

高校数学教育

沖縄県高等学校数学教育会誌

第54号

2018年（平成30年）6月22日（金）

沖縄県高等学校数学教育会 発行

目 次

沖縄県高等学校数学教育会会長あいさつ	会長 宮城 薫	1
沖縄県高等学校数学教育会第 56 回総会・55 回研究大会実施要項		2
沖縄県高等学校数学教育会会則		3
平成 29 年度 会 務 報 告		4
決 算 報 告		6
会計監査報告		7
平成 30 年度 役 員		8
行事計画		9
予 算 案		10
第 42 回「高校数学教育を考える会」大学入試問題研究		11
第 72 回九州算数・数学教育研究（佐賀）大会発表論文・授業指導案		27
九州数学教育会総会開催地一覧表		30

I	第一章 总 则	1
II	第二章 机构的设置	2
III	第三章 机构的职责	3
IV	第四章 机构的组成	4
V	第五章 机构的任期	5
VI	第六章 机构的职权	6
VII	第七章 机构的组成	7
VIII	第八章 机构的组成	8
IX	第九章 机构的组成	9
X	第十章 机构的组成	10
XI	第十一章 机构的组成	11
XII	第十二章 机构的组成	12
XIII	第十三章 机构的组成	13
XIV	第十四章 机构的组成	14
XV	第十五章 机构的组成	15
XVI	第十六章 机构的组成	16
XVII	第十七章 机构的组成	17
XVIII	第十八章 机构的组成	18
XIX	第十九章 机构的组成	19
XX	第二十章 机构的组成	20
XXI	第二十一章 机构的组成	21
XXII	第二十二章 机构的组成	22
XXIII	第二十三章 机构的组成	23
XXIV	第二十四章 机构的组成	24
XXV	第二十五章 机构的组成	25
XXVI	第二十六章 机构的组成	26
XXVII	第二十七章 机构的组成	27
XXVIII	第二十八章 机构的组成	28
XXIX	第二十九章 机构的组成	29
XXX	第三十章 机构的组成	30
XXXI	第三十一章 机构的组成	31
XXXII	第三十二章 机构的组成	32
XXXIII	第三十三章 机构的组成	33
XXXIV	第三十四章 机构的组成	34
XXXV	第三十五章 机构的组成	35
XXXVI	第三十六章 机构的组成	36
XXXVII	第三十七章 机构的组成	37
XXXVIII	第三十八章 机构的组成	38
XXXIX	第三十九章 机构的组成	39
XL	第四十章 机构的组成	40
XLI	第四十一章 机构的组成	41
XLII	第四十二章 机构的组成	42
XLIII	第四十三章 机构的组成	43
XLIV	第四十四章 机构的组成	44
XLV	第四十五章 机构的组成	45
XLVI	第四十六章 机构的组成	46
XLVII	第四十七章 机构的组成	47
XLVIII	第四十八章 机构的组成	48
XLIX	第四十九章 机构的组成	49
L	第五十章 机构的组成	50

あいさつ

沖縄県高等学校数学教育会
会 長 宮 城 薫

第56回総会並びに第55回研究大会が開催できますことを心から感謝申し上げます。本会は、沖縄県における算数・数学教育の教育研究団体の中核として、数々の実績を積み重ね、本県の数学教育の資質向上に貢献してまいりました。今後もその理念を大事に、実践研究をさらに継続発展させていくことが重要だと考えます。

さて、大学入試センターは、平成30年3月26日、昨年11月に実施した、大学入学共通テストの導入に向けた試行調査（プレテスト）の結果報告を公表しました。参加校は全国で1,889校、実受験者数は162,325人という大規模なものでした。

今回の調査では、平均点をあまり意識せず様々なタイプの問題を出題したこともあり、正答率はセンター試験よりも低く、問題によっては正答率が1%に満たないものもありました。国語の記述式問題については無解答率は低かったものの文字数が最も多い（80字～120字）問題の正答率が極端に低くなっています。

私は、数学については生徒たちのアンケートからも「時間が短かった」「問題の量（文章や資料）が多かった」などの回答が寄せられたとおり、設問の文章量が長くそれを如何に速く読解し解答するかが鍵で新テストの記述式問題対策はそれほど必要ではないと考えていました。

しかし、次の記述式問題の正答率は2.0%、誤答率48.2%、無回答率49.8%となっています。

その問題は、「2次関数 $y=ax^2+bx+c$ についてコンピュータのグラフ表示ソフトのグラフが下の図2のようなグラフを表示した。このとき、 a 、 c の値はそのまま変えずに、 b の値だけ変化させても、頂点は第1象限および第2象限には移動しなかった。

その理由を、頂点の y 座標についての不等式を用いて説明せよ」です。

解答例として、 $a>0$ 、 $c<0$ なので、頂点の y 座標

$$-\frac{b^2-4ac}{4a} < 0 \quad \text{を示せばよい}$$

わけですが、その正答率が極端に低くなっています。

先生方は、その結果をどのように分析するでしょうか。

3月末に新しい高等学校学習

指導要領が告示されました。今回の改訂のポイントの1つとして、「知識の理解の質を高め資質・能力を育む『主体的・対話的で深い学び』」が謳われています。各学校現場におかれましては、前述の記述式問題が解けるように知識及び技能の習得と思考力、判断力、表現力等の「確かな学力」の育成のための主体的・対話的で深い学びの授業改善・研究に取り組んで頂きたいと思います。

総会に引き続き研究大会では、陽明高等学校金城文子先生、開邦高等学校渡嘉敷真吾先生、那覇高等学校垣花康夫先生の御三名方が、それぞれの教科指導法等について追求した研究発表が行われます。また、本発表は、7月に実施される九州数学研究大会の先行発表も兼ねています。今回の発表を多くの先生方が参考にして頂き、今後の実践に役立てて頂ければ幸いです。

結びに、本日は校務多忙の中、指導助言を賜りました総合教育センター高原香織研究主事、ご参加くださいました多くの先生方にも御礼申し上げ挨拶とします。

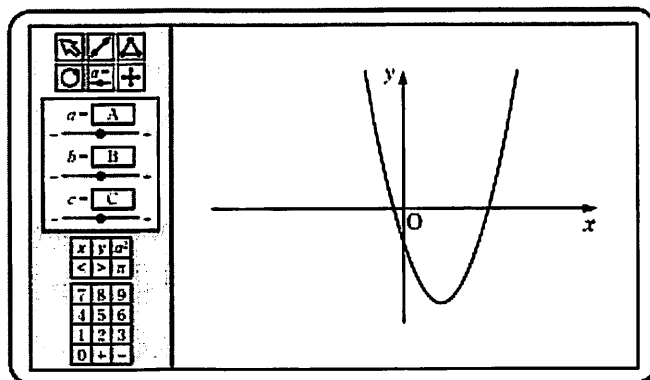


図2

沖縄県高等学校数学教育会 第56回総会および第55回研究大会

- 1 研究主題 「未来社会を切り拓くための算数・数学教育」
～主体的・対話的で深い学びによる探究力の向上をめざして～
- 2 会 場 小禄高等学校
- 3 日 程 平成30年6月22日（金）

受 付	13:30～14:00
全 体 総 会	14:00～14:30
高校部会総会	14:40～15:10
研究大会および意見交換	15:20～16:50
- 4 部会総会
 - (1)開会のことば 副会長
 - (2)会長あいさつ 会 長
 - (3)議長選出
 - (4)議 事
 - ①平成29年度会務報告
 - ②平成29年度決算報告及び監査報告
 - ③平成30年度役員選出（案）
 - ④各種委員会の編成について
 - ⑤平成30年度行事計画（案）
 - ⑥平成30年度予算（案）
 - ⑦その他
 - (5)閉会の言葉 副会長
- 5 研究大会

発表者

垣花 康夫 先生（那覇高校）

研究主題 『積極的に自主学習に取り組む姿勢を育てる環境作りの試み』

副 題 ～スマートフォンの活用を通して～

金城 文子 先生（陽明高校）

研究主題 『数学的な表現力をはぐくむ授業実践』

副 題 ～Researcher-Like Activity を取り入れた数学的活動の工夫～

渡嘉敷 真吾先生（開邦高校）

研究主題 『数学的な表現力を高める授業の工夫』

副 題 ～協働的な学び「問題づくり」を用いた記述指導を通して～

指導助言 高 原 香 織（沖縄県立総合教育センター研究主事）
- 6 大会当日の役員

総務 会 長	宮 城 蕉（開 邦）	
副会長	金 城 栄 一（那 覇）	西 原 誠（那覇工業）
	崎 間 恒 哉（首 里）	
事務局	禰 保 研 光（首 里）	

沖縄県高等学校数学教育会会則

- 第1条 本会は沖縄県高等学校数学教育会と称す。
- 第2条 本会の事務局は原則として那覇市近郊の高等学校におく。
- 第3条 本会は沖縄県高等学校数学教育会の興隆と会員の相互親睦を図ることを目的とする。
- 第4条 本会は前条の目的を達成するために次の事業を行う。
1、数学教育に関する研究と調査
2、講習会、講演会および研修会などの開催
3、会誌の発行
4、九州数学教育会、日本数学教育学会との連携
5、その他
- 第5条 本会は沖縄県の高等学校数学教師ならびに本会の目的に賛同する者をもって組織する。
- 第6条 本会の目的を達成するために次の機関を置く。
1、総会 2、代議員会 3、理事会 4、各種委員会
- 第7条 総会は会長が召集し、年1回以上開き、次の事項を付議する。
1、代議員会の決定事項および会計監査の承認
2、本会の解散、合併またはそれに準ずる事項
3、その他重要な事項
2 総会の議事は出席者の過半数をもって決する。
- 第8条 代議員会は会長が召集し、この会則の定める事項の他、次の事項を審議決定する。
1、事業計画および予算 2、事業報告および決算
3、会則および内規の改正 4、その他理事会の起案する事項
2 代議員会の議事は出席者の過半数をもって決する。
- 第9条 理事会は会長が召集し、この会則の定める事項の他、次の事項を審議する。
1、代議員会に提案する事項
2、代議員会で決定した事項の執行
2 理事会の議事は出席者の過半数をもって決する。
- 第10条 本会に次の役員をおく。
役員の任期は1年とし、再選を妨げない。
会長 1名 副会長 3名
理事 若干名（うち1名は常任理事）
監事 3名
- 第11条 役員は代議員会において選出する。
1、会長は本会を代表し、会務を総理する。
2、副会長は会長を補佐し、会長に事故あるときは、その職務を代行する
3、理事は理事会を構成し、会務を執行する。
4、常任理事は事務局を構成する。
5、監事は本会の会計を監査する。
- 第12条 代議員は各高等学校において会員中より1名選出し、また必要に応じて会長が委嘱する。代議員は代議員会を構成する。
- 第13条 本会の会計年度は、4月1日に始まり、翌年3月31日に終わる。
- 第14条 本会の経費は、会費、補助金、およびその他の収入を持ってこれに充てる。
- 第15条 本会の会員は、会費を納入するものとする。
- 第16条 この会則の施行についての細則は、代議員会において決定する。

付 則
この会則は、1967年4月1日より施行する。
一部改正 平成17年4月1日

平成29年度 沖縄県高等学校数学教育会 会務報告

平成29年

4月 7日 第1回 高数教役員会（首里高校）

平成29年度新役員、第1回理事会・代議員会について

5月 1日 第1回 沖数教事務局長会（小禄高校）

5月10日 第1回 沖数教役員会（小禄高校）

平成29年度新役員、第1回理事会・代議員会について

5月17日 第41回「高校数学教育を考える会」（那覇工業高校 視聴覚教室）

平成29年度琉球大学入試問題について （県内各校より48名参加）

琉球大学参加者 ◇理学部数理科学科

金子譲一・小高一則・杉浦 誠・林 正史・佃 修一・眞野 智行

5月22日 第2回 沖数教役員会（小禄高校）

第44回総会並びに研究大会、第71回九数教宮崎大会に向けて

第1回 沖数教理事代議員会（読谷高校）

役員選出、会務報告、決算、年間計画、予算、その他

6月 2日 第1回 診断テスト委員会（那覇国際高校）

6月 8日 第2回 診断テスト委員会（那覇国際高校）

6月15日 第3回 診断テスト委員会（那覇国際高校）

6月30日 平成29年度 沖縄県高等学校数学教育会 第55回総会および第54回研究大会

沖縄県数学教育会 第44回総会および研究大会

研究主題 「確かな学力の定着を図り、生きる力をはぐくむ数学教育」

会 場 読谷高等学校（九数教宮崎大会のリハーサルを兼ねて実施）

石川 陸 先生（普天間高等学校）

研究主題 数学的な思考力・表現力を育む指導の工夫

副 題 知識構成型ジグソー法と問題設定の工夫を通して

仲本 琴美 先生（小禄高等学校）

研究主題 『本当の“分かった”』

副 題 アクティブラーニング型の授業を通し、“生きる力”の育成を目指す

生島 英輝 先生（名護高校）

研究主題 自律的な学びの姿勢を育む指導の工夫

副 題 グループ学習による学び合いを通して

指導助言：喜久本 直 貴（沖縄県立総合教育センター主任研究主事）

会誌53号「高校数学教育」発行

第3回 沖数教役員会 第71回九数教宮崎大会に向けて

7月 上旬 第2回 診断テスト実施

7月26日 第71回 九州算数・数学教育会総会並びに九州算数・数学教育会（宮崎）大会

～28日

発表者 ◇石川 睦 先生 (普天間高等学校)
◇仲本 琴美 先生 (小禄高等学校)
◇生島 英輝 先生 (名護高校)

