

高校数学教育

沖縄県高等学校数学教育会誌

第56号

2020年（令和2年）7月7日（火）

沖縄県高等学校数学教育会 発行

目 次

沖縄県高等学校数学教育会会長あいさつ	会長 宮城 薫	1
沖縄県高等学校数学教育会会則		2
令和元年度	会 務 報 告	3
	決 算 報 告	5
	会計監査報告	6
令和2年度	役 員	7
	行事計画	8
	予 算 案	9
第44回「高校数学教育を考える会」大学入試問題研究		10
九州数学教育会総会開催地一覧表		29
第101回日数教(沖縄)大会発表論文及び感想		30

あいさつ

沖縄県高等学校数学教育会
会 長 宮 城 薫

4月6日県内において新型コロナウイルス感染者が増加傾向にあることや感染経路が追えない症例の増加により、急きょ4月7日から19日までの間、県立学校の臨時休業が県教育委員会から通知されました。更に、4月15日には、全国へ緊急事態宣言が発令され、5月20日まで休業期間が延長されてきました。5月一杯は分散登校、6月1日から本格的に授業が再開されています。

このような中、3密を避けるために今学年度は第58回総会の決議事項を理事・代議員の書面表決で実施することをお許し頂きたいと思います。

本会は、沖縄県における数学教育の研究団体として、「高校数学を考える会」「数学診断テスト」などを実施して本県の数学教育の発展の為に貢献してまいりました。今後も子ども達の学力向上に資する実践研究を活性化させていくことが重要です。

第101回全国算数・数学教育研究（沖縄）大会が、令和元年8月5日（月）から8月9日（金）にかけて沖縄コンベンションセンター・小禄高等学校等で開催されました。全国大会が沖縄県で開催されたのは初めてのことでした。

研究主題を「未来社会を切り開くための算数・数学教育」とし、算数・数学教育を通して、これからの社会を担うすべての子どもたちが社会と科学技術の変化に積極的に向き合い、主体的に学び続け、他者と協働して新しい価値を生み出していく力を育てたいとの願いを込めて設定しました。

大会は、幼・小・中・高・大学の先生方が全国から延べ2,105名参加し、幼・小学校部会159本、中学校部会161本、高等学校部会140本、高専・大学部会22本、ポスターセッション4本、合計486本の研究発表がありました。台風による欠航等で参加できない県外の先生方もいらっしゃいましたが、台風が沖縄本島に上陸することはなく沖縄大会のすべての日程が無事終えたことを嬉しく思いました。また、多くの会員の先生方が、研究発表や大会運営へのご協力を頂きましたことに対し深く感謝申し上げます。

沖縄近海を北上する台風に負けない発表と熱い議論が展開され、これからの算数・数学教育に寄与できたものと確信しております。

さて、2021年1月から始まる大学入学共通テストで英語民間テストと国語と数学の記述式問題導入が見送られることになりました。

では、そのことによって、大学入学共通テストは、これまでの大学入試センター試験と同じになるのか、というところではありません。

改革を推進してきた理念として、「知識偏重」から脱却し、「思考力・判断力・表現力」を重視するということがあり、そのために、出題傾向が変わることが見込まれています。

令和3年度大学入学者選抜に係る大学入学共通テスト問題作成方針には、「高等学校教育の成果として身につけた、大学教育の基礎力となる知識・技能や思考力・判断力・表現力を問う問題の作成」や「『どのように学ぶか』を踏まえて、高等学校における「主体的・対話的で深い学び」の実現に向けた授業改善のメッセージ性も考慮し、授業において生徒が学習する場面や、社会生活や日常生活の中から課題を発見し解決方法を構想する場面、資料やデータ等を基に考察する場面など、学習の過程を意識した問題場面設定を重視する」と謳われています。

各学校現場におかれましては、新しい時代に必要となる知識及び技能の習得と思考力・判断力・表現力等の「確かな学力」の育成のための主体的・対話的で深い学びの授業改善に取り組んで頂きたいと思います。

結びに、今後とも本教育会へのご理解とご協力を賜りますようお願い申し上げます。

沖縄県高等学校数学教育会会則

- 第1条 本会は沖縄県高等学校数学教育会と称す。
- 第2条 本会の事務局は原則として那覇市近郊の高等学校におく。
- 第3条 本会は沖縄県高等学校数学教育会の興隆と会員の相互親睦を図ることを目的とする。
- 第4条 本会は前条の目的を達成するために次の事業を行う。
1、数学教育に関する研究と調査
2、講習会、講演会および研修会などの開催
3、会誌の発行
4、九州数学教育会、日本数学教育学会との連携
5、その他
- 第5条 本会は沖縄県の高等学校数学教師ならびに本会の目的に賛同する者をもって組織する。
- 第6条 本会の目的を達成するために次の機関を置く。
1、総会 2、代議員会 3、理事会 4、各種委員会
- 第7条 総会は会長が召集し、年1回以上開き、次の事項を付議する。
1、代議員会の決定事項および会計監査の承認
2、本会の解散、合併またはそれに準ずる事項
3、その他重要な事項
2 総会の議事は出席者の過半数をもって決する。
- 第8条 代議員会は会長が召集し、この会則の定める事項の他、次の事項を審議決定する。
1、事業計画および予算 2、事業報告および決算
3、会則および内規の改正 4、その他理事会の起案する事項
2 代議員会の議事は出席者の過半数をもって決する。
- 第9条 理事会は会長が召集し、この会則の定める事項の他、次の事項を審議する。
1、代議員会に提案する事項
2、代議員会で決定した事項の執行
2 理事会の議事は出席者の過半数をもって決する。
- 第10条 本会に次の役員をおく。
役員の任期は1年とし、再選を妨げない。
会長 1名 副会長 3名
理事 若干名（うち1名は常任理事）
監事 3名
- 第11条 役員は代議員会において選出する。
1、会長は本会を代表し、会務を総理する。
2、副会長は会長を補佐し、会長に事故あるときは、その職務を代行する
3、理事は理事会を構成し、会務を執行する。
4、常任理事は事務局を構成する。
5、監事は本会の会計を監査する。
- 第12条 代議員は各高等学校において会員中より1名選出し、また必要に応じて会長が委嘱する。代議員は代議員会を構成する。
- 第13条 本会の会計年度は、4月1日に始まり、翌年3月31日に終わる。
- 第14条 本会の経費は、会費、補助金、およびその他の収入を持ってこれに充てる。
- 第15条 本会の会員は、会費を納入するものとする。
- 第16条 この会則の施行についての細則は、代議員会において決定する。

付 則
この会則は、1967年4月1日より施行する。
一部改正 平成17年4月1日

令和元年度 沖縄県高等学校数学教育会 会務報告

平成 31 年

4月18日 日数教（沖縄）大会実行委員会（部長・事務局会）

4月23日 日数教（沖縄）大会実行委員会（第6回全体会）

令和 元年

5月 8日 第1回 沖数教役員会

令和元年度役員，第1回理事会・代議員会，第46回沖数教総会について，今後の取り組みの確認

5月16日 日数教（沖縄）大会実行委員会（第7回全体会）

5月20日 第1回 高数教役員会（開邦高校）

平成31年度新役員，第1回理事会・代議員会および高校数学教育を考える会について

6月 4日 沖数教第1回理事会・代議員会 前年度会務・決算報告，役員選出，年間計画，予算，その他
第2回役員会：第101回日数教（沖縄）大会，第73回九数教（沖縄）大会に向けて等

6月 7日 第1回 診断テスト委員会（首里東高校）

6月13日 第2回 診断テスト委員会（首里東高校）

6月20日 日数教（沖縄）大会実行委員会（第8回全体会）

6月21日 第3回 診断テスト委員会（首里東高校）

6月27日 理事会・代議員会（琉球大学研究者交流施設・50周年記念館1F 多目的AB）

第43回「高校数学教育を考える会」

平成31年度琉球大学入試問題について（県内各校より49名参加）

琉球大学参加者 ◇理学部数理科学科 伊藤 雅彦先生，陳 春航先生，橋本 康史先生

◇教育学部 山城 康一先生

第46回 沖縄県数学教育会総会

第57回 沖縄県高等学校数学教育会 総会（県内各校より18名参加）

総会後は日数教（沖縄）大会実行委員会（校種別）を実施。研究大会は実施せず。

場所：琉球大学 文系総合研究棟 302～304 教室

第3回役員会：第101回日数教（沖縄）大会，第73回九数教（沖縄）大会に向けて等

7月11日 日数教（沖縄）大会実行委員会（部長・事務局会）

7月18日 日数教（沖縄）大会実行委員会（第9回全体会）

7月25日 第101回全国算数・数学教育研究沖縄大会役員の仕事内容事前説明会 開邦高校視聴覚室

7月30日 日数教（沖縄）大会実行委員会（部長・事務局会）

8月 5日 第101回全国算数・数学教育研究（沖縄）大会，第73回九州算数・数学教育研究（沖縄）大会

～9日 沖縄県からは，講習会受講者 71 名，発表者 53 名（小 16，中 27，高 18，大 1），指導助言者 37 名
（小 17，中 10，高 10）を含む 643 名参加

（全体では，講習会 249 名＋本大会 1,856 名の 2,105 名参加）

8月 6日 九数教理事会・代表委員会

8月 7日 九数教問題集編集会議

9月 3日 第1回小中高合同準備委員会：第42回小中高合同研究会に向けて

9月20日 日数教（沖縄）大会実行委員会（第10回全体会）

- 10月 2日 第2回小中高合同準備委員会：第42回小中高合同研究会に向けて
- 10月 4日 第4回 診断テスト委員会（首里東高校）
- 10月 8日 第4回 沖数教役員会
第2回 理事会・代議員会に向けて
- 10月18日 第5回 診断テスト委員会（首里東高校）
- 10月25日 第6回 診断テスト委員会（首里東高校）
- 10月28日 第3回小中高合同準備委員会：会場確認等
- 10月29日 第2回理事会・代議員会
第101回全国算数・数学教育研究（沖縄）大会，第73回九州算数・数学教育研究（沖縄）大会の報告，第42回小中高合同研究会について，令和元年度年間行事計画の確認等
- 11月 6日 第42回小中高合同研究会（小禄中学校）参加者38名（小2，中23，高6，大2，他5）
※公開授業「相似な図形」および授業研究会を行い，その後にシンポジウム「主体的・対話的で深い学び（図形領域）」を実施した。
授業者：上原美紀（那覇市立小禄中学校教諭）
コーディネーター：多和田実（琉球大学教教育学部准教授）
シンポジスト 小：池原鉄（県教育庁義務教育課指導主事）
中：津嘉山裕司（浦添市立浦添中学校教諭）
高：金城順也（県教育庁県立学校教育課指導主事）
- 11月 8日 第7回 診断テスト委員会（首里東高校）
- 12月 7日 九数教理事会・代表委員会（福岡）
九数教（沖縄）大会報告，九州各県への発表者・指導助言者依頼等

令和 2年

- 2月 4日 第5回役員会：第3回理事会に向けて他
- 2月17日 第3回理事会：令和元年度総括，次年度に向けて

令和元年度 沖縄県高等学校数学教育会 決算

収入	支出	残金
1,862,402	1,311,714	550,688

収入の部

項 目	科 目	予 算 額	決算額	△未・過収入額	説 明
1	1 学 校 分 担 金	250,000	248,812	△ 1,188	分担金+会費
	2 会 費				
	3 繰 越 金	1,222,586	1,222,586	0	前年度からの繰越
	4 補 助 金	17,000	31,000	14,000	九数教からの補助
	5 協 賛 金	200,000	210,000	10,000	管理職等からの協賛金
	6 雑 収 入	150,000	150,000	0	基礎問題集編集委5万、 診断テスト委10万
	7 通 帳 利 息	0	4	4	
計		1,839,586	1,862,402	22,816	

支出の部

項 目	科 目	予 算 額	決 算 額	残 額	説 明
1	運 営 費	65,000	53,414	11,586	
	1 庶 務 費	10,000	1,414	8,586	振り込み手数料
	2 会 議 費	3,000	0	3,000	会議, 大会運営費
	3 手 当	26,000	26,000	0	事務局2万+監査2千×3
	4 沖 数 教 会 費	26,000	26,000	0	沖数教への会費
2	事 務 費	340,000	239,300	100,700	
	1 研究発表補助費	190,000	180,000	10,000	全国大会18名
	2 派 遣 費	60,000	34,300	25,700	12月九数教理事会(会長)
	3 講習・講演会費	5,000	0	5,000	
	4 委員会活動費	25,000	25,000	0	入試問題研究15,000円 集会5,000円, ICT5,000円
	5 研究調査補助費	5,000	0	5,000	
	6 支部活動補助費	0	0	0	
	7 会 誌 発 行 費	55,000	0	55,000	会誌第55号製本代 令和元年度はHP掲載
3	沖 数 教 分 担 金	270,000	270,000	0	
4	雑 費	0	0	0	
5	全国大会運営委員・ 発表者参加費	1,080,000	744,000	336,000	
6	九数教沖縄大会積立費	5,000	5,000	0	
7	予 備 費	79,586		79,586	
計		1,839,586	1,311,714	527,872	

