然国際平均よりも低い状況が続いている。また、①の学校で行ったアンケート「数学を相手へ説明することに自信があるか」では90%の生徒が「ない」と答えた。そこで数学の授業を通して、理解したことを相手へ伝えることで、事象を数学的に考察し表現する能力を高め、コミュニケーション能力の育成、学習意欲の向上に繋がると考えた。さらに②の学校ではより深い学びへ繋がるよう、生徒自身で問題を作成するという活動を導入した。授業の中で数学的論拠に基づいて判断する態度を育てることで「本当の“分かった”」を追求し、その過程で“生きる力”を身につけ、厳しい社会の中でたくましく魅力的に生きる人材の育成を目指したいという理由で主題を設定した。

3. 仮説

①基礎的な知識の習得・基本的な概念の理解を深める場面において、理解したことを相手へ説明する活動を設け、言語活動の充実を図ることで、コミュニケーション能力・自尊心の育成、学習意欲の向上に繋がるだろう。

②既習の知識を活用する場面において、生徒自身で問題を作成し、みんなで考えるという取り組みを導入することでより深い学び、その過程の中で“生きる力”の育成が図られるだろう。

4. 研究の実際

各単元で数学用語の意味の確認、基本的な概念の理解に繋がる問題、多くの生徒が難しいと感じる問題については、理解したことを相手へ説明する場面を導入した。うまく説明できないという生徒は教師が個別で対応し、理解できていないポイントを指摘した。説明タイムを重ねるうちに、ノートまとめの工夫や、説明の上手な子のまねをしたりと、生徒自身で工夫する様子が見られるようになった。問題作成では、解けない問題を作ってしまった生徒の対応、ある生徒が作成した面白い問題をみんなで解くといった時間をその時々で臨機応変に設けた。また、形成的評価として毎時間ミニテストを実施した。



図1：ノートの工夫

図2：問題を説明する様子

5. 研究の成果と今後の課題

①の学校では、実践したクラスの多くの生徒が「数学の授業が好き」「数学は楽しい」と前向きなイメージをもち、授業に参加するようになった。②の学校では、“分かった”と自信を持って相手へ説明することができる生徒の割合が増えた。さらに、苦手意識の強い生徒も、センター試験問題の解説、説明ができるようになった。課題としては、授業の中で、個人で問題に取り組む時間と共同で問題に取り組む時間との割合をバランスよく授業に取り入れることである。この実践を通して、学習意欲の向上だけでなく生徒の人間性にも良い変化が見られたので、今後も継続して授業研究に努めていく。

『自律的な学びの姿勢を育む指導の工夫』
～グループ学習による学び合いを通して～

沖縄県立名護高等学校 生島 英輝

1. はじめに

本校は沖縄県北部にあり、戦前の県立第三中学校、第三高等女学校を前身とした約90年の歴史と伝統のある学校である。地域と連携しながら学校づくりを行っている。私が担当しているクラスは、授業時間以外の学習時間が少なく、自律的に学習に取り組む姿勢が身につけていない生徒が多いことが課題であった。

2. 主題の設定理由

数学は教師が傍にいないと学ぶことができないと考えている生徒が多かった。その思い込みをなくし、生徒に自律的な学びの姿勢を身に付けさせれば、授業時間外での学習時間が増えるのではないかと考えた。

3. 仮説

自律的な学びの姿勢を生徒に身に付けさせるためには、自力で数学の教科書を読解することができる、自力で教科書の問題を解くことができるという感覚を持たせる必要がある。それは以下の能力を鍛えることで達成されたと考えた。

- (1)教科書の本文を読解することができる。
- (2)問題文から用件と条件を読み取ることができる。
- (3)条件と既習事項を結びつけることができる。

《(1)に関して》生徒達はこれまでに教科書の初見の頁を自力で読解した経験はなかった。そのため、次の点を工夫して難しさを出来るだけ感じさせないようにして取り組ませた。

- ・教師が教科書の本文をパラグラフで分ける。
- ・パラグラフ毎に読解するよう指示する。
- ・パラグラフ毎の要点をノートにまとめさせる。
- ・グループでノートを交換させて説明させる。

4. 研究の実際

単発の取り組みでは自律的な学びの姿勢は身につかないと考え、毎回の授業で継続して取り組ませることにした。生徒は教科書とノート、プリント2枚を用いる。板書はせずに、授業を以下のように進める。