8月4日

～8日 第99回 全国算数・数学教育研究(和歌山)大会 視察
(平成31年度 第101回 全国(沖縄)大会に向けて)

◇禰保研光(首里高校)、仲松辰美(首里高校)、比嘉良太(那覇工業)、漢那初美(中部商業)

9月6日 第40回 小中高合同研究会 第1回準備委員会

10月4日 第4回 沖数教役員会 (小禄高校)

第2回 理事会・代議員会に向けて

10月19日 沖数教 第2回 理事会・代議員会(読谷高校)

第71回 九数教(宮崎)大会の報告、第44回総会の報告

第40回小中高合同研究会について、平成31年度第101回日数教(沖縄)大会について等

10月20日 第4回 診断テスト委員会 (那覇国際高校)

11月2日 第5回 診断テスト委員会 (那覇国際高校)

11月10日 第6回 診断テスト委員会 (那覇国際高校)

11月13日 第40回 小中高合同研究会(山内小学校)参加者68名

(小31名、中16名、高16名、その他5名)

※公開授業「分数のかけ算とわり算」および授業研究会を行い、その後にシンポジウム
「分数のかけ算と割り算～主体的・対話的で深い学びの実現を目指して～」を開催。

授業者 : 松田 健史 先生(古堅南小学校教諭)

コーディネーター: 伊禮 三之 (琉球大学大学院教育学研究科教授)

シンポジスト 小: 長間 清人 (うるま市教育委員会指導科指導係長)

中: 伊波 寿光 (読谷村立読谷中学校教頭)

高: 喜久本 直貴 (沖縄県立総合教育センター主任研究主事)

11月25日 九州数学教育会 理事・代表者会議 問題集編集会議 (福岡)

会長: 星野朗(北山高校校長) 事務局: 禰保研光(首里高校)

12月上旬 第2回 診断テスト実施

平成30年

1月11日 日数教(沖縄)大会準備委員会(和歌山視察メンバー)

第1回全体会に向けて(仕事内容の確認・部会委員への説明準備等)

1月25日 日数教(沖縄)大会準備委員会(第1回全体会)仕事内容の確認

2月8日 第5回 沖数教役員会 第3回 理事会に向けて

第101回 全国(沖縄)大会に向けて、日数教(沖縄)大会受付システムの説明

2月26日 第3回 沖数教理事会、第2回臨時役員会

平成29年度総括、次年度に向けて 第101回 全国(沖縄)大会に向けて

3月25日 第1回大学入試問題研究委員会 (4月7日 第2回大学入試問題研究委員会)

平成29年度 沖縄県高等学校数学教育会 決算

収入	支出	残金
626,955	619,088	7,867

収入の部

項 目	科 目	予 算 額	決算額	△未・過収入額	説 明
1	1 学 校 分 担 金	220,000	250,084	30,084	分担金＋会費
	2 会 費				
	3 繰 越 金	24,871	24,871	0	前年度からの繰越
	4 補 助 金	5,000	7,000	2,000	九数教からの補助
	5 協 賛 金	220,000	195,000	△ 25,000	管理職等からの協賛金
	6 雑 収 入	150,000	150,000	0	基礎問題集編集委5万、 診断テスト委10万
	7 通 帳 利 息	0	0	0	
計		619,871	626,955	7,084	

支出の部

項 目	科 目	予 算 額	決 算 額	残 額	説 明
1	運 営 費	58,000	65,448	△ 7,448	
	1 庶 務 費	3,000	11,019	△ 8,019	通信費，消耗品費
	2 会 議 費	3,000	2,429	571	会議，大会運営費
	3 手 当	26,000	26,000	0	事務局2万＋監査2千×3
	4 沖 数 教 会 費	26,000	26,000	0	沖数教への会費
2	事 務 費	285,000	278,640	6,360	
	1 研究発表補助費	30,000	30,000	0	宮崎大会発表者3名
	2 派 遣 費	160,000	181,800	△ 21,800	7月：会長、助言者 11月：会長
	3 講習・講演会費	5,000	0	5,000	
	4 委員会活動費	20,000	15,000	5,000	大学入試委員会15,000円
	5 研究調査補助費	5,000	0	5,000	
	6 支部活動補助費	0	0	0	
	7 会 誌 発 行 費	65,000	51,840	13,160	会誌第53号製本代
3	沖 数 教 分 担 金	270,000	270,000	0	
4	雑 費	0	0	0	
5	九数教沖縄大会積立費	5,000	5,000	0	日数教沖縄大会積立金
6	予 備 費	1,871		1,871	
計		619,871	619,088	783	

収入 626,955 支出 619,088 残金 7,867

監査報告書

沖縄県高等学校数学教育会

会長 星 野 朗 殿

平成 29 年度沖縄県高等学校数学教育会の会計監査の結果を下記の通り報告します。

記

会計監査は、金銭出納簿、証書書類および預金通帳によって実施した。

1. 証書類は、金銭出納簿の通り整理されていた。
2. 残高 7,867 円 は、琉球銀行小禄支店普通預金口座 205-278 に
預金されていることを確認した。
3. 九数教沖縄大会通帳として、琉球銀行小禄支店普通預金口座 470-560 に
金額 1,051,788 円 が預金されていることを確認した。

以上、監査の結果、異常を認めない。

平成 30 年 5 月 8 日 (火)

沖縄県高等学校数学教育会

監査委員

前 泊 聖 (前)

城 間 晴 美 (前)

永 吉 和 記 (前)

平成30年度 沖縄県高等学校数学教育会役員

高数教三役

高数教	名前	勤務先	備考
会長	宮城 薫	開邦	校長
副会長	崎間恒哉	首里	副校長
	西原 誠	那覇工業	教頭
	金城栄一	那覇	
事務局	禰保研光	首里	教諭
書記	知名勝史	浦添	
会計	仲松辰美	首里	

高数教理事

高数教	名前	勤務先	備考
各種委員会	池間健将	首里東	診断テスト委員長
	田口清陽	沖縄水産	大学入試問題研究委員長
	金城徹也	浦添	基礎問題集編集委員会委員長
	江田晴信	首里	研修集会委員長
沖数教	上原正也	開邦	沖数教事務局
校長	太田守克	北山	
	星野 朗	小禄	
	島仲利泰	糸満	
	石垣有三	読谷	
	金城 毅	石川	
	比嘉正二	北谷	
	大濱裕司	コザ	
	高江洲武	美里	
	前三盛英明	久米島	
	小成善保	首里	
	玉城 学	那覇国際	
	仲舛盛順	八重山	
	平良 淳	宮古総実	
理事	小嶺雅春	真和志	教頭
	川添貴司	名商工	
	宮城竜幸	普天間	
	前里哲寿	久米島	
	金城昭人	泊 夜間	
行政	仲地範禮	豊見城南	教育庁
	與那嶺善道	教育指導課監	
	半嶺 満	県立学校教育課長	
	伊志嶺嘉典	県立学校教育課	
	金城達也	県立学校教育課	
	金城順也	県立学校教育課	
	金城正樹	総務課	
	上江洲寿	学校人事課	
	山城芳則	学校人事課	
	平良哲也	学校人事課	
	喜久本直貴	教育経営研修班	教育センター
	新井孝雄	教育経営研修班	
	高原香織	教科研修班	
	真喜屋篤	ITセンター	
行政	宮城広行		離島児童生徒支援センター
	安仁屋宗一郎		

沖数教役員(高数教選出)

沖数教	名前	勤務先	備考
副会長	宮城 薫	開邦	校長
理事	大濱裕司	コザ	校長
	比嘉正二	北谷	
	高江洲武	美里	
代議員	小嶺雅春	真和志	教頭
	西原 誠	那覇工業	
	金城栄一	那覇	
	崎間恒哉	首里	
	前里哲寿	久米島	
	宮城竜幸	普天間	
	金城順也	県立学校教育課	
監査	上江洲隆	具志川	教育庁
			教諭

各種委員会

委員会	名前	勤務先	名前	勤務先
診断テスト委員会	◎池間健将	首里東	宮里恒輝	開邦
	新垣公崇	読谷	西村松太郎	長崎(交流)
	多和田哲章	球陽	漢那宗裕	糸満
	新城武光	首里	上江洲 隆	具志川
	照屋全人	那覇西	上原正也	開邦(沖数教)
	屋富祖 直	小禄	禰保研光	首里(高数教)
	比嘉義一郎	宜野座		
大学入試問題研究委員会	◎田口清陽	沖縄水産	仲本琴美	小禄
	玉城重光	開邦	永吉和紀	那覇西
	湧川泰成	コザ	洲鎌啓祐	名護
	徳門潔	球陽	下里幸司	陽明
基礎問題集編集委員会	◎金城徹也	浦添	垣花康夫	那覇
	真栄田義尚	首里	安座間淳	那覇
	平田直樹	首里		
研究集会委員会	◎江田晴信	首里	仲里昌輝	名護商工
	西村松太郎	長崎(交流)	真栄田義尚	首里
	金城裕介	豊見城南	花城健彰	首里
	徳永拓也	泊		
数学コンテスト委員会	休会			

高数教監査

監査	永吉和紀	那覇西
	江田晴信	首里
	前泊聖子	那覇

平成30年度 行事計画

1. 会員の各種委員会での教育研究活動および親睦
2. 沖数教・九数教・日数教との連携および活動

月	行 事 予 定	説 明
4		
5	委 員 会 活 動 沖数教第1回理事会・代議員会(5/1) 高数教第1回役員会(5/10) 日数教大会第2回準備委員会(5/30)	各種委員会活動開始 17:30～ 琉球大学 17:30～ 首里高校 17:30～ 琉球大学
6	理事会・代議員会(6/6) 高校数学教育を考える会(6/6) 沖数教 45回総会・研究大会(6/22) 高数教 56総会・55研究大会(6/22)	15:00～15:30 琉球大学 15:40～16:50 琉球大学 会誌第54号発行予定 17:30～小禄高校 発表予定者：3名を予定 金城 文子 (陽明高校) 渡嘉敷 真吾 (開邦高校) 垣花 康夫 (那覇高校)
7	数学診断テスト(上旬) 九数教 理事・代議員会(7/23) 九数教 研究大会(佐賀：7/23～25)	会場：武雄高校(佐賀県) 発表予定者：分科会 金城 文子 (陽明高校) 渡嘉敷 真吾 (開邦高校) 垣花 康夫 (那覇高校) 会長、事務局長派遣
8	全国(東京)大会視察 日数教大会第3回準備委員会(8/9)	8/2～8/6 予定 17:30～琉球大学
9		
10		
11	小中高合同研究会(11月下旬予定) 九数教 理事・代議員会(予定)	研究授業：(今年度は高等学校で実施) 会長、事務局長派遣
12	数学診断テスト(上旬) 日数教大会第4回準備委員会(12/12)	17:30～琉球大学
1		
2	日数教大会第5回準備委員会(2/12)	17:30～琉球大学
3		

※ この他に必要に応じて役員会を予定

平成30年度 沖縄県高等学校数学教育会 予算（案）

収入の部

項 目	科 目	予 算 額	前年度予算額	増 △減	説 明
1	1 学 校 分 担 金	250,000	220,000	30,000	分担金＋会費
	2 会 費				
	3 繰 越 金	7,867	24,871	△ 17,004	前年度からの繰越
	4 補 助 金	7,000	5,000	2,000	九数教からの補助
	5 協 賛 金	230,000	220,000	10,000	管理職からの協賛金
	6 雑 収 入	150,000	150,000	0	基礎問題集, 診断テスト
計		644,867	619,871	24,996	