監査報告書

沖縄県高等学校数学教育会

会長 宮 城 薫 殿

令和元年度沖縄県高等学校数学教育会の会計監査の結果を下記の通り報告します。

記

会計監査は、金銭出納簿、証書書類および預金通帳によって実施した。

1. 証書類は、金銭出納簿の通り整理されていた。
2. 残高 550,688 円 は、琉球銀行小禄支店普通預金口座 205-278 に預金されていることを確認した。
3. 九数教沖縄大会通帳として、琉球銀行小禄支店普通預金口座 470-560 に金額 1,027,839 円 が預金されていることを確認した。
(※前年度繰越金 779,414 円 に全国（沖縄）大会実行委員会より H30 年度に行った全国（東京）大会視察旅費 243,420 円 が支給。利息 5 円。高数教より積立金 5,000 円)

以上、監査の結果、異常を認めない。

令和2年 4 月 9 日（木）

沖縄県高等学校数学教育会

監査委員

永吉和紀

前泊聖子

兼屋辰紀

令和2年度 沖縄県高等学校数学教育会役員

高数教三役

高数教	名前	勤務先	備考
会長	宮城 薫	開邦	校長
副会長	金城栄一	浦添	教頭
	伊志嶺嘉典	那覇	
	西原 誠	小禄	
事務局	金城徹也	小禄	教諭
庶務	大嶺和大	小禄	
会計	日高輝忠	小禄	

高数教理事

高数教	名前	勤務先	備考
各種委員会	池間健将	首里東	診断テスト委員長
	田口清陽	沖縄水産	大学入試問題研究委員長
	比嘉真吾	浦添	基礎問題集編集委員会委員長
	兼屋辰紀	首里	研修集会委員長
	西村松太郎	首里	ICT委員会
沖数教	新垣公崇	読谷	沖数教事務局
校長	比嘉正二	与勝	
	前三盛英明	嘉手納	
	仲舛盛順	美里	
	平良 淳	球陽	
	大濱裕司	普天間	
	石垣有三	西原	
	星野 朗	首里	
	金城 毅	南風原	
	金城正樹	向陽	
	島仲利泰	糸満	
	喜久本直貴	北山	
	新井孝雄	石川	
教頭	金城昭人	コザ	
	山城芳則	南風原	
	前里哲寿	糸満	
	川添貴司	八重山	
	小嶺雅春	泊	
	半嶺 満	教育指導統括監	
	玉城 学	県立学校教育課	
	金城順也	県立学校教育課	
行政	崎間恒哉	学校人事課	教育庁
	上江洲寿	学校人事課	
	平良哲也	学校人事課	
	太田守克	保健体育課	
	宮城竜幸	総務課	
	金城伸子	教育経営班	教育センター
	宮城広行	教育経営班	
	禰保研光	教育経営班	
	永吉和紀	教科研修班	
	真喜屋篤	IT教育班	
	仲地範禮	IT教育班	
	安仁屋宗一郎		離島児童生徒支援センター
	高原香織		
	金城達也		少年サポートセンター

沖数教役員(高数教選出)

沖数教	名前	勤務先	備考
副会長	宮城 薫	開邦	校長
理事	大濱裕司	普天間	校長
	比嘉正二	与勝	
	星野 朗	首里	
代議員	小嶺雅春	泊	教頭
	西原 誠	小禄	
	金城栄一	浦添	
	伊志嶺嘉典	那覇	
	前里哲寿	糸満	
	山城芳則	南風原	
監査	金城順也	県立学校教育課	教育庁
	上江洲隆	具志川	教諭

各種委員会

委員会	名前	勤務先	名前	勤務先
診断テスト委員会	◎池間健将	首里東	西村松太郎	首里
	屋富祖直	那覇西	比嘉義一郎	那覇国際
	多和田哲章	普天間	松元輝	那覇国際
	石川睦	嘉手納	嘉手川真子	開邦
	新垣公崇	読谷(沖数教)	金城徹也	小禄(高数教)
	◎田口清陽	沖縄水産	洲鎌啓祐	名護
大学入試問題研究委員会	湧川泰成	コザ	下里幸司	陽明
	徳門潔	那覇	屋富祖直	那覇西
基礎問題集編集委員会	◎比嘉真吾	浦添	垣花康夫	那覇
	真栄田義尚	首里	安座間淳	宮古工業
	平田直樹	首里	城間直美	浦添
	◎兼屋辰紀	首里	仲里昌輝	名護商工
研究集会委員会	徳永拓也	泊	真栄田義尚	首里
	金城裕介	向陽	花城健彰	首里
	◎西村松太郎	首里	豊里力也	浦添
ICT委員会	漢那初美	豊見城南	日高輝忠	小禄
	砂川真木	豊見城		

高数教監査

監事	知名勝史	首里東
	兼屋辰紀	首里
	前泊聖子	豊見城南

令和2年度 行事計画

1. 会員の各種委員会での教育研究活動および親睦
2. 沖数教・九数教・日数教との連携および活動

月	行 事 予 定	説 明
4	第1回高数教役員会(4/9)	開邦高校(16:00～)
5	委員会活動	各種委員会活動開始
6	沖数教第1回理事会・代議員会(6/5) 理事会・代議員会(6/18)書面決議	
7	九数教 理事・代議員会(7/25) 九数教 研究大会(福岡：紙上発表) 高校数学教育を考える会(紙上発表)	紙上発表：分科会 山 口 勇 一 (伊良部高校) 比 嘉 義一郎 (那覇国際高校) 山 内 梨 奈 (与勝高校)
8	第102回日数教(茨城)大会(紙上発表)	
9	数学診断テスト(上旬)	
10	沖数教第2回理事会・代議員会(10/26)	
11	小中高合同研究会(11月下旬予定) 沖数教第47回総会・研究大会(11/ 予定) 九数教 理事・代議員会(福岡11/ 予定)	研究授業：(今年度は小学校で実施) 沖数教会誌第47号発行予定 会長、事務局長派遣
12	数学診断テスト(上旬)	
1		
2	沖数教第3回理事会	
3		

※第1回理事会・代議員会を高数教第58回総会と代替した。高数教会誌第56号は発行予定。

令和２年度 沖縄県高等学校数学教育会 予算（案）

収入の部

項 目	科 目	予 算 額	前年度予算額	増 △減	説 明
1	1 学 校 分 担 金	250,000	250,000	0	分担金＋会費
	2 会 費				
	3 繰 越 金	550,688	1,222,586	△ 671,898	前年度からの繰越
	4 補 助 金	30,000	17,000	13,000	九数教からの補助
	5 協 賛 金	200,000	200,000	0	管理職からの協賛金
	6 雑 収 入	150,000	150,000	0	基礎問題集５万 診断テスト１０万
計		1,180,688	1,839,586	△ 658,898	

支出の部

項 目	科 目	予 算 額	前年度予算額	増 △減	説 明
1	運 営 費	85,000	65,000	20,000	
	1 庶 務 費	10,000	10,000	0	通信費，消耗品費
	2 会 議 費	3,000	3,000	0	会議，大会運営費
	3 手 当	46,000	26,000	20,000	事務局，会計，庶務・・・４万 ＋監査２千×３
	4 沖 数 教 会 費	26,000	26,000	0	沖数教への会費
2	事 務 費	355,000	340,000	15,000	
	1 研究発表補助費	30,000	190,000	△ 160,000	１万円×３人
	2 派 遣 費	180,000	60,000	120,000	7月：九数教大会（会長，助言者） 12月：九数教理事会（会長）
	3 講習・講演会費	5,000	5,000	0	
	4 委員会活動費	25,000	25,000	0	大学入試問題研究委員会 研究集会委員会，ICT委員会
	5 研究調査補助費	5,000	5,000	0	
	6 支部活動補助費	0	0	0	
	7 会 誌 発 行 費	110,000	55,000	55,000	会誌第５５，５６号製本代
3	沖 数 教 分 担 金	270,000	270,000	0	
4	雑 費	0	0	0	
5	全国大会運営委員・ 発表者参加費	0	1,080,000	△ 1,080,000	
6	九数教沖縄大会積立費	300,000	5,000	295,000	
7	予 備 費	170,688	79,586	91,102	
計		1,180,688	1,839,586	△ 658,898	

令和2年度

第44回高校数学教育を考える会

(沖縄県高等学校数学教育会・琉球大学)

紙面発表

目次

令和2年度	琉球大学入試試験問題についての感想と質問 (高数教 大学入試問題検討委員会)	
前期日程	甲	10～11
前期日程	乙	12
後期日程		13
令和2年度	琉球大学入試問題 解答例 (高数教 大学入試問題検討委員会)	
前期日程	甲	14～18
前期日程	乙	19～20
後期日程		21～24
令和2年度	琉球大学入試問題に関する質問事項への回答	25

令和2年度(2020)琉球大学入試問題(前期・甲)に関する質問事項

★は、各学校からあった質問・意見

問題 番号	範囲	分野	難易度	質問事項
1 問1 問2 問3	数Ⅱ	微分法 ・ 積分法	易 易 易	・グラフを書けていたか。 ・直線と曲線の上下関係をいわずに、面積を求める式をいきなり用いたものはどういう採点になったか。 ・直線と曲線の上下関係は、グラフを書いたり、$g(x)=(4x+1) \cdot (x^3+x-1)$とおき増減表などで正負を判断するなどが必要であったか。 ・どういう答案があったか。面積を求める公式を使っていたものは、どのような採点になったか。
2	数Ⅲ	微分法	標準	・増減表を書く際、$f'(x)$の符号についての根拠は不要だったか。(増減表に＋－を入れれば良かったか) ・小問の誘導が無かったが、どのようなねらいや意図があったか。また、出来はどうだったか。 ・差をとって、$f(x)$とおくことが出来ていた受検生はどれくらいの割合がいたか。 ・増減表以降の極大・極小の評価までできている受検生はどれくらいいたか。 ・方程式 $\log x = \sqrt{ax}$ を作るとき、なにか考えられる方法はありますか？(高校を超えた範囲でも)
3 問1 問2 問3	数A 数A 数B	確率 確率 数列	易 標準 難	・複素数平面で考えた受検生はいたか。 ・問3ができていたか ・問2の証明ができていなくて、問3で問2の事実を使ったものは可としたか。 ★数学的帰納法は2年振りの出題であった。前回(2018)の出題は10年振り以上の出題であり、難易度も2020より高かったと思う。2018と比べて、2020の受検生のできはどうだったか。出題間隔が狭まったこと、計算量が減ったことから、得点率が高まっていることを期待したいが…。

4 問1 問2 問3	数A	確率	易 難 標準	・問2は場合分けができていたか。 ・確率の和を考える際に、「互いに排反なので」という記述がないものは減点があったか。 ・配点は問1が20点、問2が15点、問3が15点か？ ★こちらの問題も2018の大問4と類似であるが、難易度は2018より難化している印象を受ける。確率漸化式も前回（2018）の出題は10年以上振りであり、出題間隔は狭まっている。2018と比べて得点率はどうか。
全体 ・自分で規則性を見つけたり、考える力が必要な良問が多かったと感じました。 ・数列と複素数や、確率と数列の融合など、融合問題として生徒に解かせたい問題であった。 ・3で割ったときの余りや4で割ったときの余りで場合分けが多かった。慣れている受験生と慣れていない受験生で差が出たのではないかな。 ・全体的なできはどうであったか。 ・共通テストを意識しているか？（誘導が無い2や規則性を推測させる・巡回する問題などが多い印象を受けた） ★2018から2年ぶりの数Ⅲの積分からの出題が無かった。全体を通して 1 数Ⅱ・微積分 2 数Ⅲ微分 3 数Ⅱ複素数・数B帰納法 4 数A確率・数B漸化式 であった。今年はコロナの影響があるので、2020のようなⅠAⅡBが多めの出題をお願いしたい。 ★2018、2019、2020と難易度の差があるように感じる。2018、2020は易、2019は難。それぞれの学部合格者平均点の推移を聞きたいが可能か？ ★今回の甲問題について、全体的には、受験対策において、しっかりとやっておくべき内容であり、良問かと感じます。ただ、（他にもあるかもしれませんが）第4問において、他県の過去問となっており、受験生間で公平性がなくなってしまう。今後もそうであるなら、他県の過去問も含めて対策をしていくことになっていきますが、琉球大学としてはどのような方向性でいくのか教えていただきたいと存じます。				

（注：易・標準・難は教科書レベルにおいて）

令和2年度(2020)琉球大学入試問題(前期・乙)に関する質問事項

問題 番号	範囲	分野	難易 度	質 問 事 項
1				
問1	数Ⅱ	三角関数	易	
問2	数Ⅱ	対数関数	易	・問2で不等式を作る際、等号の有無で配点を分けたか。
問3	数Ⅲ	ベクトル	易	・問3は、相似を利用した解法もあったか。
2				
問1	数Ⅰ	数と式	易	
問2	数Ⅱ	積分法	標準	・問2では、$-a$ と $a-2$ の大小関係について、証明や根拠のないものは減点があったか。 ・グラフを書き、面積を S_1 や S_2 として考えていたか。 ・どういう記述をしていたか。 ・証明をしないで、a を求めているのはどうしたか。 ・(証明をしていない事実を根拠にして求めた a について認めたか)
全体 ・2の問2で差がついたか。1はできていたか。 ・基本的でよく見る問題が多く良かった。生徒も解きやすかったのではないか。 ・証明や記述ができていたか。 (答えはあっているが、論理的に説明できていないものは答えを認めなかったか。説明が足りないものの減点は多かったか。)				

(注：易・標準・難は教科書レベルにおいて)