- (1)その時間に取り組む問題文が印刷された1枚目のプリントを配布する。問題文の用件と条件に下線を引かせる。
- (2)問題文から本時のテーマを考えさせる。

- (3)グループで交換させ、チェックさせる。

- (4)2枚目のプリントを配り、本時の課題を提示する。

このプリントには読解すべき教科書の本文の箇所と解くべき練習問題の番号が載っている。生徒個々のペースで進めさせる。教師は、生徒が課題に取り組んでいる間に、黒板にネームプレートと練習問題の答えを貼り付けておく。

練習問題の答えは裏返しに貼っておき、着席している生徒からは見えないようにしておく。

- (5)生徒は問題が解けたら黒板の前に来て、答え合わせをする。1問1問、確認しながら進めるよう指示する。正解の場合は、その問題の答えの下に自分のネームプレートを移動させる。教師はそれをみて達成度合いを確認する。不正解の場合は、生徒は再度その問題に取り組む。自力での解決が困難な場合はグループのメンバーに教わるよう声をかける。

- (6)早く問題を解き終えた生徒は追加課題に取り組む。追加課題は次の2種類あり、2つのうちどれかを選ぶ。

- ①副教材からピックアップした類題を解く。
- ②類題を作る。

- (7)全員が課題を達成できるようにグループ内での学び合いが促進されるように声掛けをする。
- (8)2枚目のプリントの振り返り記入欄に、自己評価を書かせる。
- (9)プリントを2枚とも提出させ、本時の課題達成率を振り返り、授業を閉じる。

5. 研究の成果と今後の課題

この取り組みを始めた当初は、教科書本文の読解に時間がかかること、グループ内での学び合いがなかなか生まれないことに頭を悩ませたこともあった。しかし、取り組みを続けていくうちに、慣れもあってか、徐々に上記は解消されていった。自分たちの力だけでも教科書を読解できる、練習問題を解くことができると思えるようになったという生徒の声があった。放課後に教室を覗くと、数名の生徒が数学の予習に取り組んでいた。この成果は現在も続いている。私は喜びを感じつつも、その他の生徒の自律的な学びの姿勢を育てるための改良を模索中である。今後も継続して、どのようにしたら、自律的な学びの姿勢が生徒に身に付いていくのかどうかの検証を続けていく。

九数教大会開催地一覧

年度	回	開催地	年度	回	開催地
昭和22	1	熊本市	58	37	熊本市
23	2	別府市	59	38	大分市
24	3	宮崎市	60	39	宮崎市
25	4	佐賀市	61	40	武雄市
26	5	福岡市(日数教全国大会)	62	41	福岡市(日数教全国大会)
27	6	長崎市	63	42	佐世保市
28	7	鹿児島市	平成元	43	鹿児島市
29	8	別府市	2	44	熊本市
30	9	熊本市	3	45	浦添市・西原町
31	10	宮崎市	4	46	大分市
32	11	佐賀市	5	47	宮崎市
33	12	福岡市	6	48	唐津市
34	13	佐世保市	7	49	北九州市
35	14	鹿児島市	8	50	長崎市(日数教全国大会)
36	15	熊本市	9	51	鹿児島市
37	16	別府市	10	52	熊本市
38	17	宮崎市	11	53	浦添市・那覇市
39	18	武雄市	12	54	大分市
40	19	北九州市	13	55	宮崎市
41	20	長崎市	14	56	佐賀市
42	21	鹿児島市	15	57	福岡市
43	22	大分市	16	58	鹿児島市(日数教全国大会)
44	23	熊本市(日数教全国大会)	17	59	佐世保市
45	24	宮崎市	18	60	熊本市
46	25	唐津市	19	61	宜野湾市・那覇市
47	26	福岡市(日数教全国大会)	20	62	大分市
48	27	佐世保市	21	63	宮崎市
49	28	鹿児島市	22	64	佐賀市
50	29	熊本市	23	65	長崎市
51	30	那覇市	24	66	北九州市(日数教全国大会)
52	31	大分市	25	67	鹿児島市
53	32	宮崎市(日数教全国大会)	26	68	熊本市
54	33	佐賀市	27	69	浦添市・那覇市・西原町
55	34	北九州市	28	70	大分市
56	35	長崎市	29	71	宮崎市
57	36	鹿児島市			