支出の部

項 目	科 目	予 算 額	前年度予算額	増 △減	説 明
1	運 営 費	66,000	58,000	8,000	
	1 庶 務 費	11,000	3,000	8,000	通信費, 消耗品費
	2 会 議 費	3,000	3,000	0	会議, 大会運営費
	3 手 当	26,000	26,000	0	事務局2万＋監査2千×3
	4 沖 数 教 会 費	26,000	26,000	0	沖数教への会費
2	事 務 費	300,000	285,000	15,000	
	1 研究発表補助費	30,000	30,000	0	1万円×3人
	2 派 遣 費	180,000	160,000	20,000	7月：九数教研究大会 （会長、助言者） 11月：九数教理事会（会長）
	3 講習・講演会費	5,000	5,000	0	
	4 委員会活動費	25,000	20,000	5,000	大学入試問題検討委員会 研究集会委員会
	5 研究調査補助費	5,000	5,000	0	基礎問題集改訂
	6 支部活動補助費	0	0	0	
	7 会 誌 発 行 費	55,000	65,000	△ 10,000	会誌第54号製本代
3	九 数 教 分 担 金	270,000	270,000	0	
4	雑 費	0	0	0	
5	九数教沖縄大会積立費	5,000	5,000	0	日数教沖縄大会積立金
6	予 備 費	3,867	1,871	1,996	
計		644,867	619,871	24,996	

平成30年度

第42回高校数学教育を考える会

(沖縄県高等学校数学教育会・琉球大学)

日 時：平成30年6月6日(水)

場 所：琉球大学研究者交流施設・50周年記念館 1F 多目的室 AB

目次

平成30年度 琉球大学入試試験問題についての感想と質問

(高数教 大学入試問題検討委員会)

前期日程 甲 1 1

前期日程 乙 1 2

後期日程 1 3

平成30年度 琉球大学入試問題 解答例

(高数教 大学入試問題検討委員会)

前期日程 甲 1 4 ~ 2 0

前期日程 乙 2 1

後期日程 2 2 ~ 2 6

平成 30 年度 (2018) 琉球大学入試問題 (前期・甲) に関する質問事項

問題 番号	範囲	分野	難易 度	質問事項
1 問 1 問 2 問 3	数Ⅱ	積分 法	易 易 標準	・問 3 では、a の値の範囲と、交点の x 座標を聞いているが配点はどのようにになっているか？ ・場合分けや、解のうち一つを答える部分の配点はどのようににしたか。 ・グラフを用いて、しっかり考えることが出来ていたか？ ・医学科はできていたか？医学科以外の解答率はどうかだったか。
2 問 1 問 2	数Ⅲ	複素 数平 面	易 標準	・どこでつまずく受験生が多かったか。 (帰納法に気付けない生徒も多かったか。) ・帰納法以外の解き方はありますか。 ・この総積 $\prod_{k=1}^n (a_k + i)$ や、a_n の式・問 2 の式に数学的な意味はありますか？
3	数Ⅲ	微分 法	難	・2 回微分でつまずいた受験生が多かったと思うが、増減のみでグラフをかいた場合など配点はどのようににしたか。 ・$\cos x - \sin x = 0$ を解く際、三角関数の合成などをせず、答えのみ $x = \frac{\pi}{4}, -\frac{3}{4}\pi$ とした場合どのように採点したか。 ・医学科の正答率はどれくらいだったか？
4 問 1 問 2 問 3	数 A 数 B	確率 数列	易 標準 易	・説明がどれくらいできていたか？説明が足りないものや式だけのものなどはどのように採点をしたか？ ・昨年度の確率の問題よりは難易度が上がったが、正答率はどうかだったか。
全体 ・ 2 の問 2 や 3 が難しい問題であったことをはじめ、例年に比べて難化したように感じるが、意図はあったか。 ・各大問の完答率や全体的な出来はどうかだったか。 ・「大学入学共通テスト」の影響や、今後の二次試験に向けた考えは何かあるか。				

(注：易・標準・難は教科書レベルにおいて)

平成 30 年度 (2018) 琉球大学入試問題 (前期・乙) に関する質問事項

問題 番号	範囲	分野	難易 度	質問事項
1 問 1 問 2 問 3	数 A 数 II 数 B	小問 集合	易 易 易	・問 1 は合同式を使うことを求めたか？余りなどを利用して解答しても問題なかったか。 ・問 1 で「理由とともに答えよ」と書いたのには、どういう意図があったか。理由不十分としたものにはどのような解答があったか。 ・問 2 で真数条件が無い場合や、答えを絞れていない解答の採点基準はどのようにしたか。 ・問 3 で「$\vec{a} \neq 0, \vec{b} \neq 0, \vec{a}$ と $\vec{b}$ は平行でないから」などの記述がない場合の減点があったか。
2 問 1 問 2 問 3	数 II	微分 法・ 積分 法	易 易 易	・場合分けの記述や定義域に関する減点はあったか。 ・頂点の座標や、極大値と $x = 4$ のときの y の値などの大小関係まで採点基準としたか。 ・問 2 の出題意図・ねらいはあるか ・問 3 では、$\frac{1}{6}$ の公式を使っても大丈夫か？
全体 ・昨年度より易しくなったが、去年の出来が悪かったためか？また、今年の出来はどうだったか。 ・国際地球創造学部の入試で数学を選択する受検方法（数学的思考系）が新たにできたが、作問にその影響があったか。国際地球創造学部の受検生の出来はどうだったか。				

平成 30 年度 (2018) 琉球大学入試問題 (後期) に関する質問事項

問題 番号	範囲	分野	難易 度	質問事項
1 問 1 問 2	数Ⅱ 数Ⅲ	三角関 数 微分法	標準	・どのような解き方があったか。tan の置き方によっては、分母が 0 のときの場合分けが必要になるが、そのように解いている受検生はいたか。いたら場合分けはできていたか。 ・問 2 の最大値を求める際に、分母の次数を下げるような工夫ができていたか。
2	数Ⅲ		標準	・どのような解き方が多かったか。 ・取り組みやすい良い問題であった。
3 問 1 問 2 問 3	数Ⅲ	極限	難 易 標準	・問 1 は因数分解の形にして微分するところまでどのくらいの生徒が出来ていたか。 ・中間値の定理を使う際に、連続であるからという表記を求めたか。 ・このような証明の問題が出来ていたのかは気になる。 ・問 1 が一番難しいように感じるが、各問の正答率がどうだったか。無答は多かったか。
4	数Ⅱ 数Ⅲ	軌跡と 方程式 式と曲 線	難	・交点の座標まで、解答に書く必要があったか。 ・原点を含まない場合など、どのような減点があったか。
全体 ・関数を扱う問題が多かったように感じたが、意識したのか。 ・関数の中でも、微分積分や証明問題、軌跡など様々な考え方を使う問題でよかった。				

(注：易・標準・難は教科書レベルにおいて)

1 a を正の実数とする。関数 $f(x) = -x^2 + 4x$ と $g(x) = 2|x - a|$ について、次の問いに答えよ。(50 点)

問 1 $f(x)$ のグラフと $g(x)$ のグラフの共有点が 1 点となるような a の値を求めよ。

問 2 問 1 で求めた a の値のときに、 $y = f(x)$ のグラフ、 $y = g(x)$ のグラフおよび x 軸で囲まれた部分の面積を求めよ。

問 3 $y = f(x)$ のグラフと $y = g(x)$ のグラフが異なる 2 点で交わるような a の値の範囲と、2 つの交点の x 座標を求めよ。

【解答】

問 1 $g(x) = 2|x - a| = \begin{cases} 2x - 2a & (x \geq a) \\ -2x + 2a & (x < a) \end{cases}$ より、

$f(x)$ のグラフと $g(x)$ のグラフの共有点が 1 点となるのは、 $a > 0$ より

右図のように 2 つのグラフが接するときである。 ※

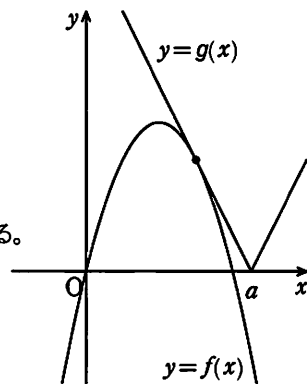
$g(x)$ の式から、 $f(x)$ のグラフの接線のうち、傾きが -2 であるものについて考える。

$f'(x) = -2x + 4$ より、 $f'(t) = -2$ となるのは $t = 3$ のときである。

$f(3) = -3^2 + 4 \cdot 3 = 3$ より、接点の座標は $(3, 3)$ となる。

$g(x) = -2x + 2a$ ($x < a$) が点 $(3, 3)$ を通るとき a の値を考えると、

$$3 = -2 \cdot 3 + 2a \text{ より、} a = \frac{9}{2} \quad \text{【答】}$$

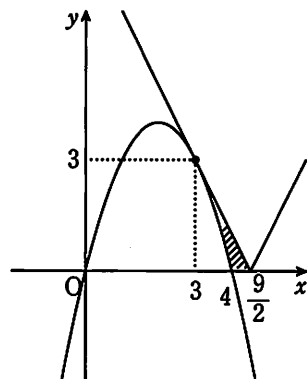


【別解】(※以降) $-x^2 + 4x = -2x + 2a$ を解く。

式変形をすると、 $x^2 + 6x + 2a = 0$ となり、

この二次方程式が重解を持つときの a の値を求めると、

$$\frac{D}{4} = 9 - 2a = 0 \text{ より、} a = \frac{9}{2} \quad \text{【答】}$$



問 2 $f(x) = 0$ のとき、 $x = 0, 4$ である。右図から、求める面積は

$$\frac{1}{2} \cdot \left(\frac{9}{2} - 3\right) \cdot 3 - \int_3^4 (-x^2 + 4x) dx = \frac{9}{4} - \left[-\frac{1}{3}x^3 + 2x^2\right]_3^4 = \frac{7}{12} \quad \text{【答】}$$

問 3 $y = f(x)$ のグラフと $y = g(x)$ のグラフが異なる 2 点で交わるような a の値の範囲は、

問 1 で求めた a の値を考えると、 $0 < a < \frac{9}{2}$

次に、2 つの交点の x 座標について考える。

i) $0 < a < 4$ のとき

求める 2 つの x 座標は、 $-x^2 + 4x = -2x + 2a$ の解の小さい方と、

$-x^2 + 4x = 2x - 2a$ の解の大きい方である。

$-x^2 + 4x = -2x + 2a$ を解くと、 $x^2 - 6x + 2a = 0$ より $x = 3 \pm \sqrt{9 - 2a}$

$-x^2 + 4x = 2x - 2a$ を解くと、 $x^2 - 2x - 2a = 0$ より $x = 1 \pm \sqrt{1 + 2a}$

よって、2 つの交点の x 座標は $x = 3 - \sqrt{9 - 2a}$ 、 $1 + \sqrt{1 + 2a}$

ii) $4 \leq a < \frac{9}{2}$ のとき

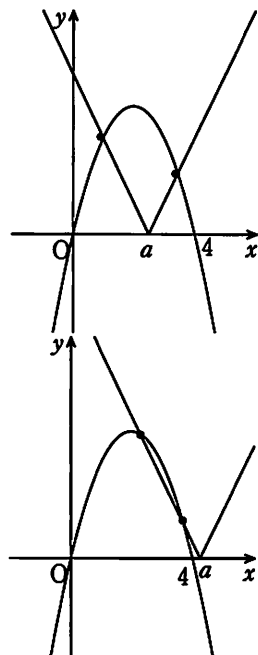
求める 2 つの x 座標は、 $-x^2 + 4x = -2x + 2a$ の 2 つの解である。

よって、 $x = 3 \pm \sqrt{9 - 2a}$

i), ii) より、求める 2 つの交点の x 座標は

$0 < a < 4$ のとき $x = 3 - \sqrt{9 - 2a}$ 、 $1 - \sqrt{1 + 2a}$

$4 \leq a < \frac{9}{2}$ のとき $x = 3 \pm \sqrt{9 - 2a}$ 【答】



2 $n=1, 2, 3, \dots$ に対して, $a_n = n^2 + n + 1$ とおく。さらに, 実数 x_n, y_n を,

$$(a_1 + i)(a_2 + i)(a_3 + i) \cdots (a_n + i) = x_n + y_n i \quad (n=1, 2, 3, \dots)$$

によって定める。ただし, i は虚数単位とする。次の問いに答えよ。 (50 点)