令和2年度(2020)琉球大学入試問題(後期)に関する質問事項

問題 番号	範囲	分野	難易度	質問事項
1 問1 問2	数Ⅲ	積分法	標準 標準	・ $\int_0^{\sqrt{3}} \sqrt{12-x^2} dx$ については、計算できていたか。 ・ どのような答案があったか。 ・ 回転体について、式を立てることができていたか。
2 問1 問2	数Ⅲ	積分法	標準 やや難	・ 置き換えの記述はできていたか。 ・ どのような力を測る意図で出題したか。 ・ この $f(x)$ や問2の式は、数学的になにか意味がある式でしょうか。
3	数B	ベクトル	易	・ センター試験でよく出るような問題であったが、自分で内分点の式を作ったり、点Dを自分でとって説明するようなことができていたか。(記述する力があつたか。) ・ 式から三角形の面積比がわかる公式があるが、この公式よりというもののや根拠が不十分なものはどうしたか。
4 問1 問2 問3 問4	数A 数A 数A 数B	確率 確率 確率 数列	易 易 標準 難	・ 確率の問題であったが、記述ができていたか。 ・ 問3までは解けていたか。 ・ 問4は、q_nの式を作るのに、問3の誘導に気づき、p_nを使えていたか。 ・ 漸化式に2^nが入った形であったが、解けていたか。 ・ $n \geq 3$という条件を意識した記述ができていたか。
全体 ・ 理学部数理科学科のみ対象の試験であったが、受検生のできや印象はどうだったか。 ・ 大問1・2で標準的な計算力を問い、大問3で説明力・記述力を問い、大問4で思考力を問う良問だった。 ・ 今年の現役生は、数Ⅲについてかなり不利な部分があるので、配慮をお願いしたい。				

(注：易・標準・難は教科書レベルにおいて)

1 関数 $y=x^3+x-1$ の表す曲線 C について、次の問いに答えよ。(50点)

問1 C 上の点 (t, t^3+t-1) における接線の方程式を、 t を用いて表せ。

問2 点 $(0, 1)$ を通る C の接線を l とする。 l の方程式と接点の座標を求めよ。

問3 C と問2で求めた l で囲まれる部分の面積 S を求めよ。

解答 問1 $y'=3x^2+1$ より、点 (t, t^3+t-1) における接線の方程式は

$$y-(t^3+t-1)=(3t^2+1)(x-t) \text{ より、 } y=(3t^2+1)x-2t^3-1 \quad \dots \text{ ①} \quad \text{図}$$

問2 直線①が点 $(0, 1)$ を通るので、

$$1=-2t^3-1 \text{ より } t=-1$$

①より、 l の方程式は、 $y=4x+1$

接点の座標は、 $(-1, -3)$ 図

問3 曲線 C と l の交点の x 座標を求める。

$$x^3+x-1=4x+1 \text{ より、}$$

$$x^3-3x-2=0$$

$$(x+1)^2(x-2)=0 \text{ より、 } x=-1, 2$$

$-1 \leq x \leq 2$ のとき、 l は曲線 C の上側にあるので、

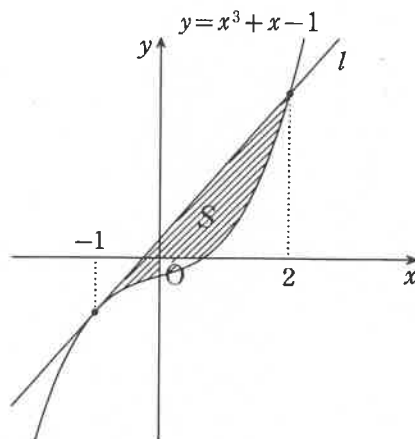
$$S = \int_{-1}^2 \{(4x+1)-(x^3+x-1)\} dx$$

$$= \int_{-1}^2 (-x^3+3x+2) dx$$

$$= \left[-\frac{1}{4}x^4 + \frac{3}{2}x^2 + 2x \right]_{-1}^2$$

$$= -\frac{1}{4}\{2^4 - (-1)^4\} + \frac{3}{2}\{2^2 - (-1)^2\} + 2\{2 - (-1)\}$$

$$= -\frac{15}{4} + \frac{9}{2} + 6 = \frac{27}{4} \quad \text{図}$$



参考 問3は、曲線 C と接線 l の接点の x 座標が分かっていれば、

接線 l の方程式が分かっていなくても解くことができる。

l は x 軸に垂直な直線でないため $h(x)$ を1次式とすると $l: y=h(x)$ とおける。

関数 $y=h(x)$ と直線 l の共有点の x 座標について、2式を連立して y を消去すると

$$x^3+x-1=h(x) \text{ より、 } x^3+x-1-h(x)=0$$

曲線 C と直線 $l: y=h(x)$ が $x=-1$ で接することから、この方程式の実数解は、

$$x=-1, -1, \alpha \quad (\alpha \text{ は実数})$$

となることが分かり、3次方程式の解と係数の関係より

$$-1+(-1)+\alpha=0 \text{ すなわち } \alpha=2 \text{ となる。}$$

いま、 $y=x^3+x-1$ において、 $y'=6x$ であり、 $x=-1$ のとき $y'<0$ であるから、

$-1 \leq x \leq 2$ の値の範囲において、 $h(x) \geq x^3+x-1$ である。

$$\text{よって、 } S = \int_{-1}^2 \{h(x)-(x^3+x-1)\} dx = - \int_{-1}^2 (x+1)^2(x-2) dx$$

$$= - \int_{-1}^2 \left\{ \frac{1}{3}(x+1)^3 \right\}' (x-2) dx = \frac{1}{3} \int_{-1}^2 (x+1)^3 dx = \frac{1}{12} [(x+1)^4]_{-1}^2 = \frac{27}{4}$$

【参考】

放物線と直線で囲まれた部分の面積を求める公式

$$S = \frac{|a|}{6}(\beta - \alpha)^3$$

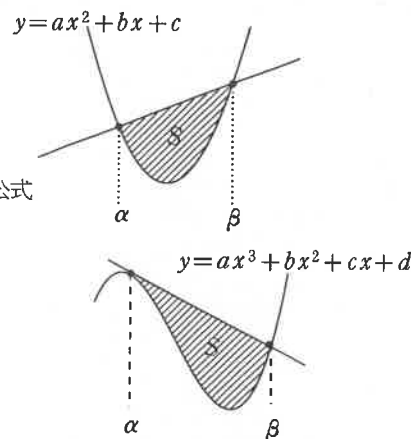
や、3次関数のグラフとその接線で囲まれた部分の面積を求める公式

$$S = \frac{|a|}{12}(\beta - \alpha)^4$$

などあるが、後者を利用すると、

$$S = \frac{1}{12}\{2 - (-1)\}^4 = \frac{27}{4}$$

である。



- 2 a を正の実数とする。 $x > 0$ において、曲線 $y = \log x$ と曲線 $y = \sqrt{ax}$ が共有点をもたないような a の値の範囲を求めよ。(50点)

【解答】

$f(x) = \sqrt{ax} - \log x$ とおくと、

曲線 $y = \log x$ と曲線 $y = \sqrt{ax}$ が共有点をもたないのは、

$f(x) = 0$ が解を持たないときである。

$$f'(x) = \frac{\sqrt{a}}{2\sqrt{x}} - \frac{1}{x} = \frac{\sqrt{ax} - 2}{2x} \text{ より、}$$

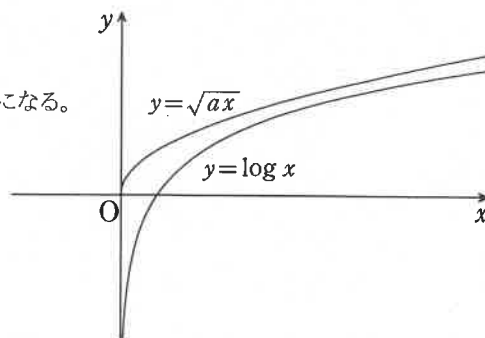
$f'(x) = 0$ のとき、 $x = \frac{4}{a}$ であるから、増減表は以下ようになる。

x	0	...	$\frac{4}{a}$	...
$f'(x)$	/	-		+
$f(x)$	/	$\searrow$	$2 - \log \frac{4}{a}$	$\nearrow$

増減表と $\lim_{x \rightarrow +0} f(x) = +\infty$ より、 $f(x) = 0$ の解を持たない、すなわち

曲線 $y = \log x$ と曲線 $y = \sqrt{ax}$ が共有点をもたないような a の値の範囲を求めると、

$$2 - \log \frac{4}{a} > 0 \text{ より、} e^2 > \frac{4}{a} \text{ すなわち } a > \frac{4}{e^2} \quad \text{図}$$



【別解】

$g(x) = \log x - \sqrt{ax}$ とおくと、曲線 $y = \log x$ と曲線 $y = \sqrt{ax}$ が共有点をもたないのは、

$g(x) = 0$ が解を持たないときである。

$$g'(x) = \frac{1}{x} - \frac{\sqrt{a}}{2\sqrt{x}} = \frac{2 - \sqrt{ax}}{2x} \text{ より、} g'(x) = 0 \text{ のとき、} x = \frac{4}{a} \text{ であるから、増減表は以下ようになる。}$$

x	0	...	$\frac{4}{a}$	...
$g'(x)$	/	+		-
$g(x)$	/	$\nearrow$	$\log \frac{4}{a} - 2$	$\searrow$

増減表と $\lim_{x \rightarrow +0} g(x) = -\infty$ より、 $g(x) = 0$ の解を持たない、すなわち曲線 $y = \log x$ と曲線 $y = \sqrt{ax}$ が共有点

$$\text{をもたないような } a \text{ の値の範囲を求めると、} \log \frac{4}{a} - 2 < 0 \text{ より、} \frac{4}{a} < e^2 \text{ すなわち } a > \frac{4}{e^2} \quad \text{図}$$

3 i を虚数単位とし、複素数 a_n を

$$a_1 = -1, a_{n+1} = \frac{-1 + \sqrt{3}i}{2} a_n + \sqrt{3}i \quad (n=1, 2, 3, \dots)$$

によって定める。また、複素数 b_n を

$$b_1 = 1, b_{n+1} = a_n b_n \quad (n=1, 2, 3, \dots)$$

によって定める。このとき、次の問いに答えよ。(50点)

問1 a_2, a_3, a_4 を求めよ。

問2 すべての正の整数 n について $a_{n+3} = a_n$ が成り立つことを、数学的帰納法を用いて証明せよ。

問3 b_n を求めよ。

解答 問1 $a_2 = \frac{-1 + \sqrt{3}i}{2} \cdot a_1 + \sqrt{3}i = \frac{-1 + \sqrt{3}i}{2} \cdot (-1) + \sqrt{3}i = \frac{1 + \sqrt{3}i}{2}$
 $a_3 = \frac{-1 + \sqrt{3}i}{2} \cdot a_2 + \sqrt{3}i = \frac{-1 + \sqrt{3}i}{2} \cdot \frac{1 + \sqrt{3}i}{2} + \sqrt{3}i = -1 + \sqrt{3}i$
 $a_4 = \frac{-1 + \sqrt{3}i}{2} \cdot a_3 + \sqrt{3}i = \frac{-1 + \sqrt{3}i}{2} \cdot (-1 + \sqrt{3}i) + \sqrt{3}i = \frac{-2 - 2\sqrt{3}i}{2} + \sqrt{3}i = -1$ 図

問2 (i) $n=1$ のとき、問1より $a_4 = a_1 = -1$ となり成立する。

(ii) $n=k$ のとき、 $a_{n+3} = a_n$ が成り立つと仮定すると、 $a_{k+3} = a_k$ となる。

$$\text{このとき、} a_{(k+1)+3} = a_{k+4} = \frac{-1 + \sqrt{3}i}{2} \cdot a_{k+3} + \sqrt{3}i = \frac{-1 + \sqrt{3}i}{2} a_k + \sqrt{3}i = a_{k+1}$$

となり、 $n=k+1$ のときも $a_{n+3} = a_n$ が成り立つ。

(i), (ii)より、すべての自然数 n において $a_{n+3} = a_n$ が成り立つ。 図

問3 問2より、 $k=1, 2, 3, \dots$ とすると、

$$(i) n=3k \text{ のとき、} a_{3k} = a_3 = -1 + \sqrt{3}i$$

$$(ii) n=3k-1 \text{ のとき、} a_{3k-1} = a_2 = \frac{1 + \sqrt{3}i}{2}$$

$$(iii) n=3k-2 \text{ のとき、} a_{3k-2} = a_1 = -1$$

なので、

(i) $n=3k$ のとき、

$$b_{3k+3} = a_{3k+2} b_{3k+2} = a_{3k+2} a_{3k+1} b_{3k+1} = a_{3k+2} a_{3k+1} a_{3k} b_{3k} = a_2 a_1 a_3 b_{3k}$$

$$= \frac{1 + \sqrt{3}i}{2} \cdot (-1) \cdot (-1 + \sqrt{3}i) \cdot b_{3k} = 2b_{3k}$$

$$\text{よって、} b_n = b_{3k} = \underbrace{2 \cdot 2 \cdot \dots \cdot 2}_{k-1 \text{ 個}} \cdot b_3 = 2^{k-1} \cdot b_2 a_2 = 2^{k-1} \cdot b_1 a_1 a_2$$

$$= 2^{k-1} \cdot 1 \cdot (-1) \cdot \frac{1 + \sqrt{3}i}{2} = -2^{k-2}(1 + \sqrt{3}i)$$

$$(ii) n=3k-1 \text{ のとき、} b_n = b_{3k-1} = \underbrace{2 \cdot 2 \cdot \dots \cdot 2}_{k-1 \text{ 個}} \cdot b_2 = 2^{k-1} \cdot b_1 a_1 = 2^{k-1} \cdot 1 \cdot (-1) = -2^{k-1}$$

$$(iii) n=3k-2 \text{ のとき、} b_n = b_{3k-2} = \underbrace{2 \cdot 2 \cdot \dots \cdot 2}_{k-1 \text{ 個}} \cdot b_1 = 2^{k-1} \cdot 1 = 2^{k-1}$$

以上より、 $k=1, 2, 3, \dots$ とすると、 $n=3k$ のとき、 $b_n = -2^{k-2}(1 + \sqrt{3}i)$

$$n=3k-1 \text{ のとき、} b_n = -2^{k-1}$$

$$n=3k-2 \text{ のとき、} b_n = 2^{k-1}$$

図

【参考】複素数 a_n について複素数平面上で考えると、

$$a_1 = -1 = \cos \pi + i \sin \pi,$$

$$a_2 = \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i = \cos \frac{\pi}{3} + i \sin \frac{\pi}{3},$$

$$a_3 = -1 + \sqrt{3}i = 2\left(\cos \frac{2}{3}\pi + i \sin \frac{2}{3}\pi\right) \text{ である.}$$

さらに、問2より

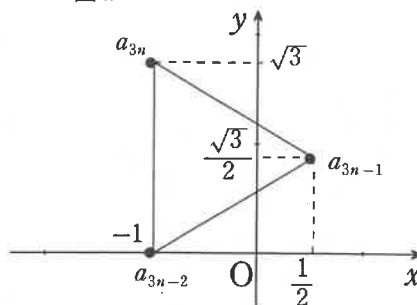
$$a_{3n-2} = \cos(2n-1)\pi + i \sin(2n-1)\pi,$$

$$a_{3n-1} = \cos\left(2n - \frac{5}{3}\pi\right) + i \sin\left(2n - \frac{5}{3}\pi\right),$$

$$a_{3n} = 2\left[\cos\left(2n - \frac{4}{3}\pi\right) + i \sin\left(2n - \frac{4}{3}\pi\right)\right] \text{ であり,}$$

この3点は図1のように正三角形の3頂点をとる。

図1

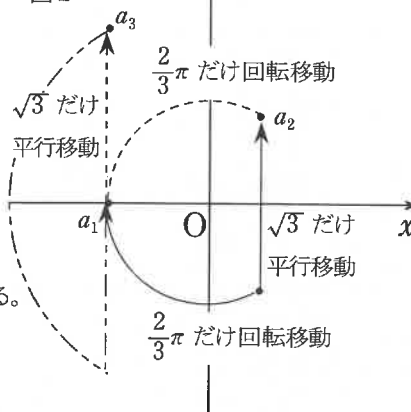


$$\begin{aligned} \text{このことは, } a_{n+1} &= \frac{-1 + \sqrt{3}i}{2} a_n + \sqrt{3}i \\ &= \left(\cos \frac{2}{3}\pi + i \sin \frac{2}{3}\pi\right) a_n + \sqrt{3}i \text{ より,} \end{aligned}$$

図2のように、

点 a_{n+1} は、点 a_n を原点を中心として $\frac{2}{3}\pi$ だけ回転移動し、
虚軸方向に $\sqrt{3}$ だけ平行移動すれば得られることからわかる。

図2

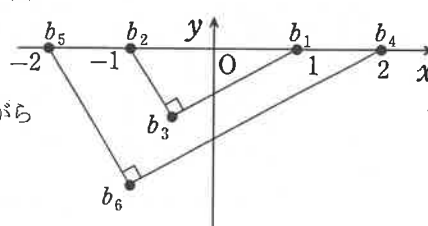


また、複素数 b_n について、複素数平面上で考えると、

$$b_{3n-2} = 2^{n-1}, b_{3n-1} = -2^{n-1}, b_{3n} = \frac{-(1 + \sqrt{3}i)}{2} \cdot 2^{n-1}$$

の3点は、図3のように、辺の長さの比を $1:2:\sqrt{3}$ に保ちながら
辺の長さが2の累乗倍になっていく直角三角形の3頂点をとる。

図3



このことは、 $b_1 = 1$,

$$b_2 = a_1 b_1 = (\cos \pi + i \sin \pi) b_1$$

$$b_3 = a_2 b_2 = \left(\cos \frac{\pi}{3} + i \sin \frac{\pi}{3}\right) b_2$$

$$b_4 = a_3 b_3 = 2\left(\cos \frac{2}{3}\pi + i \sin \frac{2}{3}\pi\right) b_3$$

$$b_5 = a_4 b_4 = a_1 b_4 = (\cos \pi + i \sin \pi) b_4 \quad \dots$$

のように複素数 b_n は、

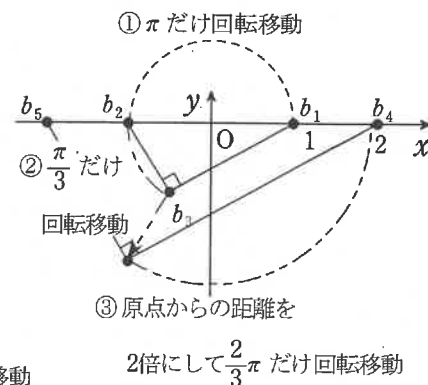
① 原点を中心として π だけ回転移動

② 原点を中心として $\frac{\pi}{3}$ だけ回転移動

③ 原点からの距離を2倍して、原点を中心として $\frac{2}{3}\pi$ だけ回転移動

を順に行っていくことで、図4のように得られることからわかる。

図4



また、 $a_1 a_2 a_3 = 2$ より、①～③をそれぞれ1回ずつ行くと、原点からの距離が2倍の点に移ることがわかる。

これは、問3の $b_{n+3} = 3b_n$ に表れている。

- 4 1から7までの数を1つずつ書いた7個の玉が、袋の中に入っている。袋から玉を1個取り出し、書かれている数を記録して袋に戻す。この試行を n 回繰り返して得られる n 個の数の和が4の倍数となる確率を p_n とする。ただし、 n は正の整数とする。このとき、次の問いに答えよ。(50点)

問1 p_1 と p_2 を求めよ。

問2 p_{n+1} を p_n の式で表せ。

問3 p_n を求めよ。

【解答】 問1 1から7までの数のうち、4の倍数は4だけなので、 $p_1 = \frac{1}{7}$

p_2 について考える。1回目に取り出した玉に書かれた数を a_1 、

2回目に取り出した玉に書かれた数を a_2 とすると、2つの数の和が4の倍数になるのは、

$$(a_1, a_2) = (1, 3), (2, 2), (3, 1), (1, 7), (2, 6), (3, 5), (4, 4), (5, 3), (6, 2), (7, 1), \\ (5, 7), (6, 6), (7, 5)$$

の13通り。よって、 $p_2 = \frac{13}{7 \times 7} = \frac{13}{49}$ 図

問2 試行を $n+1$ 回繰り返して得られる $n+1$ 個の数の和が4の倍数となるのは

(i) 試行を n 回繰り返して得られる n 個の数の和が4の倍数で、 $n+1$ 個目の数が4である。

(ii) 試行を n 回繰り返して得られる n 個の数の和が4の倍数でなく、 $n+1$ 個目の数を足すと4の倍数となる。

の場合のいずれかである。

(ii) の場合、

n 個の数の和を4で割ったときの余りが1のとき、 $n+1$ 個目が3か7であればよく、

n 個の数の和を4で割ったときの余りが2のとき、 $n+1$ 個目が2か6であればよく、

n 個の数の和を4で割ったときの余りが3のとき、 $n+1$ 個目が1か5であればよい。

(i)と(ii)は互いに排反なので、

$$p_{n+1} = p_n \times \frac{1}{7} + (1 - p_n) \times \frac{2}{7} = -\frac{1}{7}p_n + \frac{2}{7} \quad \text{図}$$

問3 問2の式は $p_{n+1} - \frac{1}{4} = -\frac{1}{7}(p_n - \frac{1}{4})$ と変形でき、数列 $\{p_n - \frac{1}{4}\}$ は公比 $-\frac{1}{7}$ の等比数列なので、

$$p_n - \frac{1}{4} = \left(-\frac{1}{7}\right)^{n-1} \left(p_1 - \frac{1}{4}\right) = -\frac{3}{28} \left(-\frac{1}{7}\right)^{n-1} = \frac{3}{4} \left(-\frac{1}{7}\right)^n$$

$$\text{したがって、} \quad p_n = \frac{3}{4} \left(-\frac{1}{7}\right)^n + \frac{1}{4} \quad \text{図}$$

1 次の問いに答えよ。(50点)

問1 $\cos 15^\circ$ の値を求めよ。

問2 6400^{50} は何桁の整数か。ただし, $\log_{10} 2 = 0.3010$ とする。

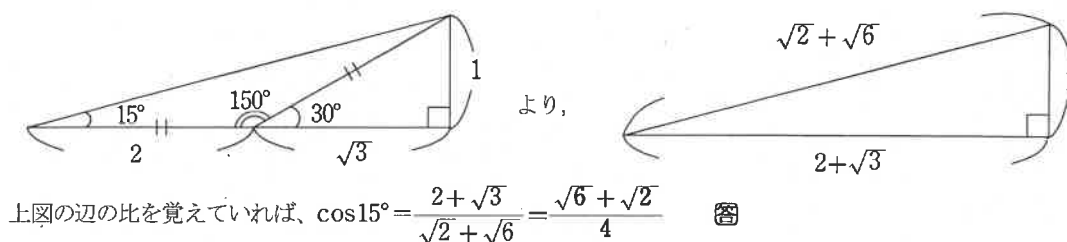
問3 平行四辺形 ABCD において, 辺 BC を 2:3 に内分する点を E とし, 対角線 BD と線分 AE の交点を P とする。

$\vec{b} = \overrightarrow{AB}$, $\vec{d} = \overrightarrow{AD}$ と表すとき, $\overrightarrow{AP}$ を $\vec{b}$, $\vec{d}$ を用いて表せ。

【解答】

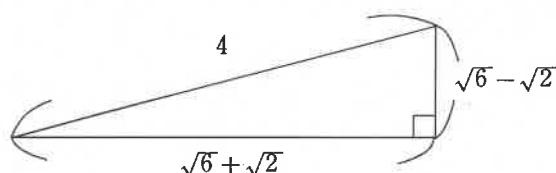
問1 $\cos 15^\circ = \cos(45^\circ - 30^\circ) = \cos 45^\circ \cdot \cos 30^\circ + \sin 45^\circ \cdot \sin 30^\circ = \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \frac{1}{2} = \frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{4}$ 図

【参考】



同様に, $\sin 15^\circ$, $\cos 75^\circ$, $\sin 75^\circ$ などの値もすぐにわかる。

さらに, 下記の辺の長さの比にも変形できて, 下記の図を利用すると有理化の必要がなくなる。



問2 $\log_{10} 6400^{50} = 50 \log_{10} 6400 = 50 \log_{10} (2^6 \cdot 10^2) = 300 \log_{10} 2 + 100 \log_{10} 10 = 300 \times 0.3010 + 100 = 190.3$

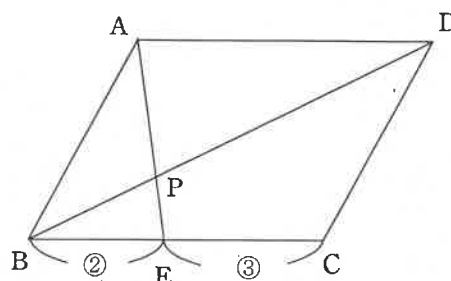
$190 \leq \log_{10} 6400^{50} < 191$ より, 191 桁 図

問3 $\overrightarrow{AE} = \overrightarrow{AB} + \frac{2}{5} \overrightarrow{AD} = \vec{b} + \frac{2}{5} \vec{d}$

$\overrightarrow{AP} = k \overrightarrow{AE}$ とおくと, $\overrightarrow{AP} = k \left(\vec{b} + \frac{2}{5} \vec{d} \right) = k \vec{b} + \frac{2}{5} k \vec{d} \dots \textcircled{1}$

点 P は線分 BD 上にあるので, $k + \frac{2}{5} k = 1$ これより $k = \frac{5}{7}$

①に代入して, $\overrightarrow{AP} = \frac{5}{7} \vec{b} + \frac{2}{7} \vec{d}$ 図



【別解】

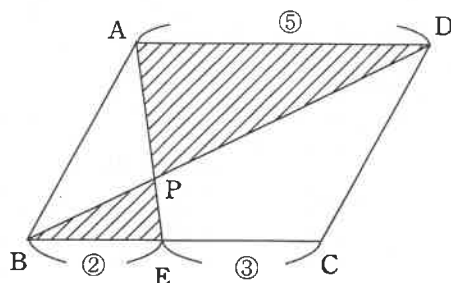
$\overrightarrow{AE} = \overrightarrow{AB} + \frac{2}{5} \overrightarrow{AD} = \vec{b} + \frac{2}{5} \vec{d}$

$\triangle APD \sim \triangle EPB$ かつ $AD:EB = 5:2$ より,

$AP:PE = 5:2$

したがって,

$\overrightarrow{AP} = \frac{5}{7} \overrightarrow{AE} = \frac{5}{7} \left(\vec{b} + \frac{2}{5} \vec{d} \right) = \frac{5}{7} \vec{b} + \frac{2}{7} \vec{d}$ 図