問 1 x_2, y_2 および x_3, y_3 を求めよ。

問 2 自然数 n に対して, $\frac{y_n}{x_n} = \frac{n}{n+2}$ が成り立つことを示せ。

解答

問 1 $a_1 = 1^2 + 1 + 1 = 3, a_2 = 2^2 + 2 + 1 = 7, a_3 = 3^2 + 3 + 1 = 13$ より,

$$x_2 + y_2 i = (a_1 + i)(a_2 + i) = (3 + i)(7 + i) = 20 + 10i \text{ である。したがって } x_2 = 20, y_2 = 10 \quad \text{図}$$

$$x_3 + y_3 i = (a_1 + i)(a_2 + i)(a_3 + i) = \{(3 + i)(7 + i)\}(13 + i) = (20 + 10i)(13 + i) = 250 + 150i$$

$$\text{より, } x_3 = 250, y_3 = 150 \quad \text{図}$$

問 2 $\frac{y_n}{x_n} = \frac{n}{n+2} \cdots (*)$ とする。これを数学的帰納法で証明する。

(i) $n=1$ のとき

$$x_1 + y_1 i = a_1 + i = 3 + i \text{ より } x_1 = 3, y_1 = 1$$

$$\frac{y_1}{x_1} = \frac{1}{3} = \frac{1}{1+2} \text{ より, } n=1 \text{ のとき } (*) \text{ は成り立つ。}$$

(ii) $n=k$ で $(*)$ が成り立つと仮定する。

$$\text{すなわち, } \frac{y_k}{x_k} = \frac{k}{k+2} \cdots \text{① が成り立つと仮定する。}$$

このとき,

$$\begin{aligned} x_{k+1} + y_{k+1} i &= (x_k + y_k i)(a_{k+1} + i) \\ &= (x_k + y_k i)\{(k+1)^2 + (k+1) + 1 + i\} \\ &= \{x_k(k^2 + 3k + 3) - y_k\} + \{x_k + y_k(k^2 + 3k + 3)\}i \end{aligned}$$

$$\text{より, } x_{k+1} = x_k(k^2 + 3k + 3) - y_k, y_{k+1} = x_k + y_k(k^2 + 3k + 3) \cdots \text{② と表される。}$$

$$\text{ここで, ①より } y_k = \frac{k}{k+2} x_k \text{ だから,}$$

$$x_{k+1} = x_k(k^2 + 3k + 3) - y_k = x_k(k^2 + 3k + 3) - \frac{k}{k+2} x_k = \frac{k^3 + 5k^2 + 8k + 6}{k+2} x_k$$

①より $x_k \neq 0$ であり, k は自然数なので $k^3 + 5k^2 + 8k + 6 \neq 0$ であるから $x_{k+1} \neq 0$ である。

よって, ②より

$$\begin{aligned} \frac{y_{k+1}}{x_{k+1}} &= \frac{x_k + y_k(k^2 + 3k + 3)}{x_k(k^2 + 3k + 3) - y_k} = \frac{x_k + \frac{k x_k}{k+2}(k^2 + 3k + 3)}{x_k(k^2 + 3k + 3) - \frac{k}{k+2} x_k} = \frac{x_k(k+2) + x_k k(k^2 + 3k + 3)}{x_k(k^2 + 3k + 3)(k+2) - k x_k} \\ &= \frac{(k^3 + 3k^2 + 4k + 2)x_k}{(k^3 + 5k^2 + 8k + 6)x_k} = \frac{(k+1)(k^2 + 2k + 2)x_k}{(k+3)(k^2 + 2k + 2)x_k} = \frac{k+1}{k+3} = \frac{k+1}{(k+1)+2} \end{aligned}$$

よって, $n=k+1$ のときも $(*)$ は成り立つ。

したがって, (i), (ii) より, すべての自然数 n において, $\frac{y_n}{x_n} = \frac{n}{n+2}$ が成り立つ。 図

(ii) の 別解

(ii) $n = k$ で (*) が成り立つと仮定する。

すなわち, $\frac{y_k}{x_k} = \frac{k}{k+2} \dots$ ① が成り立つと仮定する。

このとき, 実数 m (ただし, $m \neq 0$) を用いて,

$$x_k = (k+2)m, y_k = km$$

と表すことができる。よって,

$$\begin{aligned} x_{k+1} + y_{k+1}i &= (x_k + y_k i)(a_{k+1} + i) \\ &= [(k+2)m + kmi][(k+1)^2 + (k+1) + 1 + i] \\ &= [(k+2)m + kmi][(k^2 + 3k + 3) + i] \\ &= (k^3 + 5k^2 + 8k + 6)m + (k^3 + 3k^2 + 4k + 2)mi \end{aligned}$$

$$x_{k+1} = (k^3 + 5k^2 + 8k + 6)m, y_{k+1} = (k^3 + 3k^2 + 4k + 2)m$$

と表される。いま, k は自然数なので, $(k^3 + 5k^2 + 8k + 6)m \neq 0$ だから

$$\frac{y_{k+1}}{x_{k+1}} = \frac{(k^3 + 3k^2 + 4k + 2)m}{(k^3 + 5k^2 + 8k + 6)m} = \frac{y_{k+1}}{x_{k+1}} = \frac{(k+1)(k^2 + 2k + 2)m}{(k+3)(k^2 + 2k + 2)m} = \frac{(k+1)}{k+3} = \frac{k+1}{(k+1)+2}$$

よって, $n = k+1$ のときも (*) は成り立つ。

したがって, (i), (ii) より, すべての自然数 n において, $\frac{y_n}{x_n} = \frac{n}{n+2}$ が成り立つ。 

3 関数 $y=e^{\sin x+\cos x}$ ($-\pi \leq x \leq \pi$) の増減, 極値, 凹凸を調べ, そのグラフをかけ。 (50 点)

【解答】

$f(x)=e^{\sin x+\cos x}$ とする。

$$f'(x)=e^{\sin x+\cos x}(\sin x+\cos x)'=e^{\sin x+\cos x}(\cos x-\sin x)$$

$$\cos x-\sin x=-\sqrt{2}\sin\left(x-\frac{\pi}{4}\right) \text{ より, } f'(x)=-\sqrt{2}e^{\sin x+\cos x}\sin\left(x-\frac{\pi}{4}\right)$$

$$f'(x)=0 \text{ のとき, } e^{\sin x+\cos x}>0 \text{ より } \sin\left(x-\frac{\pi}{4}\right)=0$$

$$-\pi \leq x \leq \pi \text{ のとき } -\frac{5}{4}\pi \leq x-\frac{\pi}{4} \leq \frac{3}{4}\pi \text{ であるから, } f'(x)=0 \text{ の解は } x-\frac{\pi}{4}=-\pi, 0 \text{ より } x=-\frac{3}{4}\pi, \frac{\pi}{4}$$

$$\text{また, } f''(x)=(e^{\sin x+\cos x})'(\cos x-\sin x)+e^{\sin x+\cos x}(\cos x-\sin x)'$$

$$=e^{\sin x+\cos x}(\cos x-\sin x)^2+e^{\sin x+\cos x}(-\sin x-\cos x)$$

$$=e^{\sin x+\cos x}\{(\cos x-\sin x)^2+(-\sin x-\cos x)\}$$

$$=e^{\sin x+\cos x}(1-2\sin x\cos x-\sin x-\cos x)$$

$$f''(x)=0 \text{ のとき, } e^{\sin x+\cos x}>0 \text{ より } 1-2\sin x\cos x-\sin x-\cos x=0 \cdots \textcircled{1}$$

ここで, $\sin x+\cos x=p$ とするとき, 両辺を 2 乗して整理すると $2\sin x\cos x=p^2-1$ であるから,

$$\text{方程式 } \textcircled{1} \text{ を } p \text{ で表すと } 1-(p^2-1)-p=0$$

$$\text{これを整理すると } p^2+p-2=0 \text{ すなわち } (p+2)(p-1)=0 \text{ より, } p=-2, 1$$

$$\text{ゆえに, } \sin x+\cos x=-2 \text{ または } \sin x+\cos x=1$$

$$\text{いま, } \sin x+\cos x=\sqrt{2}\sin\left(x+\frac{\pi}{4}\right) \text{ であるから, } -\sqrt{2} \leq \sin x+\cos x \leq \sqrt{2} \text{ より } \sin x+\cos x \neq -2$$

$$\sin x+\cos x=1 \text{ のとき, } \sqrt{2}\sin\left(x+\frac{\pi}{4}\right)=1 \text{ より } \sin\left(x+\frac{\pi}{4}\right)=\frac{1}{\sqrt{2}}$$

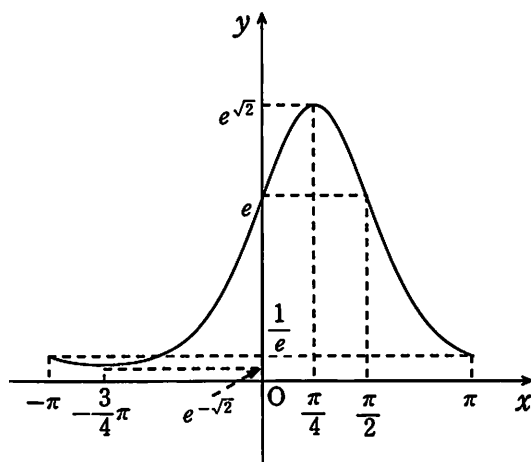
$$-\pi \leq x \leq \pi \text{ より } -\frac{3}{4}\pi \leq x+\frac{\pi}{4} \leq \frac{5}{4}\pi \text{ であるから, この方程式の解は } x+\frac{\pi}{4}=\frac{\pi}{4}, \frac{3}{4}\pi \text{ より } x=0, \frac{\pi}{2}$$

よって, 関数 $y=f(x)$ の増減とグラフの凹凸は次の表のようになる。

x	$-\pi$	$\cdots$	$-\frac{3}{4}\pi$	$\cdots$	0	$\cdots$	$\frac{\pi}{4}$	$\cdots$	$\frac{\pi}{2}$	$\cdots$	π
$f'(x)$		-	0	+	+	+	0	-	-	-	
$f''(x)$		+	+	+	0	-	-	-	0	+	
$f(x)$	$\frac{1}{e}$	$\searrow$	$e^{-\sqrt{2}}$	$\nearrow$	e	$\nearrow$	$e^{\sqrt{2}}$	$\searrow$	e	$\searrow$	$\frac{1}{e}$

よって, 極大値は $x=\frac{\pi}{4}$ のとき $e^{\sqrt{2}}$, 極小値は $x=-\frac{3}{4}\pi$ のとき $e^{-\sqrt{2}}$ をとる。

また, 関数 $y=f(x)$ のグラフは次の実線のようになる。 図



別解

$f(x) = e^{\sin x + \cos x}$ とする。 $f(x) = e^{\sqrt{2} \sin(x + \frac{\pi}{4})}$ より

$$f'(x) = e^{\sqrt{2} \sin(x + \frac{\pi}{4})} \times \left\{ \sqrt{2} \sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right) \right\}' = \sqrt{2} \cos\left(x + \frac{\pi}{4}\right) e^{\sqrt{2} \sin(x + \frac{\pi}{4})} \text{ である。}$$

$$f'(x) = 0 \text{ とするとき, } e^{\sqrt{2} \sin(x + \frac{\pi}{4})} > 0 \text{ より, } \sqrt{2} \cos\left(x + \frac{\pi}{4}\right) = 0 \text{ すなわち } \cos\left(x + \frac{\pi}{4}\right) = 0$$

$$-\pi \leq x \leq \pi \text{ のとき } -\frac{3}{4}\pi \leq x + \frac{\pi}{4} \leq \frac{5}{4}\pi \text{ であるから, } f'(x) = 0 \text{ の解は } x + \frac{\pi}{4} = -\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2} \text{ より, } x = -\frac{3}{4}\pi, \frac{\pi}{4}$$

$$\text{また, } f''(x) = \sqrt{2} \left\{ \cos\left(x + \frac{\pi}{4}\right) \right\}' \times e^{\sqrt{2} \sin(x + \frac{\pi}{4})} + \sqrt{2} \cos\left(x + \frac{\pi}{4}\right) \times \left\{ e^{\sqrt{2} \sin(x + \frac{\pi}{4})} \right\}'$$

$$= -\sqrt{2} \sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right) e^{\sqrt{2} \sin(x + \frac{\pi}{4})} + 2 \cos^2\left(x + \frac{\pi}{4}\right) e^{\sqrt{2} \sin(x + \frac{\pi}{4})}$$

$$= e^{\sqrt{2} \sin(x + \frac{\pi}{4})} \left\{ -\sqrt{2} \sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right) + 2 \cos^2\left(x + \frac{\pi}{4}\right) \right\} \quad \dots \dots \times$$

$$= -e^{\sqrt{2} \sin(x + \frac{\pi}{4})} \left\{ 2 \sin^2\left(x + \frac{\pi}{4}\right) + \sqrt{2} \sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right) - 2 \right\}$$

$$= -e^{\sqrt{2} \sin(x + \frac{\pi}{4})} \left\{ \sqrt{2} \sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right) - 1 \right\} \left\{ \sqrt{2} \sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right) + 2 \right\}$$

$$f''(x) = 0 \text{ とするとき, } e^{\sqrt{2} \sin(x + \frac{\pi}{4})} > 0 \text{ より, } \left\{ \sqrt{2} \sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right) - 1 \right\} \left\{ \sqrt{2} \sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right) + 2 \right\} = 0 \text{ であるから,}$$

$$\sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right) = \frac{1}{\sqrt{2}} \text{ または } -\sqrt{2}$$

$$\text{ここで, } -1 \leq \sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right) \leq 1 \text{ より, } \sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right) \neq -\sqrt{2}$$

$$\sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right) = \frac{1}{\sqrt{2}} \text{ のとき, } -\pi \leq x \leq \pi \text{ より } -\frac{3}{4}\pi \leq x + \frac{\pi}{4} \leq \frac{5}{4}\pi \text{ であるから,}$$

$$\text{この方程式の解は } x + \frac{\pi}{4} = \frac{\pi}{4}, \frac{3}{4}\pi \text{ より, } x = 0, \frac{\pi}{2}$$