2 実数 $a > 1$ に対して、 $f(x) = x^2 + 2x - a^2 + 2a$ とおく。次の問いに答えよ。(50点)

問1 2次方程式 $f(x) = 0$ の解を a を用いて表せ。

問2 放物線 $y = f(x)$ と x 軸および直線 $x = a$ で囲まれた2つの部分の面積が等しいとき、

$$\int_{-a}^a f(x) dx = 0 \text{ を示し、このときの } a \text{ の値を求めよ。}$$

解答

問1 $x^2 + 2x - a^2 + 2a = 0$ より $(x+a)(x-(a-2)) = 0$ したがって $x = a-2, -a$ 図

問2 $(a-2) - (-a) = 2a-2 = 2(a-1)$ であり、

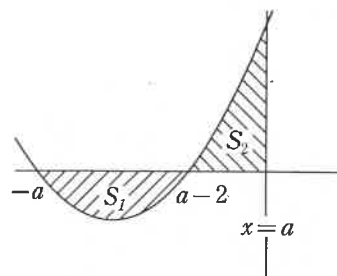
$a > 1$ より、 $a-2 > -a$

よって、右図のように

放物線 $y = f(x)$ と x 軸で囲まれた部分の面積を S_1 、

放物線 $y = f(x)$ と x 軸および直線 $x = a$ の3つのグラフで囲まれた

部分の面積を S_2 とおくと、仮定より $S_1 = S_2$



$$\text{よって、} \int_{-a}^a f(x) dx = \int_{-a}^{a-2} f(x) dx + \int_{a-2}^a f(x) dx = -\int_{-a}^{a-2} (-f(x)) dx + \int_{a-2}^a f(x) dx = -S_1 + S_2 = 0 \quad \text{図}$$

$$\begin{aligned} \text{また、} \int_{-a}^a f(x) dx &= \int_{-a}^a (x^2 + 2x - a^2 + 2a) dx = \left[\frac{1}{3}x^3 + x^2 + (-a^2 + 2a)x \right]_{-a}^a = \frac{1}{3} \cdot 2a^3 + (-a^2 + 2a) \cdot 2a \\ &= -\frac{4}{3}a^3 + 4a^2 = -\frac{4}{3}a^2(a-3) \end{aligned}$$

$$\int_{-a}^a f(x) dx = 0 \text{ より、} a = 0, 3 \quad a > 1 \text{ より、} \quad a = 3 \quad \text{図}$$

別解

$\int_{-a}^a f(x) dx$ を求める部分は、偶関数・奇関数の性質より

$$\int_{-a}^a f(x) dx = \int_{-a}^a (x^2 + 2x - a^2 + 2a) dx = 2 \int_0^a (x^2 - a^2 + 2a) dx = 2 \left[\frac{x^3}{3} + (-a^2 + 2a)x \right]_0^a = -\frac{4}{3}a^3 + 4a^2$$

と計算できる。

1 次の問いに答えよ。(50点)

問1 座標平面上で2つの不等式

$$x^2 + y^2 \leq 12, y \geq x^2$$

によって定まる領域を D とする。 D の面積 S を求めよ。

問2 座標平面上で4つの不等式

$$x^2 + y^2 \leq 12, y \leq x^2, x \geq 0, y \geq 0$$

によって定まる領域を E とする。 E を x 軸の周りに1回転してできる立体の体積 V を求めよ。

解答 問1 曲線 $x^2 + y^2 = 12$... ①と曲線 $y = x^2$... ②の交点の座標を求める。

②を①に代入して整理すると, $x^4 + x^2 - 12 = 0$

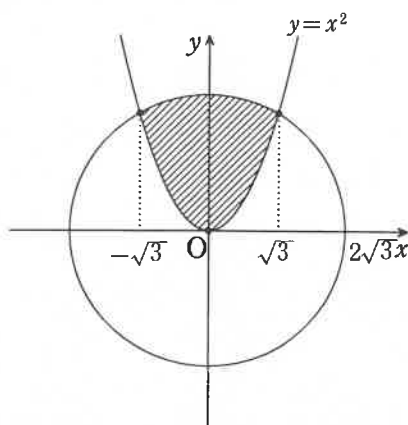
左辺を因数分解すると, $(x^2 + 4)(x^2 - 3) = 0$

x は実数なので, $x^2 = 3$ より, $x = \pm\sqrt{3}$

よって, 交点の座標は $(-\sqrt{3}, 3), (\sqrt{3}, 3)$

右の図の斜線部分の面積 S とすると,

$$\begin{aligned} S &= \int_{-\sqrt{3}}^{\sqrt{3}} (\sqrt{12-x^2} - x^2) dx \\ &= \int_{-\sqrt{3}}^{\sqrt{3}} \sqrt{12-x^2} dx - \left[\frac{1}{3} x^3 \right]_{-\sqrt{3}}^{\sqrt{3}} \\ &= 2 \int_0^{\sqrt{3}} \sqrt{12-x^2} dx - 2\sqrt{3} \end{aligned}$$



ここで, $\int_0^{\sqrt{3}} \sqrt{12-x^2} dx$ について, $x = \sqrt{12} \sin t$ とおくと $\frac{dx}{dt} = \sqrt{12} \cos t$ であり,

x と t の対応は次の通りである。

x	$0 \rightarrow \sqrt{3}$
t	$0 \rightarrow \frac{\pi}{6}$

$$\begin{aligned} \text{よって, } \int_0^{\sqrt{3}} \sqrt{12-x^2} dx &= \int_0^{\frac{\pi}{6}} \sqrt{12-12\sin^2 t} \cdot \sqrt{12} \cos t dt \\ &= 12 \int_0^{\frac{\pi}{6}} \cos^2 t dt = 6 \int_0^{\frac{\pi}{6}} (\cos 2t + 1) dt = 6 \left[\frac{1}{2} \sin 2t + t \right]_0^{\frac{\pi}{6}} = \frac{3\sqrt{3}}{2} + \pi \end{aligned}$$

$$\text{したがって, } S = 2 \left(\frac{3\sqrt{3}}{2} + \pi \right) - 2\sqrt{3} = 2\pi + \sqrt{3} \quad \text{図}$$

別解 (上の曲線①と②の交点を求める部分までは同様。以下の解き方は, 置換積分の必要が無い。)

原点と点 $(\sqrt{3}, 3)$ を通る直線の方程式は $y = \sqrt{3}x$ であり, この直線と x 軸の正の向きとのなす角は $\frac{\pi}{3}$ である。また, 求める面積の領域は y 軸に関して対称であるから,

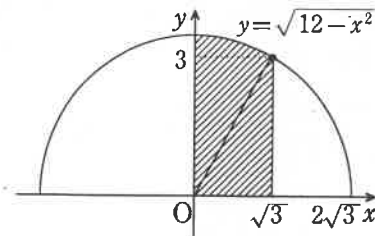
$$\frac{1}{2} S = \frac{1}{2} \cdot (2\sqrt{3})^2 \cdot \frac{\pi}{6} + \int_0^{\sqrt{3}} (\sqrt{3}x - x^2) dx = \pi - \int_0^{\sqrt{3}} x(x - \sqrt{3}) dx = \pi + \frac{1}{6} \cdot (\sqrt{3})^3 = \pi + \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\text{以上より, } S = 2\pi + \sqrt{3} \quad \text{図}$$

別解 ($\int_0^{\sqrt{3}} \sqrt{12-x^2} dx$ を求める計算)

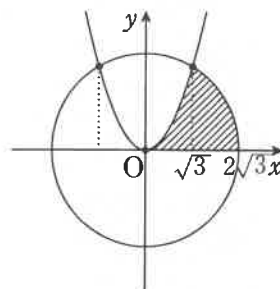
$y = \sqrt{12-x^2}$ のグラフは円の一部なので, 右図より,

$$\int_0^{\sqrt{3}} \sqrt{12-x^2} dx = \frac{1}{2} \cdot (2\sqrt{3})^2 \cdot \frac{\pi}{6} + \sqrt{3} \cdot 3 \cdot \frac{1}{2} = \pi + \frac{3\sqrt{3}}{2}$$



問2 領域 E は右の図の斜線部分であるから、

$$\begin{aligned} V &= \pi \int_0^{\sqrt{3}} (x^2)^2 dx + \pi \int_{\sqrt{3}}^{2\sqrt{3}} (\sqrt{12-x^2})^2 dx \\ &= \pi \left[\frac{1}{5} x^5 \right]_0^{\sqrt{3}} + \pi \left[12x - \frac{1}{3} x^3 \right]_{\sqrt{3}}^{2\sqrt{3}} \\ &= \frac{34\sqrt{3}}{5} \pi \quad \text{答} \end{aligned}$$



2 関数 $f(x) = \frac{e^x}{(e^x-1)^2}$ について次の問いに答えよ。(50点)

問1 $\int f(x) dx$ を求めよ。

問2 定積分 $\int_{\log 2}^{\log 3} x f(x) dx$ を求めよ。

【解答】 問1 $t = e^x - 1$ とおくと、 $\frac{dt}{dx} = e^x$

$$\int f(x) dx = \int \frac{1}{t^2} dt = -\frac{1}{t} + C = -\frac{1}{1-e^x} + C \quad (C \text{ は積分定数}) \quad \text{答}$$

$$\begin{aligned} \text{問2} \quad \int_{\log 2}^{\log 3} x f(x) dx &= \int_{\log 2}^{\log 3} x \left(\frac{e^x}{(e^x-1)^2} \right) dx = \int_{\log 2}^{\log 3} x \left(\frac{1}{1-e^x} \right)' dx = \left[\frac{x}{1-e^x} \right]_{\log 2}^{\log 3} - \int_{\log 2}^{\log 3} \frac{dx}{1-e^x} \\ &= -\frac{1}{2} \log 3 + \log 2 - \int_{\log 2}^{\log 3} \frac{dx}{1-e^x} \quad \dots \text{①} \end{aligned}$$

ここで、 $\int_{\log 2}^{\log 3} \frac{dx}{1-e^x}$ について、 $t = 1 - e^x$ とおくと、 $\frac{dt}{dx} = -e^x$ であり、

x と t の対応は次の通りである。

x	$\log 2$	$\rightarrow$	$\log 3$
t	-1	$\rightarrow$	-2

よって、

$$\int_{\log 2}^{\log 3} \frac{dx}{1-e^x} = \int_{-1}^{-2} \frac{1}{t(t-1)} dt = \int_{-1}^{-2} \left\{ -\frac{1}{t} + \frac{1}{t-1} \right\} dt = \left[-\log|t| + \log|t-1| \right]_{-1}^{-2} = -2\log 2 + \log 3$$

これを①に代入すると、

$$\int_{\log 2}^{\log 3} x f(x) dx = -\frac{1}{2} \log 3 + \log 2 - (-2\log 2 + \log 3) = 3\log 2 - \frac{3}{2} \log 3 \quad \text{答}$$

【別解】 $\int_{\log 2}^{\log 3} \frac{dx}{1-e^x}$ については、

$$\begin{aligned} \int_{\log 2}^{\log 3} \frac{dx}{1-e^x} &= \int_{\log 2}^{\log 3} \frac{e^{-x}}{e^{-x}-1} dx = - \int_{\log 2}^{\log 3} \frac{(e^{-x}-1)'}{e^{-x}-1} = - \left[\log|e^{-x}-1| \right]_{\log 2}^{\log 3} = -\log \frac{2}{3} - \log 2 \\ &= -2\log 2 + \log 3 \end{aligned}$$

と計算することも出来る。

- 3 $\triangle ABC$ の内部の点 P について, $\overrightarrow{AP} + 3\overrightarrow{BP} + 4\overrightarrow{CP} = \vec{0}$ が成り立っている。
 $\triangle ABC$ の面積を S とするとき, $\triangle PBC$, $\triangle PCA$, $\triangle PAB$ の面積をそれぞれ S を用いて表せ。

解答 $\overrightarrow{AP} + 3\overrightarrow{BP} + 4\overrightarrow{CP} = \overrightarrow{AP} + 3(\overrightarrow{AP} - \overrightarrow{AB}) + 4(\overrightarrow{AP} - \overrightarrow{AC})$
 $= 8\overrightarrow{AP} - 3\overrightarrow{AB} - 4\overrightarrow{AC}$

$$8\overrightarrow{AP} - 3\overrightarrow{AB} - 4\overrightarrow{AC} = \vec{0} \text{ より,}$$

$$\overrightarrow{AP} = \frac{3\overrightarrow{AB} + 4\overrightarrow{AC}}{8} = \frac{7}{8} \cdot \frac{3\overrightarrow{AB} + 4\overrightarrow{AC}}{7}$$

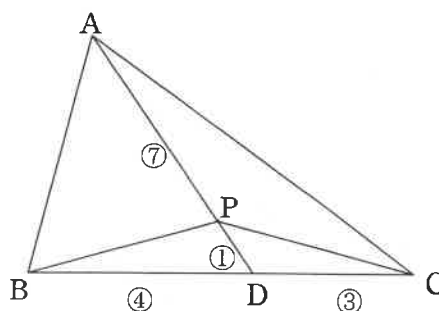
であるから, 辺 BC を $4:3$ に内分する点を点 D とすると,
 点 P は線分 AD を $7:1$ に内分する点である。

したがって,

$$\triangle PBC = \frac{1}{8}S$$

$$\triangle PCA = \frac{7}{8}\triangle ADC = \frac{7}{8} \cdot \frac{3}{7}S = \frac{3}{8}S$$

$$\triangle PAB = \frac{7}{8}\triangle ABD = \frac{7}{8} \cdot \frac{4}{7}S = \frac{4}{8}S = \frac{1}{2}S \quad \text{答}$$



参考 一般に,

$\triangle ABC$ の内部の点 P について,
 $a\overrightarrow{AP} + b\overrightarrow{BP} + c\overrightarrow{CP} = \vec{0}$ が成り立っているとき,
 $\triangle PBC : \triangle PCA : \triangle PAB = a : b : c$

である。

問題では,

$\triangle ABC$ の内部の点 P について,

$\overrightarrow{AP} + 3\overrightarrow{BP} + 4\overrightarrow{CP} = \vec{0}$ が成り立っているので,

$\triangle PBC : \triangle PCA : \triangle PAB = 1 : 3 : 4$

である。

したがって,

$$\triangle PBC = \frac{1}{8}S, \triangle PCA = \frac{3}{8}S, \triangle PAB = \frac{4}{8}S = \frac{1}{2}S \text{ となる。}$$

- 4 数直線上の点Pを次の規則で移動させる。一枚の硬貨を投げて、表が出ればPを+1だけ移動させ、裏が出ればPを原点に関して対称な点に移動させる。Pは初め原点にあるとし、硬貨を n 回投げた後のPの座標を a_n とする。ただし、 n は正の整数とする。このとき、次の間に答えよ。

問1 $a_3=0$ となる確率を求めよ。

問2 $a_4=1$ となる確率を求めよ。

問3 $n \geq 3$ のとき、 $a_n=-(n-2)$ となる確率を p_n とする。 $p_n=\frac{1}{2^n}$ であることを示せ。

問4 $n \geq 3$ のとき、 $a_n=n-3$ となる確率を q_n とする。 q_n を n を用いて表せ。

解答 問1 硬貨を3回投げた後のPの座標が0になるのは、硬貨が

「裏, 裏, 裏」または「表, 裏, 表」の順に出たときであるので、求める確率は $\frac{2}{2^3}=\frac{1}{4}$ 答

問2 硬貨を4回投げた後のPの座標が1になるのは、硬貨が

「裏, 裏, 裏, 表」または「表, 裏, 表, 表」または「裏, 表, 裏, 裏」の順に出たときであるので、求める確率は $\frac{3}{2^4}=\frac{3}{16}$ 答

別解 硬貨を4回投げた後のPの座標が1になる確率を求める。

硬貨を3回投げた後のPの座標が0であるとき、4回目に表が出れば良いので

$$\text{問1より } \frac{1}{4} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{8}$$

硬貨を3回投げた後のPの座標が-1であるとき、4回目に裏が出れば良い。

このとき「裏, 表, 裏, 表」の順に出たときであるので、その確率は $\left(\frac{1}{2}\right)^4 = \frac{1}{16}$

これらは互いに排反だから、求める確率は $\frac{1}{8} + \frac{1}{16} = \frac{3}{16}$ 答

問3 硬貨を n 回投げた後のPの座標が $-(n-2)$ になるのは、硬貨が

「裏, 表, ..., 表, 裏」の順に出たときであるので、 $p_n=\frac{1}{2^n}$ 答
($n-2$)個

問4 硬貨を n 回投げた後のPの座標が $n-3$ になるのは、

i) 硬貨を $n-1$ 回投げた後のPの座標が $n-4$ で、 n 回目に表が出る

ii) 硬貨を $n-1$ 回投げた後のPの座標が $-(n-3)$ で、 n 回目に裏が出る

のいずれかの場合である。

硬貨を $n-1$ 回投げた後のPの座標が $n-4$ である確率は、 $n-4=(n-1)-3$ より、 q_{n-1}

硬貨を $n-1$ 回投げた後のPの座標が $-(n-3)$ である確率は、 $-(n-3)=-\{(n-1)-2\}$ より、 p_{n-1}

i) と ii) は互いに排反だから、 $q_n=\frac{1}{2}q_{n-1}+\frac{1}{2}p_{n-1}$

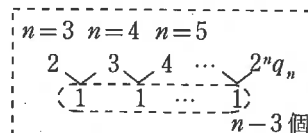
$$\text{問3より, } q_n=\frac{1}{2}q_{n-1}+\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2^{n-1}}=\frac{1}{2}q_{n-1}+\frac{1}{2^n} \cdots \textcircled{1}$$

$$\text{これより, } q_n=\frac{1}{2}q_{n-1}+\frac{1}{2^n}=\frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}q_{n-2}+\frac{1}{2^{n-1}}\right)+\frac{1}{2^n}=\frac{1}{4}q_{n-2}+\frac{2}{2^n}=\cdots=\frac{1}{2^{n-3}}q_3+\frac{n-3}{2^n}$$

$$\text{問1より, } q_3=\frac{1}{4} \text{ なので, } q_n=\frac{n-1}{2^n} \text{ 答}$$

別解 ①までは同様。①の両辺に 2^n をかけると、 $2^n q_n=2^{n-1} q_{n-1}+1$

数列 $\{2^n q_n\} (n \geq 3)$ は、初項が $n=3$ のとき $2^3 q_3=8 \cdot \frac{1}{4}=2$,



公差1の等差数列なので、 $2^n q_n=2+(n-3) \cdot 1=n-1$ したがって、 $q_n=\frac{n-1}{2^n}$ 答

琉球大学側からの回答

「令和2年度(2020)琉球大学入試問題に関する質問事項」への回答

個別の問題における具体的な回答は差し控えます。それに代わり、以下の総評的なコメントを差し上げます。

1. 数学は基礎固めが最重要である。基礎固めができていなければ問題を解けないばかりでなく、解答を読んでも理解できない。一方、基礎固めができていれば、自力で解けない問題でも解答を読んで理解することができる。こうした小さな進歩を積み重ねて、もっと難しい問題集にチャレンジできるようになる。
今回の個別学力試験では、基本的な計算ができていない答案が多く見られた。基礎固めを完璧にするために、教科書を徹底的に使い込むことから始めて欲しい。
2. 条件反射的にパターン化された典型問題に当てはめようとして失敗する例が少なくなかった。基本的な知識に基づいて論理的に考える練習をして欲しい。
3. 「ケアレスミスは重大な問題である」という認識を持って欲しい。ケアレスミスは「うっかり」とか「治そうと思えばいつでも治せる」といった些細なことだと思っている人は、重大性の認識がないからケアレスミスを繰り返すのである。
「ケアレスミスは自分の将来を左右するかもしれない、絶対に治さなくては行けない課題である」という自覚を持って欲しい。
4. 解答例が琉球大学公式ホームページに公開されているので、適宜参照して欲しい。

以上

第 74 回九州算数・数学教育研究（福岡）大会発表論文 及び授業指導案

発表論文

山口 勇一 先生（伊良部高校）・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・ 2 6

研究主題 『持続可能な「主体的・対話的で深い学び」を図る取組』

副 題 3つの ICT 活用を通して～①MathTeX②電子黒板③moodle～

比嘉 義一郎先生（那覇国際高校）・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・ 2 7

研究主題 『思考力・判断力・表現力を問う問題に対応できる力を育成する関数の授業の工夫』

副 題 ～問題解決の視点と思考ワークシートの活用を通して～

山内 梨奈 先生（与勝高校）・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・ 2 8

研究主題 『数学的な表現を用いて説明する力を育てる授業の工夫』

副 題 ～課題設定の工夫と対話的な学びを通して～

持続可能な「主体的・対話的で深い学び」を図る取組

3つのICT活用を通して～①MathTeX②電子黒板③moodle～

沖縄県 伊良部高等学校 山口 勇一

1. はじめに

本校は、令和2年度に、閉校する。そのため、今年度在籍する生徒は3学年5名である。5名の生徒は、互いに習熟の程度に大きな差があるが、個に応じた指導の充実を図ることにより、学習意欲が高まる傾向がみられる。しかし、教師が生徒個々の習熟度を見誤った指導になってしまった時は、学習意欲が大きく低下する傾向がみられる。

2. 主題の設定理由

高等学校学習指導要領（平成30年告示）の『総則第3款1主体的・対話的で深い学びの実現に向けた授業改善』の（3）に『各学校において、コンピュータや情報通信ネットワーク（中略）を適切に活用した学習活動の充実を図ること』とある。

これをふまえ、本校では、特別に準備した単発的な研究授業ではなく、①MathTeX②電子黒板③moodleを活用することによって、「主体的・対話的で深い学び」を日常的に持続可能であると考え、本テーマを設定した。

3. 仮説

指導者が、毎日、生徒一人ひとりの実態把握に努め、その日の生徒に最適なレベルの問題を最適な問題数に変化させて提供することによって、生徒の学習意欲が高まり、「主体的・対話的で深い学び」を日常的に持続可能であろう。

4. 研究の実践

(1) MathTeX の活用

生徒一人ひとりの細かな習熟度を確認したうえで、その習熟度に応じた問題を適切な問題数で提示するためには教材作成にかなりの時間がかかる。教材作成に時間をかけすぎると、生徒の習熟度に応じた適切なタイミングとは言えない。

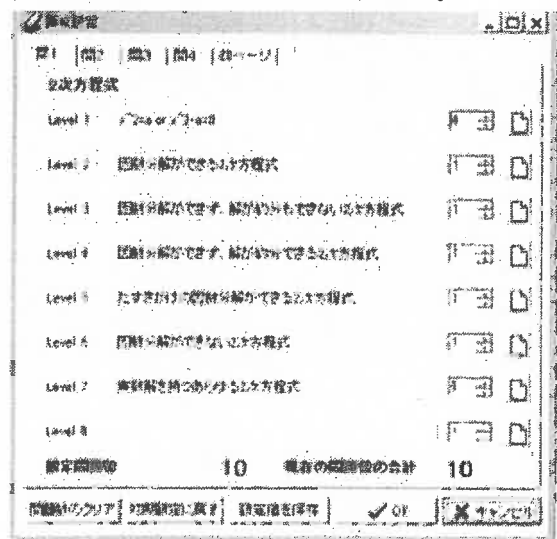


図1 レベル別問題数調整機能

そこで、MathTeX を活用することによって、日常的に持続可

能な「主体的・対話的で深い学び」を実現できないか検証した。

本研究で活用した MathTeX は、北海道奈井江商業高等学校で数学を担当されている畑仁先生が開発したシステムである。MathTeX では、高校数学の全領域を中心に 289 種類（2020. 3. 30 時点）の問題出力が短時間で可能となる。たとえば「2 次方程式」を選択すると、「レベル別問題数調整機能（図 1）」を活用することが出来た。この機能で、個に応じた最適なレベルの問題作成を数分で実現することが出来た。

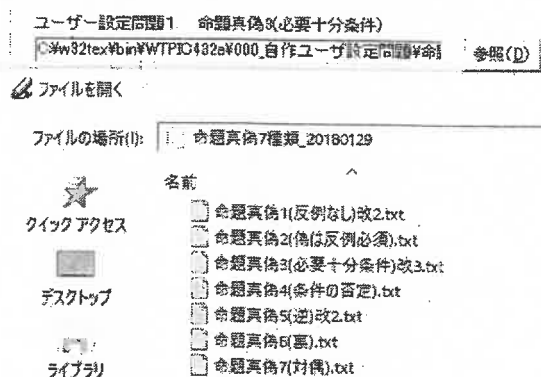


図2 ユーザ設定問題機能

また、MathTeX の 289 種類に、「命題」など自分が使いたい分野がないケースではユーザ設定問題機能（図 2）を活用することができた。生徒の習熟度に応じて、指導者自身で細かいレベル別に分けた問題を MathTeX に組み込むことで、どの分野でも「日常的に持続可能な教材作成」を実現することが出来た。

(2) 電子黒板の活用

①視認性向上②板書時間短縮③再現性向上を図り、「主体的・対話的で深い学び」の時間を確保することが出来た。

(3) moodle の活用

毎授業単位で、生徒自身で学びを振り返り moodle に入力蓄積した。この振り返り入力を指導者が評価することが出来た。

3 研究のまとめ

3つのICTを活用した授業後に生徒対象で実施した「主体的・対話的で深い学び」になったかを聞くアンケート結果では、ほぼ全員から肯定的な回答を得られた。この結果から、本研究が「主体的・対話的で深い学び」を日常的に持続可能な事例の一つであると考えた。

今後の課題は、より幅広い生徒の習熟度に応じた問題作成に対応できるよう MathTeX ユーザ設定問題を作成し続ける必要がある。

4 参考URL

MathTeX 工房

<http://www.mathtex.club/>

1. 主題の設定理由

先行きが見えない近年の社会状況や、学習指導要領の改訂や大学入試改革などに伴い、「思考力、判断力、表現力等」の育成はますます求められている。

これまでの授業は解法のパターンの把握や、その演習などの「知識および技能」を育む授業が多くなっていた。そこで、生徒が苦手意識のあった関数の単元テストを行った。内容は「知識および技能」を問う計算問題と「思考力、判断力、表現力等」を問う記述問題で、正答率はそれぞれ67%、37%となり「思考力、判断力、表現力等」を十分に高められていなかったと考えた。

そこで本研究では、John Mason(2019)らの考えに基づき、生徒が自立解決できるよう何をすべきか認識できるようになる「問題解決の視点」と、その思考過程を可視化する「思考ワークシート(以下WS)」を活用することで育みたい力が育成できると考え、本テーマを設定した。