よって, 関数 $y = f(x)$ の増減とグラフの凹凸は次の表のようになる。

—以下, 解答と同様—

参考

解答の

$$\begin{aligned} f''(x) &= (e^{\sin x + \cos x})'(\cos x - \sin x) + e^{\sin x + \cos x}(\cos x - \sin x)' \\ &= e^{\sin x + \cos x}(\cos x - \sin x)^2 + e^{\sin x + \cos x}(-\sin x - \cos x) \\ &= e^{\sin x + \cos x}\{(\cos x - \sin x)^2 - (\sin x + \cos x)\} \end{aligned}$$

において,

$$\cos x - \sin x = -\sqrt{2} \sin\left(x - \frac{\pi}{4}\right) = -\sqrt{2} \sin\left\{\left(x + \frac{\pi}{4}\right) - \frac{\pi}{2}\right\} = -\sqrt{2} \cos\left(x + \frac{\pi}{4}\right)$$

$$\sin x + \cos x = \sqrt{2} \sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right)$$

としても,

$$f''(x) = e^{\sin x + \cos x} \left\{ 2 \cos^2\left(x + \frac{\pi}{4}\right) - \sqrt{2} \sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right) \right\}$$

となり, 別解の ※印と同じ結果が得られ, 別解と同様に解くことが出来る。

注

〔解答〕, 〔別解〕ともに $f'(x), f''(x)$ の値の符号を調べる記述をする際には, 下記ようになる。

〔解答〕

$f'(x) > 0$ となるのは, $\sin\left(x - \frac{\pi}{4}\right) < 0$ のときであり,

$-\pi \leq x \leq \pi$ のとき $-\frac{5}{4}\pi \leq x - \frac{\pi}{4} \leq \frac{3}{4}\pi$ であるから, この不等式の解は $-\pi < x - \frac{\pi}{4} < 0$ より $-\frac{3}{4}\pi < x < \frac{\pi}{4}$

$f''(x) > 0$ となるのは, $1 - 2\sin x \cos x - \sin x - \cos x > 0$ すなわち $-p^2 - p + 2 > 0$ のときである。

これを解くと, $-2 < p < 1$ であるから $-2 < \sin x + \cos x < 1$ より, $-\sqrt{2} < \sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right) < \frac{1}{\sqrt{2}}$

$-\pi \leq x \leq \pi$ のとき $-\frac{3}{4}\pi \leq x + \frac{\pi}{4} \leq \frac{5}{4}\pi$ であるから, この不等式を満たす x の値の範囲は,

$-\frac{3}{4}\pi \leq x + \frac{\pi}{4} < \frac{\pi}{4}$ または $\frac{3}{4}\pi < x + \frac{\pi}{4} \leq \frac{5}{4}\pi$ すなわち $-\pi \leq x < 0$ または $\frac{\pi}{2} < x \leq \pi$ である。

〔別解〕

$f'(x) > 0$ となるのは, $\cos\left(x + \frac{\pi}{4}\right) > 0$ のときであり,

$-\pi \leq x \leq \pi$ のとき $-\frac{3}{4}\pi \leq x + \frac{\pi}{4} \leq \frac{5}{4}\pi$ であるから, この不等式の解は $-\frac{\pi}{2} < x + \frac{\pi}{4} < \frac{\pi}{2}$ より, $-\frac{3}{4}\pi < x < \frac{\pi}{4}$

$f''(x) > 0$ となるのは $\left\{\sqrt{2}\sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right) - 1\right\}\left\{\sqrt{2}\sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right) + 2\right\} < 0$ のときである。

すべての実数 x において $\sqrt{2}\sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right) + 2 > 0$ であるから,

$\sqrt{2}\sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right) - 1 < 0$ すなわち $\sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right) < \frac{1}{\sqrt{2}}$ を満たす x を求めればよい。

$-\pi \leq x \leq \pi$ のとき $-\frac{3}{4}\pi \leq x + \frac{\pi}{4} \leq \frac{5}{4}\pi$ であるから, この不等式の解は

$-\frac{3}{4}\pi < x + \frac{\pi}{4} < \frac{\pi}{4}$ または $\frac{3}{4}\pi < x + \frac{\pi}{4} < \frac{5}{4}\pi$ すなわち $-\pi < x < 0$ または $\frac{\pi}{2} < x < \pi$ である。

4 2つの箱 A, B があり, どちらの箱にも赤玉と白玉が 1 個ずつ入っている。

それぞれの箱から, 無作為に玉を 1 個取り出し, 取り出した玉を交換して箱に戻す操作を繰り返す。

n 回の操作の後, 箱 A, B のどちらにも赤玉, 白玉が 1 個ずつ入っている確率を p_n とする。次の問いに答えよ。(50 点)

問1 p_1, p_2 を求めよ。

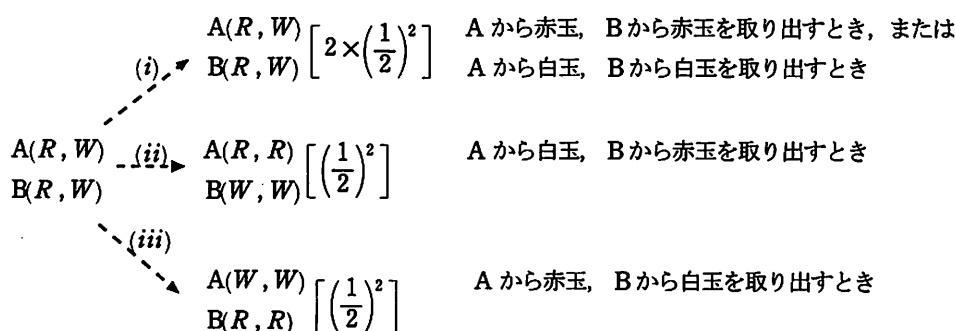
問2 p_n を用いて p_{n+1} を表せ。

問3 自然数 n に対して, p_n を求めよ。

【解答】 A, B の箱に入っている玉をそれぞれ A(○, △), B(●, ▲) で表すものとする。

例えば, A の箱に赤玉, 白玉が 1 個ずつ入っている場合は, A(R, W) と表す。

このとき, A, B の箱に入っている玉の色の推移と確率は, 次のようになる。ただし, [] 内が確率である。



問1 上の推移より, 1 回の操作後に A, B のどちらにも赤玉, 白玉が入っているのは, (i) のときだから

$$p_1 = 2 \times \left(\frac{1}{2} \right)^2 = \frac{1}{2} \quad \text{図}$$

2 回の操作後に A, B のどちらにも赤玉, 白玉が入っているのは, (i)→(i), (ii)→(iv), (iii)→(v) のときだから

$$p_2 = \left\{ \left[2 \times \left(\frac{1}{2} \right)^2 \right] \times \left[2 \times \left(\frac{1}{2} \right)^2 \right] \right\} + \left\{ \left(\frac{1}{2} \right)^2 \times 1 \right\} + \left\{ \left(\frac{1}{2} \right)^2 \times 1 \right\} = \frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4} = \frac{3}{4} \quad \text{図}$$

問2 上の推移より

(I) n 回目の操作終了後 A(R, W), B(R, W) のとき, $(n+1)$ 回目で A(R, W), B(R, W) となるときの確率は,

$$(i) \text{ のときを考えて, } p_n \times \left[2 \times \left(\frac{1}{2} \right)^2 \right] = \frac{1}{2} p_n$$

(II) n 回目の操作終了後 A(R, R), B(W, W) または A(W, W), B(R, R) のとき, $(n+1)$ 回目

A(R, W), B(R, W) となるときの確率は, (ii)→(iv), (iii)→(v) のときを考えて $(1-p_n) \times 1 = 1-p_n$

よって, これらは互いに排反だから $p_{n+1} = \frac{1}{2} p_n + (1-p_n)$ すなわち $p_{n+1} = -\frac{1}{2} p_n + 1$ 図

問3 問2 より $p_{n+1} = -\frac{1}{2} p_n + 1$ これを変形して, $p_{n+1} - \frac{2}{3} = -\frac{1}{2} \left(p_n - \frac{2}{3} \right)$

ここで, 数列 $\left\{ p_n - \frac{2}{3} \right\}$ は, 初項が $p_1 - \frac{2}{3} = \frac{1}{2} - \frac{2}{3} = -\frac{1}{6}$, 公比が $-\frac{1}{2}$ の等比数列であるから,

$$p_n - \frac{2}{3} = -\frac{1}{6} \left(-\frac{1}{2} \right)^{n-1} \quad \text{これを变形すると, } p_n = \frac{2}{3} + \frac{1}{3} \left(-\frac{1}{2} \right)^n \quad \text{図}$$

【別解】 問2 より $p_{n+1} - \frac{2}{3} = -\frac{1}{2} \left(p_n - \frac{2}{3} \right) = \left(-\frac{1}{2} \right)^n \left(p_1 - \frac{2}{3} \right) = \left(-\frac{1}{2} \right)^n \left(-\frac{1}{6} \right) = \frac{1}{3} \left(-\frac{1}{2} \right)^{n+1}$

よって, $n \geq 2$ のとき, $p_n = \frac{2}{3} + \frac{1}{3} \left(-\frac{1}{2} \right)^n$ これは, $n=1$ のときも成り立つ。 図

1 次の問いに答えよ。(50点)

問1 今日の日曜日で、10 日後は水曜日である。100 日後および100 万日後はそれぞれ何曜日か。理由とともに答えよ。

問2 x の方程式 $\log_2(x-1) - \log_{\frac{1}{2}}(x-4) = 1$ を解け。

問3 三角形 OAB で、辺 OA を 2:1 に内分する点を L、辺 OB の中点を M、辺 AB を 2:3 に内分する点を N とする。線分 LM と ON の交点を P とする。 $\vec{a} = \vec{OA}$ 、 $\vec{b} = \vec{OB}$ とするとき、 $\vec{ON}$ と $\vec{OP}$ を $\vec{a}$ 、 $\vec{b}$ を用いて表せ。

【解答】 問1 今日の日曜日で、 $10 = 7 \times 1 + 3$ より 10 日後は水曜日である。

同様に、 x 日後の曜日を考えると、 x を 7 で割ったときの余りが 0, 1, 2, ... のとき、それぞれ日曜日、月曜日、火曜日、... となる。 ※

したがって、合同式を用いて、100 と 100 万を 7 で割った余りを求めると、

$100 = 10^2 \equiv 3^2 = 9 \equiv 2 \pmod{7}$ より、100 日後は火曜日、

$1000000 = 100^3 \equiv 2^3 = 8 \equiv 1 \pmod{7}$ より、100 万日後は月曜日である。 図

【別解】 ※以降 $100 = 7 \times 14 + 2$ より、100 日後は火曜日、

$1000000 = 7 \times 142857 + 1$ より、100 万日後は月曜日である。 図

問2 真数は正であるから、 $x-1 > 0$ かつ $x-4 > 0$ すなわち $x > 4$ ①

方程式を変形すると、 $\log_2(x-1)(x-4) = 1$ よって $(x-1)(x-4) = 2$

式を整理すると、 $x^2 - 5x + 2 = 0$ となり、①より $x = \frac{5 + \sqrt{17}}{2}$ 図

問3 点 N は辺 AB を 2:3 に内分する点なので、 $\vec{ON} = \frac{3}{5}\vec{a} + \frac{2}{5}\vec{b}$