2. 研究内容

(1) 思考力・判断力・表現力を問う問題とそれに対応する力の育成

中央教育審議会答申(2016)で提言された「学習過程イメージ」や、平成30年度試行調査の作問のねらいなどから、「思考力、判断力、表現力等」の育成を目指した大学入学共通テストや大学入試を、それらを問う問題として捉えた。

高等学校学習指導要領解説数学編(2019)から思考力、判断力、表現力等は「論理的、簡潔明瞭的確、統合的・発展的」に考察表現することとされ「学習過程イメージ」に沿って養われると明示されている。またこれとMasonらの考え方に基づく3つの学習過程段階(以下段階)を照らし合わせ、育みたい力の育成を図る。

(2) 問題解決の視点

Masonらの提唱する3つの段階における視点を参考に「問題解決の視点」として授業に取り入れ実践を行った。

入り口	・問題文の読み取り ・わかる、知りたい、使えることを書き出す
取り組み	・予想、類比、懷疑、論証
振り返り	・確かめる ・良い、課題 ・統合的、発展的

(3) 思考WS

①授業思考WS(別紙参照)

Masonらの提唱する問題解決の視点と3つの段階を取り入れたWS。「自立的、協働的活動」の変容比較もでき、教師もそれを見取れるように作成した。

②再現思考WS(別紙参照)

レポートとして、生徒の記述表現力の育成、理解度・思考過程の見取りとして作成した。

3. 研究実践と検証(対象生徒：第2学年文系22名)

(1) 入り口段階

問題解決の視点の活用で見通し持って見通しを持った生徒数(22%→68%)

(2) 取り組み段階

①単元目標に沿って方程式を関数の考えで取り組めた生徒(14%→91%)

②授業内で完答できなかったがレポートで完答できた生徒(22%→73%)

③授業での答えの間違いや勘違いをレポートで改善できた生徒(間違った生徒の100%改善)

(3) 振り返り段階

①授業の課題点がレポートの良い点へ変容した生徒(91%)

②発展的な条件変更が書けた生徒(93%)

※適切な条件変更を書き出させる指導の工夫が必要。

(4) 事前事後テストの記述問題の正答率、無解答率の変容
正答率(37%→73%)、無解答率(41%→0%)

4. 研究の成果◎と課題●

◎問題解決の視点や思考WSは、学習過程の考え方に見通しが持て、視点を意識して取り組み、解法のポイントや発展的な考えを統合的・発展的にまとめる手立てとして、育みたい力の育成に有効と考える。

●手立てがより効果的になる自立的、協働的な活動の研究。生徒の思考時間を増やすためのICTの活用。授業内の活動が多様なため、生徒の実態に応じた問題選定や授業のタイムマネジメントの工夫が必要。

[主な参考・引用文献]

・文部科学省(2019)『高等学校学習指導要領(平成30年告示)解説数学編』 学校図書

・JhonMason・LeoneBurton・KayeStacy(2019)『教科書では学べない数学的思考「ウーン!」と「アハ!」から学ぶ』新評論

・大学入試センター(2018)『【数学】平成30年度試行調査の作問のねらいとする主な『思考力・判断力・表現力』についてのイメージ(素案)』

・中央教育審議会答申(2016)「幼稚園、小学校、中学校、高等学校及び特別支援学校の学習指導要領等の改善及び必要な方策等について(答申)別添資料(2/3)」

『数学的な表現を用いて説明する力を育てる授業の工夫』
～課題設定の工夫と対話的な学びを通して～

沖縄県立与勝高等学校 山内 梨奈

1. はじめに

本校は沖縄県の中東部にあり、和で落ち着いた学校である。また、40周年を超える歴史のある学校であり、2007年4月に沖縄県最初の公立中高一貫校となった。全体的に明るく素直で真面目に課題に取り組む生徒が多いが、説明を要する問題においては不十分な場面が多くみられた。

2 主題設定の理由

本校の実態を見てみると、定期考査の記述問題においては、求値問題に比べて正答率が低い状況にあり、数学的な表現を用いての説明がうまくできないことが多々あった。要因としては、問題を解くという演習の授業が中心であり、意見を求めたり話し合ったりする場が少なかつたため、説明の仕方や話し合いの工夫が身につけていないことがあげられる。そこで、課題設定の工夫と対話的な学びを行うことで、数学的な表現を用いて説明する力を育てたいと考え、今回の主題を設定した。

3 仮説

(1) 課題設定の工夫

現実の世界において数学的な表現を用いて説明する事象を取りいれながら授業を展開していく。まず、生徒が身近な物事と捉えかつ社会と関連したデータを取り扱う。生徒にとって実生活と関連のある課題設定を行うことで、意欲的に取り組むことができるであろうと考えた。次に実際に使ってみて数学的な表現のよさを見出すことのできる課題である。よさを見出すことができれば、その表現を使用する価値を見出すことができ、数学的な表現を用いようとするであろう。最後に対話を促すような課題の設定である。対話的な学びを通して、数学的な表現を用いて説明する力を育てることができると考えた。

(2) 対話的な学び

対話的な学びを促すために以下のように授業を展開していく。まず、生徒自身が自分ごとと捉えることができるような社会と関連したデータを取り扱い、個人思考の時間を持つことで、自分の考えを持つであろう。次に比較検討する時間の中で自分の意見や考えを説明し、他者の考えを聞き自分の考えと比較することで、課題に対して多面的・多角的に見定めていくことができるであろう。最後の振り返りの場面で、改めて自分の考えを整理することで深い学びにつながり、数学的な表現を用いて説明する力が育つであろうと考える。

4 研究の実際

(1) 課題設定の工夫

第1時	どの会社に就職したい？
第2時	バスケット選手の分析
第3時	テストの採点、ミス発覚でどうかわる？
第4時	ボウリングのスコアの関係性は？
第5時	コンビニの売り上げとの関係性①
第6時	夏の避暑地が快適な理由ってなんだろう？
第7時	コンビニの売り上げとの関係性②

どの時間も身近な課題を取り扱い、課題設定は上記のように行った。アンケートの結果から「課題に対して自分の考えをもつ」や「数学のよさを認識することができた」と考える。また、生徒の気づきの言葉の中に「求めた数学を使ってデータの分析を学ぶのは初めてなので面白い」とあり、数学のよさを認識できたと思われる。今回のように身近な題材を取り扱ったことは、数学的な表現を用いて説明する力を育てることに効果があったと考える。

(2) 対話的な学び

個人思考では少なかった数学的な表現を用いた記述が、グループ活動後には多くなった。第1時では選択肢になかった解答をしたグループがあり、批判的な思考を働かせ、そもそも問題自体に疑問を持ち、その根拠を示すことができた。アンケートからも、生徒自身が他者との対話を通して自らの考えを深められることを認識できたと思われる。対話的な学びにするための工夫では、自分の理解度を客観的に見つめることや、他者の考えや表現にふれ改めて自分の考えを整理したことで、課題に対して多面的・多角的に見定めていくことができ、説明する力を育てることができたと考える。

5 成果と課題(成果◎、課題●)

◎課題設定の工夫で自分の考えを持つことや数学のよさを認識することができ、数学的な表現を用いて説明しようとすることができた。

◎対話的な学びを通して、他者の考えや表現にふれ改めて自分の考えを整理することで、数学的な表現を用いて説明する力をつけることができた。

●生徒の実態に合わせ、達成感や充実感を味わうことができるような課題設定の工夫が必要である。

●授業内容の難易度が上がっても、内容を正確に理解し、よりの確に数学的な表現を用いて説明する力をつけられるように、授業構成を再検討する必要がある。

九数教大会開催地一覧

年度	回	開催地	年度	回	開催地
昭和22	1	熊本市	59	38	大分市
23	2	別府市	60	39	宮崎市
24	3	宮崎市	61	40	武雄市
25	4	佐賀市	62	41	福岡市(日数教全国大会)
26	5	福岡市(日数教全国大会)	63	42	佐世保市
27	6	長崎市	平成元	43	鹿児島市
28	7	鹿児島市	2	44	熊本市
29	8	別府市	3	45	浦添市・西原町
30	9	熊本市	4	46	大分市
31	10	宮崎市	5	47	宮崎市
32	11	佐賀市	6	48	唐津市
33	12	福岡市	7	49	北九州市
34	13	佐世保市	8	50	長崎市(日数教全国大会)
35	14	鹿児島市	9	51	鹿児島市
36	15	熊本市	10	52	熊本市
37	16	別府市	11	53	浦添市・那覇市
38	17	宮崎市	12	54	大分市
39	18	武雄市	13	55	宮崎市
40	19	北九州市	14	56	佐賀市
41	20	長崎市	15	57	福岡市
42	21	鹿児島市	16	58	鹿児島市(日数教全国大会)
43	22	大分市	17	59	佐世保市
44	23	熊本市(日数教全国大会)	18	60	熊本市
45	24	宮崎市	19	61	宜野湾市・那覇市
46	25	唐津市	20	62	大分市
47	26	福岡市(日数教全国大会)	21	63	宮崎市
48	27	佐世保市	22	64	佐賀市
49	28	鹿児島市	23	65	長崎市
50	29	熊本市	24	66	北九州市(日数教全国大会)
51	30	那覇市	25	67	鹿児島市
52	31	大分市	26	68	熊本市
53	32	宮崎市(日数教全国大会)	27	69	浦添市・那覇市・西原町
54	33	佐賀市	28	70	大分市
55	34	北九州市	29	71	宮崎市
56	35	長崎市	30	72	佐賀県武雄市
57	36	鹿児島市	令和元	73	那覇市・宜野湾市(日数教全国大会)
58	37	熊本市	2	74	福岡市(中止)

第 101 回日数教（沖縄）大会発表論文及び感想

発表論文

- 漢那 初美 先生（豊見城南高校）・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・ 3 0
研究主題 『実験と協働的問題解決で学ぶ「チェバの定理」』
副 題 ～高校生の数学に対するイメージの肯定的変容を目指して～
- 照屋 全人 先生（那覇西高校）・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・ 3 1
研究主題 『アクティブラーニングによる指導法の工夫』
副 題 ～類題作成やランキング、チーム対抗戦の実施～
- 仲里 武史 先生（開邦高校）・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・ 3 2
研究主題 『作問を通して思考力・判断力・表現力を育成する』
副 題 ～「作問チャレンジ」シートの開発～
- 津嘉山 誠 先生（開邦高校）・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・ 3 3
研究主題 『応用問題演習の工夫』
副 題 ～問題解決的アプローチによる演習を通して～
- 小野 真太郎先生（開邦高校）・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・ 3 4
研究主題 『基礎的・基本的な学力の定着を図る数学の授業の取り組み』
副 題 ～日々の確認テストと節末テストによる繰り返し学習を通して～
- 比嘉 義一郎先生（那覇国際高校）・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・ 3 5
研究主題 『基礎基本の知識技能習得を図る図形と計量の実践』
副 題 ～生徒作成補助教具を活用した三角比授業を通して～
- 宮城 靖 先生（那覇国際高校）・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・ 3 6
研究主題 『布石を打つ問題』
副 題 ～数学Ⅱを学びより良い方法を、と探求する思考へ～
- 前里 幸洋 先生（那覇国際高校）・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・ 3 7
研究主題 『思考過程の表現力を育成する数学授業の工夫』
副 題 ～アクティブラーニングを通して～
- 金城 文子 先生（陽明高校）・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・ 3 8
研究主題 『数学における探求活動の試み』
副 題 ～Researcher - Like Activity を取り入れた授業実践～
- 石川 睦 先生（嘉手納高校）・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・ 3 9
研究主題 『数学的な考え方を育成するための評価の在り方』
副 題 ～観点別評価に基づいた問題作成と個票を通して～

新垣 公崇	先生（読谷高校）	40
研究主題	『数学診断テスト委員会の取り組み』	
副 題	～数学診断テストを通しての考察～	
新城 貴史	先生（読谷高校）	41
研究主題	『数学最前線をのぞいてみよう！』	
副 題	～ビデオから学ぼう！数学の見方・考え方(高校2年生)～	
兼屋 辰紀	先生（首里高校）	42
研究主題	『思考力・判断力・表現力を育む指導の工夫』	
副 題	～主体的・対話的で深い学びを実現する授業を目指して～	
洲鎌 啓祐	先生（名護高校）	43
研究主題	『社会における問題解決を題材にした教材開発』	
副 題	～身近な地域の測量を題材にした授業の実践～	
大城 英暉	先生（向陽高校）	44
研究主題	『日頃の授業に思考力を要する教材の導入を考える』	
副 題	～教科書の問題や身近な題材を用いた教材研究～	
寺西 隼人	先生（球陽高校）	45
研究主題	『数学的な思考力・表現力を高める授業の工夫』	
副 題	～作問活動と T0 学習を活用した授業実践を通して～	
神谷 義人	先生（糸満高校）	46
研究主題	『生徒の主体性を育成する進路指導の工夫』	
副 題	～進路意識と学力・学習時間の因果関係の研究～	
小嶺 賢司	先生（名護商工高校）	47
研究主題	『ベイズの定理を用いた教材の開発と実践』	
副 題	～乳がん検診と迷惑メール判定におけるベイズ推定～	
山口 勇一	先生（伊良部高校）	48
研究主題	『「レベル別指導」と「教材作成効率化」の両立』	
副 題	～MathTeX の活用を通して～	