点 P は直線 ON 上にあるので、実数 k を用いて、 $\vec{OP} = k\vec{ON} = \frac{3}{5}k\vec{a} + \frac{2}{5}k\vec{b}$... ① とできる。

また、 $LP : PM = t : (1-t)$ とすると

$\vec{OP} = (1-t)\vec{OL} + t\vec{OM} = \frac{2}{3}(1-t)\vec{a} + \frac{1}{2}t\vec{b}$... ②

$\vec{a} \neq \vec{0}$ 、 $\vec{b} \neq \vec{0}$ で、 $\vec{a}$ と $\vec{b}$ は平行でないから、

①、②より $\frac{3}{5}k = \frac{2}{3}(1-t)$ 、 $\frac{2}{5}k = \frac{1}{2}t$

これを解くと $k = \frac{10}{17}$ となり、①より $\vec{OP} = \frac{6}{17}\vec{a} + \frac{4}{17}\vec{b}$ 図

2 関数 $f(x) = x|x-3|$ ($0 \leq x \leq 4$) について、次の問いに答えよ。(50点)

問1 $y = f(x)$ のグラフをかけ。

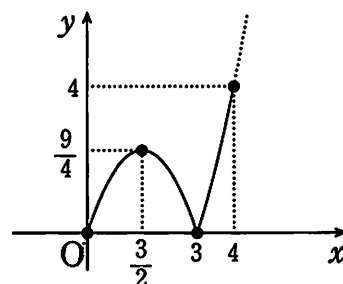
問2 微分係数 $y = f'(x)$ の値を求めよ。

問3 定積分 $\int_0^4 f(x) dx$ の値を求めよ。

【解答】 問1 $f(x) = \begin{cases} -x(x-3) & (0 \leq x \leq 3) \\ x(x-3) & (3 < x \leq 4) \end{cases}$ より、グラフは右のようなになる。 図

問2 $f'(x) = \begin{cases} -2x+3 & (0 < x < 3) \\ 2x-3 & (3 < x < 4) \end{cases}$ より、 $f'(2) = -2 \cdot 2 + 3 = -1$ 図

問3 $\int_0^4 f(x) dx = \int_0^3 \{-x(x-3)\} dx + \int_3^4 x(x-3) dx$
 $= \left[-\frac{1}{3}x^3 + \frac{3}{2}x^2 \right]_0^3 + \left[\frac{1}{3}x^3 - \frac{3}{2}x^2 \right]_3^4 = \frac{19}{3}$ 図



- 1 1 辺の長さが 1 の正方形 ABCD について、辺 AD の中点を E とする。辺 AB 上に点 P をとり、線分 AP の長さを x とおく。次の問いに答えよ。(50 点)

問 1 x を用いて $\tan \angle EPC$ を表せ。

問 2 点 P が辺 AB 上を動くとき、 $\tan \angle EPC$ の最大値と最小値を求めよ。

【解答】

問 1 点 P から辺 CD に垂線を引き、辺 CD との交点を点 H とすると、

$$\angle EPC = \angle EPH + \angle HPC = \angle AEP + \angle BCP$$

である。よって、

$$\begin{aligned} \tan \angle EPC &= \tan(\angle AEP + \angle BCP) \\ &= \frac{\tan \angle AEP + \tan \angle BCP}{1 - \tan \angle AEP \cdot \tan \angle BCP} \\ &= \frac{2x + (1-x)}{1 - 2x(1-x)} = \frac{x+1}{2x^2 - 2x + 1} \quad \text{【終】} \end{aligned}$$

【別解】

$$\text{三平方の定理より、} PE^2 = x^2 + \left(\frac{1}{2}\right)^2 = x^2 + \frac{1}{4},$$

$$PC^2 = (1-x)^2 + 1 = x^2 - 2x + 2, \quad CE^2 = 1^2 + \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{5}{4}$$

$$\begin{aligned} \tan^2 \angle EPC &= \frac{\sin^2 \angle EPC}{\cos^2 \angle EPC} \\ &= \frac{1 - \cos^2 \angle EPC}{\cos^2 \angle EPC} \\ &= \frac{1}{\cos^2 \angle EPC} - 1 \end{aligned}$$

$$\text{ここで余弦定理より、} \cos \angle EPC = \frac{PE^2 + PC^2 - CE^2}{2 \cdot PE \cdot PC} = \frac{\left(x^2 + \frac{1}{4}\right) + (x^2 - 2x + 2) - \frac{5}{4}}{2 \cdot PE \cdot PC} = \frac{2x^2 - 2x + 1}{2 \cdot PE \cdot PC}$$

$$\text{であるから、} \tan^2 \angle EPC = \frac{4 \cdot PE^2 \cdot PC^2}{(2x^2 - 2x + 1)^2} - 1 = \frac{4\left(x^2 + \frac{1}{4}\right)(x^2 - 2x + 2)}{(2x^2 - 2x + 1)^2} - 1 = \frac{(x+1)^2}{(2x^2 - 2x + 1)^2}$$

$$0 \leq x \leq 1 \text{ より } x+1 \geq 0, \quad 2x^2 - 2x + 1 = 2\left(x - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{1}{2} > 0 \text{ であるから、} \tan \angle EPC = \frac{x+1}{2x^2 - 2x + 1} \quad \text{【終】}$$

【参考】

図のように、正方形 ABCD を座標平面上に点 D を原点に、辺 DC, AD をそれぞれ x 軸, y 軸上にくるように考える。このとき、それぞれの点の座標は次のように表すことができる。

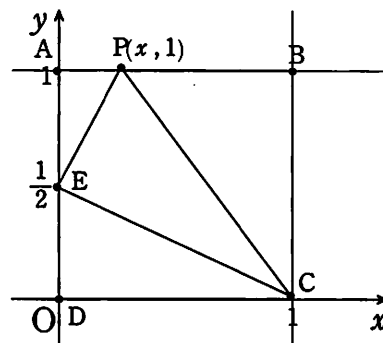
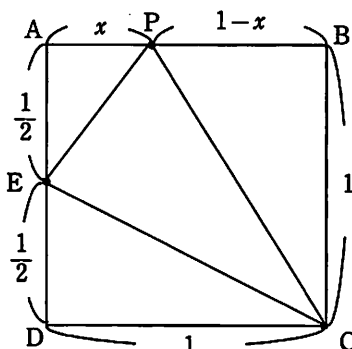
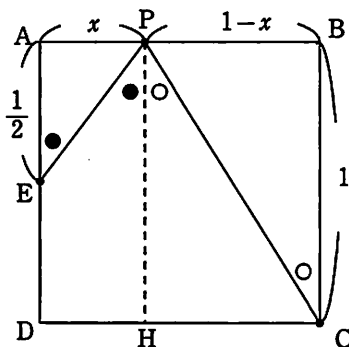
$$A(0, 1), B(1, 1), C(1, 0), D(0, 0), E\left(0, \frac{1}{2}\right), P(x, 1) \quad (\text{ただし、} 0 \leq x \leq 1)$$

$$\text{いま、} \overrightarrow{PE} = \left(-x, -\frac{1}{2}\right), \overrightarrow{PC} = (1-x, -1) \text{ より、}$$

$$\overrightarrow{PE} \cdot \overrightarrow{PC} = x^2 - x + \frac{1}{2}, |\overrightarrow{PE}|^2 = x^2 + \frac{1}{4}, |\overrightarrow{PC}|^2 = x^2 - 2x + 2$$

$$\begin{aligned} \text{よって、} \cos^2 \angle EPC &= \frac{(\overrightarrow{PE} \cdot \overrightarrow{PC})^2}{|\overrightarrow{PE}|^2 |\overrightarrow{PC}|^2} = \frac{\left(x^2 - x + \frac{1}{2}\right)^2}{\left(x^2 + \frac{1}{4}\right)(x^2 - 2x + 2)} \\ &= \frac{(2x^2 - 2x + 1)^2}{(4x^2 + 1)(x^2 - 2x + 2)} \end{aligned}$$

となり別解と同じ結果が得られる。



問2 $f(x) = \frac{x+1}{2x^2-2x+1}$ ($0 \leq x \leq 1$) とすると,

$$f'(x) = \frac{1 \cdot (2x^2 - 2x + 1) - (x+1) \cdot (4x-2)}{(2x^2 - 2x + 1)^2} = \frac{-2x^2 - 4x + 3}{(2x^2 - 2x + 1)^2} \text{ である。}$$

$f'(x) = 0$ のとき, $0 \leq x \leq 1$ より, $x = \frac{-2 + \sqrt{10}}{2}$ であり, 増減表は次のようになる。

x	0	...	$\frac{-2 + \sqrt{10}}{2}$	...	1
$f'(x)$		+	0	-	
$f(x)$	1	↗	$\frac{3 + \sqrt{10}}{2}$	↘	2

以上より, $\tan \angle EPC$ は, $x = \frac{-2 + \sqrt{10}}{2}$ のとき最大値 $\frac{3 + \sqrt{10}}{2}$, $x = 0$ のとき最小値 1 をとる。 図

【参考】

$x = \frac{-2 + \sqrt{10}}{2}$ のときの最大値を求める際に, $f(x) = \frac{x+1}{2x^2-2x+1}$ に直接代入してもいいが,

$x = \frac{-2 + \sqrt{10}}{2}$ を解とする 2 次方程式の 1 つは, $-2x^2 - 4x + 3 = 0$ より, $2x^2 + 4x - 3 = 0$ であるから,

$$\begin{aligned} f(x) &= \frac{x+1}{2x^2-2x+1} = \frac{x+1}{2x^2+4x-3-6x+4} = \frac{\frac{-2+\sqrt{10}}{2}+1}{-6 \cdot \frac{-2+\sqrt{10}}{2}+4} = \frac{\frac{\sqrt{10}}{2}}{10-3\sqrt{10}} = \frac{\sqrt{10}}{2} \cdot \frac{1}{10-3\sqrt{10}} \\ &= \frac{1}{2(\sqrt{10}-3)} = \frac{3+\sqrt{10}}{2} \end{aligned}$$

という計算もできる。

- 2 座標平面上において、曲線 $y=e^x$ 上の 2 点 A, B を結ぶ線分の中点が $(0, 2)$ であるとする。このとき、線分 AB と曲線 $y=e^x$ で囲まれた部分の面積を求めよ。(50 点)

【解答】

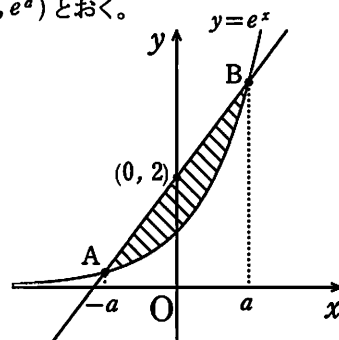
線分 AB の中点が y 軸上にあるので、 $a > 0$ として、 $A(-a, e^{-a})$, $B(a, e^a)$ とおく。

このとき、 $\frac{e^a + e^{-a}}{2} = 2$ より、 $e^{2a} - 4e^a + 1 = 0$ である。

$a > 0$ より、 $e^a = 2 + \sqrt{3}$ であるから、 $a = \log(2 + \sqrt{3})$

よって、線分 AB と曲線 $y=e^x$ で囲まれた部分の面積は、

$$\begin{aligned} \frac{(e^a + e^{-a}) \times 2a}{2} - \int_{-a}^a e^x dx &= 4\log(2 + \sqrt{3}) - [e^x]_{-a}^a \\ &= 4\log(2 + \sqrt{3}) - \left\{ (2 + \sqrt{3}) - \frac{1}{2 + \sqrt{3}} \right\} \\ &= 4\log(2 + \sqrt{3}) - \{(2 + \sqrt{3}) - (2 - \sqrt{3})\} \\ &= 4\log(2 + \sqrt{3}) - 2\sqrt{3} \quad \text{図} \end{aligned}$$



【別解】

2点 A, B の座標をそれぞれ $A(a, e^a)$, $B(b, e^b)$ ($a < b$) とする。

線分 AB の中点が点 $(0, 2)$ であることから $\frac{a+b}{2} = 0 \dots \text{①}$, $\frac{e^a + e^b}{2} = 2 \dots \text{②}$

①より $b = -a$ だから $e^a e^b = e^a e^{-a} = 1 \dots \text{③}$

また、②より $e^a + e^b = 4 \dots \text{④}$

③、④より e^a, e^b は 2 次方程式 $t^2 - 4t + 1 = 0$ の解であり、これを解くと $t = 2 \pm \sqrt{3}$

$a < b$ より $e^a < e^b$ だから $e^a = 2 - \sqrt{3}$, $e^b = 2 + \sqrt{3}$

よって $a = \log(2 - \sqrt{3})$, $b = \log(2 + \sqrt{3})$

また、直線 AB は点 $(0, 2)$ を通り、傾きが $\frac{e^b - e^a}{b - a}$ の直線だから、

直線 AB の方程式は $y - 2 = \frac{e^b - e^a}{b - a}(x - 0)$

すなわち $y = \frac{e^b - e^a}{b - a}x + 2$

よって、求める面積を S とすると $S = \int_a^b \left\{ \left(\frac{e^b - e^a}{b - a}x + 2 \right) - e^x \right\} dx$

ここで $a = -b$ であることと $y = \frac{e^b - e^a}{b - a}x$ が奇関数であることから、

$$\int_a^b \frac{e^b - e^a}{b - a} x dx = \int_{-b}^b \frac{e^b - e^a}{b - a} x dx = 0$$

よって、 $S = \int_a^b (2 - e^x) dx$

$$= 2[x]_a^b - [e^x]_a^b$$

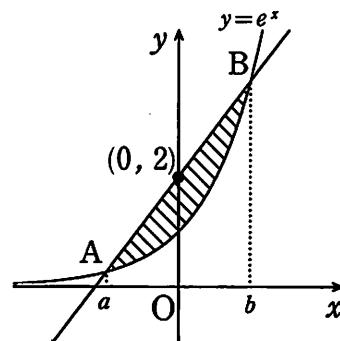
$$= 2(b - a) - (e^b - e^a)$$

$$= 2\{b - (-b)\} - (e^b - e^a)$$

$$= 2 \cdot 2b - e^b + e^a$$

$$= 4\log(2 + \sqrt{3}) - (2 + \sqrt{3}) + (2 - \sqrt{3})$$

$$= 4\log(2 + \sqrt{3}) - 2\sqrt{3} \quad \text{図}$$



3 $f(x)$ は 4 次の整式で x^4 の係数は 1 であるとする。次の問いに答えよ。(50 点)

問 1 方程式 $f(x)=0$ が 4 個の異なる実数解をもつとき、方程式 $f'(x)=0$ は 3 個の異なる実数解をもつことを示せ。

問 2 $f(x)$ が $f'(0)=f''(0)=0$ を満たすならば、方程式 $f'(x)=0$ の異なる実数解は 2 個以下であることを示せ。

問 3 方程式 $f(x)=0$ が 3 重解をもち、 $f'(0)=f''(0)=0$ ならば $f(0)=0$ であることを示せ。

解答

問 1 $f(x)=0$ の 4 個の異なる実数解を小さい順に a_1, a_2, a_3, a_4 とすると、

$$f(x)=(x-a_1)(x-a_2)(x-a_3)(x-a_4)$$

と表せる。このとき、

$$f'(x)=(x-a_2)(x-a_3)(x-a_4)+(x-a_1)(x-a_3)(x-a_4)+(x-a_1)(x-a_2)(x-a_4)+(x-a_1)(x-a_2)(x-a_3)$$

となる。

ここで、 a_1, a_2, a_3, a_4 の大小関係から

$$f'(a_1)=(a_1-a_2)(a_1-a_3)(a_1-a_4)<0$$

$$f'(a_2)=(a_2-a_1)(a_2-a_3)(a_2-a_4)>0$$

$$f'(a_3)=(a_3-a_1)(a_3-a_2)(a_3-a_4)<0$$

$$f'(a_4)=(a_4-a_1)(a_4-a_2)(a_4-a_3)>0$$

となる。

$f'(x)$ は 3 次の整式であり、すべての実数の範囲で連続であるから、中間値の定理より、

$a_1 < x_1 < a_2, a_2 < x_2 < a_3, a_3 < x_3 < a_4$ を満たす、 $f'(x)=0$ の実数解 x_1, x_2, x_3 が存在する。

したがって、方程式 $f(x)=0$ が 4 個の異なる実数解をもつとき、方程式 $f'(x)=0$ は 3 個の異なる実数解をもつ。

図

問 2 $f(x)=x^4+ax^3+bx^2+cx+d$ とおくと、

$$f'(x)=4x^3+3ax^2+2bx+c, f''(x)=12x^2+6ax+2b$$

となる。

$$f'(0)=f''(0)=0 \text{ より, } c=b=0$$

$$f'(x)=4x^3+3ax^2=4x^2\left(x+\frac{3}{4}a\right)$$

となり、 $f'(x)=0$ の実数解は、 $a=0$ のとき $x=0$ 、 $a \neq 0$ のとき $x=0, -\frac{3}{4}a$ である。

したがって、 $f(x)$ が $f'(0)=f''(0)=0$ を満たすならば、方程式 $f'(x)=0$ の異なる実数解は 2 個以下である。図

問 3 $f(x)=(x-p)^3(x-q)$ とおくと、

$$f'(x)=3(x-p)^2(x-q)+(x-p)^3=(x-p)^2(4x-p-3q)$$

$$f''(x)=2(x-p)(4x-p-3q)+4(x-p)^2=(x-p)(12x-6p-6q)=6(x-p)(2x-p-q)$$

となる。

$$f'(0)=f''(0)=0 \text{ より, } p^2(p+3q)=0 \text{ かつ } p(p+q)=0 \text{ である。}$$

$p \neq 0$ のとき、 $p+3q=0$ かつ $p+q=0$ となるが、この連立方程式の解は $p=q=0$ となり $p \neq 0$ に矛盾する。

よって、 $p=0$ である。 $p=0$ のとき、 $f(x)=x^3(x-q)$ となり、 $f(0)=0$ である。

したがって、方程式 $f(x)=0$ が 3 重解をもち、 $f'(0)=f''(0)=0$ ならば $f(0)=0$ である。図

- 4 不等式 $-1 \leq x \leq 1$, $-1 \leq y \leq 1$ が表す座標平面内の領域を D とする。原点 O を通る円 C を考える。円 C が D に含まれるという条件のもとで円の中心 P が動く範囲を図示せよ。(50点)

【解答】 $P(X, Y)$ とすると $OP = \sqrt{X^2 + Y^2}$ であり、これが円 C の半径となる。

ただし、円 C が存在するためには、点 P は原点と一致してはならないので $(X, Y) \neq (0, 0)$

いま、 $A(1, 1)$, $B(-1, 1)$, $C(-1, -1)$, $D(1, -1)$ とすると、

点 P と線分 AB , BC , CD , DA との距離はそれぞれ

$$|Y-1|, |X+1|, |Y+1|, |X-1|$$

となるので、題意を満たすためには 4 つの不等式

$$OP \leq |Y-1|, OP \leq |X+1|, OP \leq |Y+1|, OP \leq |X-1|$$

すなわち、

$$\sqrt{X^2 + Y^2} \leq |Y-1|, \sqrt{X^2 + Y^2} \leq |X+1|, \sqrt{X^2 + Y^2} \leq |Y+1|, \sqrt{X^2 + Y^2} \leq |X-1|$$

を同時に満たさなくてはならない。

よって、各式とも両辺ともに正だから 2 乗して整理すると、

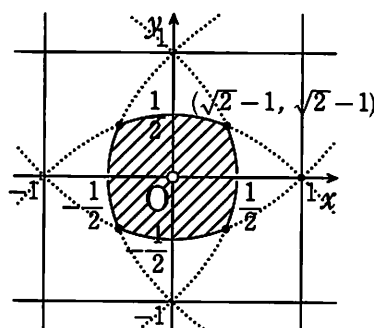
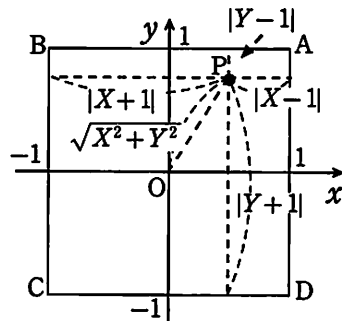
点 $P(X, Y)$ の満たす式は

$$X \leq -\frac{Y^2}{2} + \frac{1}{2}, X \geq \frac{Y^2}{2} - \frac{1}{2}, Y \leq -\frac{X^2}{2} + \frac{1}{2}, Y \geq \frac{X^2}{2} - \frac{1}{2}$$

(ただし、原点を除く)

したがって、点 P が動く範囲は、図の斜線部分である。

ただし、境界線を含み、原点は含まない。



【別解】 $P(X, Y)$, $A(1, 1)$, $B(-1, 1)$ とおく。 $X \geq 0$, $Y \geq 0$, $Y \geq X$ のときを考える。

$OP = \sqrt{X^2 + Y^2}$ であり、点 P から線分 AB までの距離は $1-Y$ より、

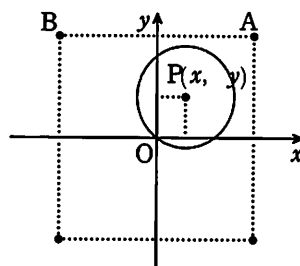
円 C が D に含まれるのは、 $1-Y \geq \sqrt{X^2 + Y^2}$...① のときである。

$1-Y \geq 0$, $\sqrt{X^2 + Y^2} \geq 0$ より、①の両辺を 2 乗すると、 $(1-Y)^2 \geq X^2 + Y^2$

この式を整理すると、 $Y \leq -\frac{1}{2}X^2 + \frac{1}{2}$

$X \geq 0$, $Y \geq 0$, $X \geq Y$ のときも同様に考えると、 $X \leq -\frac{1}{2}Y^2 + \frac{1}{2}$

第 2 象限、第 3 象限、第 4 象限のときも同様に考えることができる。点 P が動く範囲は、上の解答と同じである。



【別解】 $P(X, Y)$ とおく。 $0 \leq X < 1$ かつ $0 \leq Y < 1$ の場合について、円 C の半径を r ($r > 0$) とすると、

円 C は原点 O を通るから $X^2 + Y^2 = r^2$...① ここで、 $r > 0$ により $(X, Y) \neq (0, 0)$

また、円 C が領域 D に含まれることから $X+r \leq 1$, $Y+r \leq 1$ すなわち $r \leq 1-X$, $r \leq 1-Y$

$r > 0$, $1-X > 0$, $1-Y > 0$ から、それぞれ各辺を 2 乗して $r^2 \leq (1-X)^2$...②, $r^2 \leq (1-Y)^2$...③

①を②に代入して $X^2 + Y^2 \leq (1-X)^2$ より $Y^2 \leq 1-2X$ したがって $X \leq -\frac{1}{2}Y^2 + \frac{1}{2}$...④

同様に、①を③に代入して整理すると $Y \leq -\frac{1}{2}X^2 + \frac{1}{2}$...⑤

$-1 < X \leq 0$ かつ $0 \leq Y < 1$ の場合、 $-1 < X \leq 0$ かつ $-1 < Y \leq 0$ の場合、 $0 \leq X < 1$ かつ $-1 < Y \leq 0$ の場合も、対称性によりそれぞれ同様に考えても良い。点 P が動く範囲は、上の解答と同じである。

【参考】 2つの別解は対称性を利用しているが、1つ目の解答は、対称性を利用せずに答えを求めた解答である。

第 72 回九州算数・数学教育研究（佐賀）大会発表論文

発表論文

垣花 康夫 先生（那覇高校）・・・・・・・・・・・・・・・・・・ 27

研究主題 『積極的に自主学習に取り組む姿勢を育てる環境作りの試み』

副 題 ～スマートフォンの活用を通して～

金城 文子 先生（陽明高校）・・・・・・・・・・・・・・・・・・ 28

研究主題 『数学的な表現力をはぐくむ授業実践』

副 題 ～Researcher-Like Activity を取り入れた数学的活動の工夫～

渡嘉敷 真吾先生（開邦高校）・・・・・・・・・・・・・・・・・・ 29

研究主題 『数学的な表現力を高める授業の工夫』

副 題 ～協働的な学び「問題づくり」を用いた記述指導を通して～

『積極的に自主学習に取り組む姿勢を育てる環境作りの試み』
～スマートフォンの活用を通して～

沖縄県立那覇高等学校 垣花 康夫

1. はじめに

本校は沖縄県的那覇市にあり、前身となる沖縄県立中学校から100年を超える歴史を持つ学校である。文武両道を教育目標として掲げており、県内の高校総体における総合順位も上位に入る部活動の活発な学校である。進学面においても25%ほどの生徒が地元の琉球大学などの国公立大学へ進学するが、家庭での自主学習の習慣が十分に身につけていないことが課題である。

2. 主題の設定理由

本校の生徒は部活動を行う時間が長く、帰宅時間の遅い生徒が多いようである。そのため、じっくりと腰を据えて家庭学習に取り組む習慣が身につけていない生徒が多いように感じた。そこで、生徒が持つスマートフォンを活用する事で隙間時間にも復習を行う事ができればそこから学習習慣が身につけていくのではないかと考え今回の主題を設定した。

3. 仮説

普段の授業で黒板に板書された内容を写真として保存し、授業後に生徒各自が所持する携帯端末（基本的にはスマートフォンを想定）を用いて板書内容を確認できる環境を構築することによって、移動中などの隙間時間に手軽に授業内容の復習を行うようになるのではないかと考えた。

また、授業中においても板書は後から確認することが出来るという安心感があれば、授業中は教師の説明に集中し、後からしっかりノートをまとめるという流れを作ることができるであろうと考えた。

加えて、生徒の中にはスマートフォンを活用すること自体を楽しみとする者もいるため、学習活動の中にスマートフォンを取り入れる事によって、学習活動自体をポジティブに捉え、本研究以外にも積極的にスマートフォンを学習に取り入れる姿勢が育つことも期待した。

4. 研究の実際

はじめに、授業を行う学級のスマートフォンの所持率を確認した。幸いにも2017年度に担当したクラスでは全員がスマートフォンを所持していた。

次に使用するアプリの検討を行なった。生徒の使用率が高く、使い慣れているという理由から「LINE」アプリを採用し、HR長に協力してもらいクラスの全員が

参加する数学用のグループを作成し、準備が完了した。研究の進め方は以下の通りである。

- (1) 授業準備の段階では、黒板を写真として残す事を考えて板書の計画を行う。特に重要な部分の説明は口頭ではなく板書に残すことを意識した。
- (2) 黒板を一面書き終えたら、消す前に写真を撮影した。
- (3) 授業終了後、一日分の画像をグループ内に作成したアルバムにアップロードし、生徒から見れるようにした。

これを毎日繰り返していくことで、生徒はいつでも過去の板書を確認できる。また、日々の復習の重要性を説明し能動的に復習に取り組むように促した。また、取り組みの途中で行なったアンケートの結果を踏まえて以下のような取り組みも行った。

- (4) 画像が多くなったため、単元ごとにアルバムを作成し検索性の向上を図った。
- (5) 章末問題などの難易度が高い問題においては、板書だけでは伝わりにくいという意見があったため、授業者が解説する様子の動画を作成し、生徒の端末から見れるようにした。
- (6) 章末問題以外でも重要度の高い内容については、インターネット上でわかりやすく解説されている動画を探し、LINEから直接見れるようリンクを貼った。

5. 研究の成果と今後の課題

これらの取り組みを行うことで、日々の学習活動の増加を期待したが、結果としては定期テストの対策を行う時のみ画像を見るという生徒が半数を占めており、復習に活用する生徒も週に1～2回だけ見るという意見が多かった。この結果に関しては、研究対象が1年生という事もあり、受験に向けての意識を高める手立てが不足していた事が原因と考えられる。

また、授業内容の関連動画を見せる事に関しては、取り組みを始めた時期が遅く生徒からの反応はまだ未知数であるが、画像よりも手軽さはなくなるため、見たくなるような手立てを考えていく必要があるだろう。今後も生徒がスマートフォンを学習に活用する姿勢を身につけるような取り組みの工夫を続けていこうと思う。

1. はじめに

本校は、平成7年に県内で2番目の総合学科として開校し、多様な教科・科目の中から生徒一人一人の興味・関心や適性、進路に応じた科目選択が最大の魅力である。選択肢が多い総合学科こそ、早期の進路決定や、様々な場面で生徒の主体性や創造性が求められる。しかし、授業における生徒の様子は、受け身の態度であることが多く、主体性や数学的な表現力に課題があると感じた。

2. 主題の設定理由

現行の高等学校学習指導要領解説数学編（以下、解説数学編と略す）で高等学校における数学教育の意義は「数学の学習を単に内容の習得にとどめるのではなく、数学的活動を重視し、すべての高校生の人間形成に資する数学教育を意図している」とまとめている。また、中央教育審議会答申（平成28年12月）で、これまでの高校教育に対して、「高等学校における教育が、小・中学校に比べ知識伝達型の授業にとどまりがちである」との指摘がされ、次期学習指導要領では、「アクティブラーニング」の視点での授業改善が求められている。

そこで、本研究では、中学校や高等学校の数学の授業で、生徒の主体的な数学学習に有効に働くということが報告されている、Researcher-Like Activity（以下、RLAと略す）（狩俣1996、青木、伊禮2013）を取り入れた授業改善を試みる。RLAは「研究者になってみる活動」という意味で1996年市川伸一氏によって提唱された。RLAは、「研究者の縮図的活動」を学習の基本形態とし、学習を探究活動として行うので、生徒が主体的になり、ポスター作りやポスターセッションを通して、数学的な表現力がはぐくまれると考え、本テーマを設定した。

3. 仮説

数学の授業に、RLAを取り入れることによって、数学的活動を促し、生徒が主体的に問題に取り組み、数学的な表現力をはぐくむことができるであろう。

4. 研究の実践

(1) Researcher-Like Activity について

① RLA とは

RLAとは「研究者になってみる活動」という意味で、「研究者の縮図的活動」を学習の基本形態とし、「研究者的活動を学習者のレベルに合わせて行う教育方法」の総称である。学習を「勉強」として行わせるのではなく、「探究活動」として行わせることにより、生徒にとって

意味のある目的的な学習を成立させることをねらいとしている。RLAを中学校の数学教育へ適用した狩俣の実践では、数学者の活動を、「問題の発見→解決→論文等の作品化→発表→相互評価→知識の共有」と捉え、学習者の活動を「条件変更等による問題づくり→解決→作品化（ポスター）→ポスターセッション（模擬学会）→相互評価・自己評価→共有化」に対応させている。

② 主体的な学びに有効な問題の工夫

基本となる問題として望ましい問題を、竹内芳男・沢田利夫(1984)は、「問題に内在する数学的内容が豊富で、しかも価値がある。問題の程度が、児童・生徒の能力や発達段階などに適切である。問題の形式が単純である」とまとめている。本研究では、基本となる問題として有名な「17段目の不思議」を取り上げる。

(2) 評価について

本研究では、第5時はポスターセッションを行うため、ルーブリックを用いて評価する。

(3) 授業展開

「17段目の不思議」を提示し1・2時は問題理解、3・4時は問題作り・解の探究・ポスター作り、5時はポスターセッションを行った。授業終了後、冬期休業中の課題としてレポートを課した。

5. 研究の成果と今後の課題

(1) 成果

① RLAを取り入れた授業実践は、学習を探究活動として行うので、生徒の主体的な学びに有効だと言える。ポスターセッション後にレポートにまとめたことによって、より数学的な表現力がはぐくまれた。

② ポスターセッションの場において、他者との数学的コミュニケーションによって学習が深まり、数学的な表現力がはぐくまれた。

(2) 課題

① 探究活動においては授業者の指導力が問われることになるため、さらなる教材研究の必要性を感じた。また、年間学習指導計画で適切な時間確保を行う必要がある。

② RLAの作品（ポスターやレポート）やポスターセッションの評価については、事前に教科内で生徒の実態に応じた適切な評価規準を作成する必要がある。

③ ポスターセッションでは、生徒同士の質問力が課題であるので、質問カード等の工夫が必要である。

1 はじめに

沖縄県立開邦高等学校は、昭和61年に開校し、今年で創立33年目を迎えた。平成28年度より理数科、英語科の2科が学術探究科へ改編され、開校当初からの芸術科も含め、探究活動などの新学習指導要領を先取る形でのカリキュラムが編成されている。

ほとんどの生徒は4年生大学への進学を希望し、例年半数近くが国公立大学へ進学する。昨年度は北海道大や京都大、九州大などの旧帝大や国公立の医歯薬系への進学する生徒がいた。

2 主題設定の理由

本校生徒は学習に対する関心・意欲は高く、基礎的・基本的な知識や技能を持ち合わせている。日々の授業では、教師の発問に対して積極的に答え、教師をも驚かせるような思考や独創的な解法を提示するなど活気がある。

一方で、定期考査や模擬試験の結果をみると、答えのみを問う設問の正答率が高いのに対し、記述式問題においては、単に式の羅列のみで説明が十分でないなど、完全解答できていない場面が見られた。

そこで、本研究では学習形態を工夫し、単元のまとめにおいて生徒に主体的にその分野における類題を作成させ、また同時に模範解答も作成させる。それらを他者と共有し、作問の意図や模範解答を深く吟味することで、本質をより深く理解し、論理的な筋道を立て、適切なことばや数、式、図、表、グラフなどを用いて、分かり易い解答を作成することで数学的な表現力を高めることができるのではないかと考え、本主題を設定した。

3 研究の仮説

既習の知識や技能をいかし、グループ活動において生徒が主体的に新たな問題とその模範解答例を作成し、互いに共有して考察を深めることで数学的な表現力を高めることができるであろう。

4 研究の実際

(1) 問題づくり

竹内芳男・沢田利夫(1984)は、原問題(予め用意された問題)をもとに、生徒自らが問題づくりをする活動を「問題の発展的な扱い」として捉

え、「発展的な問題を多様に生み出すためには、原問題を十分に理解していなければならない」と述べている。

(2) 協働的な学び

新井紀子(2007)は、「レベルが異なる生徒同士が互いに説明したり、説明を読み解いたり、といった活動を行うことが説明能力の向上には重要」と述べている。

5 授業の実際(全3時間)

(1) 1時間目(問題の焦点化)

センター試験の過去問題を原問題とし、この原問題を記述型の問題に書き換えることで単純化し、問題を焦点化することを試みた。

(2) 2時間目(問題づくり)

記述型に書き換えた問題の数値や条件を変更することで問題づくりを行った。協働で行うことで、新たな解法に気付いたり、他者に説明することで、数学的な表現を適切に用いようとしていた。

(3) 3時間目(共有と吟味)

グループで作成した問題を全体で発表し、問題の吟味を行った。さらに、同時に作成した解答についても検証が行われ、本質をより深く理解しようとする態度が見られた。

6 研究の成果と課題

(1) 成果

① 協働的な学びにおいて、自分の考えを他者に伝えたり他者の考えを聴くことで、適切なことばや数、式、図、表、グラフ等を用いたり、工夫したりすることができた。

② 問題づくりをすることで、問題を分析する態度が養われ、既習事項との関連性が整理でき、問題の解決に必要な公式や定理に気付くことができるようになった。

③ 協働で問題づくりをする中で、生徒相互に記述指導をし合うような活動ができ、数学的な表現力を高めることができた。

(2) 課題

問題づくりにおいて、問題と解説を作成した後に、さらに深め合う場面のある授業展開を常に意識して授業計画を立てる必要がある。

九数教大会開催地一覧

年度	回	開催地	年度	回	開催地
昭和22	1	熊本市	58	37	熊本市
23	2	別府市	59	38	大分市
24	3	宮崎市	60	39	宮崎市
25	4	佐賀市	61	40	武雄市
26	5	福岡市(日数教全国大会)	62	41	福岡市(日数教全国大会)
27	6	長崎市	63	42	佐世保市
28	7	鹿児島市	平成元	43	鹿児島市
29	8	別府市	2	44	熊本市
30	9	熊本市	3	45	浦添市・西原町
31	10	宮崎市	4	46	大分市
32	11	佐賀市	5	47	宮崎市
33	12	福岡市	6	48	唐津市
34	13	佐世保市	7	49	北九州市
35	14	鹿児島市	8	50	長崎市(日数教全国大会)
36	15	熊本市	9	51	鹿児島市
37	16	別府市	10	52	熊本市
38	17	宮崎市	11	53	浦添市・那覇市
39	18	武雄市	12	54	大分市
40	19	北九州市	13	55	宮崎市
41	20	長崎市	14	56	佐賀市
42	21	鹿児島市	15	57	福岡市
43	22	大分市	16	58	鹿児島市(日数教全国大会)
44	23	熊本市(日数教全国大会)	17	59	佐世保市
45	24	宮崎市	18	60	熊本市
46	25	唐津市	19	61	宜野湾市・那覇市
47	26	福岡市(日数教全国大会)	20	62	大分市
48	27	佐世保市	21	63	宮崎市
49	28	鹿児島市	22	64	佐賀市
50	29	熊本市	23	65	長崎市
51	30	那覇市	24	66	北九州市(日数教全国大会)
52	31	大分市	25	67	鹿児島市
53	32	宮崎市(日数教全国大会)	26	68	熊本市
54	33	佐賀市	27	69	浦添市・那覇市・西原町
55	34	北九州市	28	70	大分市
56	35	長崎市	29	71	宮崎市
57	36	鹿児島市	30	72	佐賀県武雄市