実験と協働的問題解決で学ぶ「チェバの定理」

：高校生の数学に対するイメージの肯定的変容を目指して

沖縄県立豊見城南高等学校 漢那 初美

1. はじめに

国際的な学力調査(PISA, TIMSS)の結果から、日本の中高生は、数学を学ぶ意欲や意義に関する意識が他国と比べて低くなっていることが明らかになっており、生徒の情意面に着目した授業改善が急務となっている。この課題に対し、高等学校学習指導要領解説数学編(2018)における「算数・数学の学習過程のイメージ」参考に、現実世界と数学世界のつながりを感じられる学習内容と「問題を自立的、協働的に解決する過程を遂行する」学習活動に重点をおいた事例開発を行なった。

2. 研究の方法

普通科1年生の数学A「図形の性質」の指導において、「チェバの定理」の授業事例開発を行った。小川(2012)は、三角形のつりあい実験を通してチェバ・メネラウスの定理を導入することで、生徒が定理を身近なものとして捉えることを明らかにした。さらに、「定理を発見する手法や発想法も含めて生徒自身が自力で解決」できる手立てがあればさらに喜びが大きくなるとしている。そこで、本研究ではチェバの定理の指導として次のような目的で2時間を構想した。

- ①つり合い実験で辺の比とおもりの関係性を発見し、現実世界と数学世界の関連を体感する。
- ②3組の辺の比の関係を協働的に探究し、探究する楽しさや性質を発見する喜びを感じながらチェバの定理に関心を持つ。

3. 授業の実際

事前に、三角形の重心の学習において、三角形のコマを作り、重心の意味理解を行った。

(1)第1時「おもりのつり合い実験」

三角形の重心の発展課題として、各班に三角形の模型(図1)を配り、おもりのつり合い実験を行った。発見した性質が他の図形でも成り立つか確認できるように、3種類の図形を用意し

9班をそれぞれに振り分けた。実験を通して辺の内分比と頂点のおもりの個数の関係について理解した。そして、その関係を利用して2辺の内分比が分かっている時の残りの辺の比を求める問題を行った。

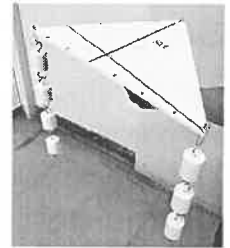


図1 実験の模型

(2)第2時「3組の辺の比の関係を調べる」

3組の辺の比には他にどんなつながりがあるか問い、関係を式や言葉で表すことを課題とした。前時に担当した図形を中心に考察し、ホワイトボードを活用して試行錯誤する姿が見られた。生徒が試行錯誤し続けられるようヒントや助言を工夫することで9班中8班がチェバの定理と同等の性質に気付くことができた。

4. 結果と考察

単元の授業実施前後に数学に対するイメージを測るSD調査を実施した。その結果、 t 検定において有意水準5%以下で変化があると確認できた項目は25項目中16項目であった。

毎時間実施した振り返りからは、「楽しかったし、グループ皆で協力できてよかった。」「もう少しで定理が分かるところだったけど、みんなで考えることができてよかった。」等、協働的な問題解決を行ったことに関する記述が複数上がった。これは、操作を通して思考錯誤できたこと、グループで出す結論が1通りの表現になるとは限らない課題を提示したことの影響と考えられる。詳しい考察や課題については当日発表する。

引用文献

小川直人(2012)「重心の考えを用いたチェバ・メネラウスの定理の導入学習-実験・観察による操作活動を取り入れた授業の展開-」日本数学教育学会誌 94(3), 日本数学教育学会, pp9-16

アクティブラーニングによる指導法の工夫

類題作成やランキング、チーム対抗戦の実施

沖縄県立那覇西高等学校 照屋 全人

1. はじめに

平成 24 年度の学習指導要領の改訂に伴い新たに単元「整数の性質」が数学 A に導入されたが「場合の数と確率」、「整数の性質」、「図形の性質」の 3 つの内容から適宜選択して履修することとなっており「整数の性質」は学校によっては選択しない場合や紹介程度という状況がある。そのため、「整数の性質」においての教材研究やアクティブラーニングによる指導法の工夫を行った。また、数学 I・A の範囲において、授業法の工夫を試みた。

2. 研究仮説

「整数の性質」において、グループ学習を生かして問題を多角的に捉え解法を工夫することや作問に取り組むことにより数学の基礎的な知識の習得と技能の習熟を図り、主体的に課題に取り組む生徒を育成することができるであろう。また、様々な授業展開の工夫から、生徒の意識の向上と、生徒の習熟度の把握が可能となるであろう。

3. 実践の概要

アクティブラーニングの視点を持った授業展開の手立てとして 3 つのアプローチを考案し、検証した。一つ目は生徒個々に類題を作成させグループ内で共有する方法である。実際に級友に問題を解いてもらうことで、作問内容の未熟さや新たな解法といった様々な気づきがあり、このことで数学の問題に魅力を感じ、達成感を得ることができるであろう。生徒に数学の奥深さや単元を超えた数学の繋がりを楽しみながら理解を深めさせ、更なる探求心の芽生えとしたい。単元は「整数の性質」において「2 元 1 次不定方程式」、「分数と小数」、「 n 進法」について別解でのアプローチを行った。授業ではロイロノートを活用することで、時間の短縮と提出物の管理ができた。二つ目は日々の確認テストをランキング形式で行う方法である。早く達成

できた人から黒板に名前を残すことから、自己達成感が生まれる一方、同時にリトルティーチャーとして、クラスに還元する生徒となるので、グループ学習が円滑に運用できるのではないかと考えた。3 つ目にチーム対抗戦を行った。単元の節目において、復習を兼ねてテストを行うが、各自の答案の他にグループの答案を作成させ、得点を発表する形式を行った。メリットとして各グループの定着状況が把握できること、問題についての共通の誤答が確認できることが挙げられる。教師にとって授業で足りなかったことが浮き彫りになり、振り返りの材料となった。

4. まとめと課題

数学の問題を作問することに生徒は当初難色を示していたが、毎時間お互いに共有することで、作問の楽しさを実感し、達成感を感じながら主体的に課題に取り組むことができた作問は解答者が目の前にいることで大きな意味を成すが、解く人物に対する様々な配慮が必要になる。コミュニケーション能力が養われる反面、活動を生徒に委ねている部分が多いため、グループによって進行に差が出る。他のグループとの交流をより活発にしたい。また、数学の証明問題を生徒に作らせた場合、証明すべき問題が本当に正しいか見極めるのはなかなか困難である。この点に、毎時間の作問による障害を感じた。教諭が良問を準備することも生徒を育てる手段として欠かせないため、単元構成を工夫する。

ランキング形式では、活発な活動が見られる一方、達成できない生徒に対してのフォローが万全ではなく、達成した生徒が時間を持て余す状況も見られた。

チーム対抗戦では、時間内に問題を解けず、十分な相談ができないグループもあったため、問題数や難度の調整を考える必要がある。

今後もアクティブラーニングによる授業展開を工夫したい。

作問を通して思考力・判断力・表現力を育成する

「作問チャレンジ」シートの開発

沖縄県・開邦高等学校 仲里 武史

1 研究のねらい

教師が「作問・出題」し、生徒が問題を「解答」し、教師が解答を「チェック」する。定番の流れではあるが、確実に教師側の作業の方が多い。この流れで一番学力が上がるのは、間違いなく教師である。

思考力・判断力・表現力が重視される今後の大学入試改革に向け、我々は指導スタイルを改善しなければならない。この「作問」「チェック」の役割も生徒に任せることで、思考力・判断力・表現力が養われるのではないかと考えた。

2 研究の内容（作問チャレンジの流れ）

単元の学習がある程度進んだら、下の「作問チャレンジ」シートを配布し、生徒に自由に作問してもらおう。もちろん、数字を変えただけの類題でも可とする。

作問チャレンジ

① 出題者：解答者（生徒）に、解答者（生徒）が作成した問題（類題）を提出し、解答者（生徒）が解答する。
② 解答者：解答者（生徒）が作成した問題（類題）を提出し、解答者（生徒）が解答する。
③ 出題者：解答者（生徒）が作成した問題（類題）を提出し、解答者（生徒）が解答する。
④ 出題者：解答者（生徒）が作成した問題（類題）を提出し、解答者（生徒）が解答する。

氏名 _____ 学年 _____

問題 _____

解答 _____

出題者 _____ 解答者 _____

作問時間は 10 分間とする。作問したら回収し

てシャッフルし、その場で再配布する。教師は問題を見ていないので、中には解けない問題もあるかもしれないという点も重要である。

問題を解く時間は授業では設けず、放課後や休憩時間を利用して解く。解答の提出先は、教師ではなく作問者とする。作問者は提出された解答をチェック・訂正してから、教師へ提出する。

「作問チャレンジ」の流れ

「作問」（生徒 A） → 「解答」（生徒 B） → 「チェック」（生徒 A） → 教師へ提出

3 研究のまとめ

（1）「作問」の効果

当初は答えの形を気にせずただ数字を変えただけの作問も多く、複雑な答えや計算不可能な問題も存在した。しかし継続していくうちに生徒もその反省を生かして、作問力が向上し答えの形も安定していった。これは、「結果の予測」や「結果の吟味とフィードバック」といった思考力が働いていると考えられる。また、文章題の作成は表現力の育成につながっていると考えられる。

（2）「解答チェック」の効果

これが判断力の育成につながるのとは明らかだが、とくに重要なのは、誤答に対しどこが間違っているかをよく分析することである。また、想定していたものと違う結果が出たとき、そこに新たな問いや発見があり、さらに思考力が高まることもしばしばあった。

（3）考察

我々教師が出題した場合、生徒もその問題を「信頼」し、安心して解答する。しかし、生徒が作問した場合は、本当に答えがあるのかという懐疑的な視点も生まれ、回答者もより慎重に解いていた。今後は、これを年間通して実施し、良問をピックアップしオリジナルの「問題集」を作成したい。

応用問題演習の工夫

問題解決的アプローチによる演習を通して

沖縄県立開邦高等学校 津嘉山 誠

1 研究のねらい

次期指導要領においては、思考力、判断力、表現力等を育むことがより一層求められている。一方、本校においては、国公立大学への進学を希望する者も多く、個別学力検査で出題されるような応用問題への取り組みを強化したいという生徒のニーズもある。そこで、既習内容からの応用問題を題材とし、思考力を高められるような演習の工夫について研究を行うこととした。

2 研究の内容

本研究では、高めたい思考力を「問題把握、見通し、論理的考察」に焦点化し、特に応用問題に対して見通しを立てて取り組むことができるよう演習方法の工夫について考えた。問題着手のための手立てとして、ポリアの『いかにして問題をとくか』を参考に、問題解決的なアプローチにより取り組ませることとし、問題解決の4段階（問題理解・計画立案・計画実行・振り返り）と、ポリアが「問いや注意」のリストという形で与えたストラテジー（問題内容によらない汎用的な解決方法）を意識させるような工夫について考えた。

ストラテジー指導の研究について、清水美憲は「『有効性』と『適用範囲』のジレンマ」および「ストラテジー使用における学習者の意識性」という観点から、その限界を指摘し、これらの問題点を解消する目的でのメタ認知研究の必要性を説いている。そして、ストラテジーの処方だけでなく、生徒自身が問題解決に成功した際に用いた方法を記述して取り出していくという研究の方向も、上記のような「意識性の問題」を解消する方向性を示す可能性がある」と指摘している。

以上のような内容を踏まえ、本研究における演習方法の工夫の一つとして、ポリアの「問いや注意」を参考にした発問的な「問い」のリストを作成し、問題解決の各段階と関連付けて整理した図を配布した。「問い」についての詳しい説明は行わ

ず、演習を通して意識させるようにし、具体的な方略を導くことについては、経験を通して学ばせることで「意識性の問題」を解消しようと試みた。

ワークシートについても工夫し、「問題・見通し・解答・振り返り」の各欄を設けた。見通し欄には問題把握やおおまかな解答計画を書かせるようにし、意見交換や振り返りの際に自身の思考を見直す材料となるようにした。

演習の進め方の工夫として、対話活動を取り入れ、「個人での見通し、見通しの意見交換、個人での解答記述、解答後の情報交換」という流れで演習を行った。最後に代表生徒の発表を通して、問題を解きながら思ったことや考えたことを聞き出し、リストの「問い」に結び付けて、全体で共有するようにした。

3 研究の結果

対象生徒の記述の変化からは、目的意識をもって試行錯誤しながら見通しを立てることができるようになった様子が捉えられた。アンケートの結果からも、応用問題に対して見通しを立てて取り組む意識が向上していることが確認できた。

ワークシートの記述における具体的な方略から、その時間の着目ストラテジーを働かせたと判断できる生徒の数を数え、その推移を調べた結果、増加傾向が見られた。

対話活動でのあるペアのワークシート見通し欄の観察からは、意見交換により解決方略や多様な発想を共有している様子が捉えられた。

焦点化した思考力の高まりについて、事前事後の確認テスト及び演習中の各応用問題に「問題把握」「見通し」「論理的考察」それぞれの達成基準を設定し、解答欄や計算用紙の記述から、おおむね基準を満たしていると判断できるものの数について数え、推移を調べた。問題によって変動はあるものの全体的に向上の傾向がみられた。

基礎的・基本的な学力の定着を図る数学の授業の取り組み

日々の確認テストと節末テストによる繰り返し学習を通して

沖縄県立開邦高等学校 小野 真太郎

1 研究のねらい（はじめに）

これまで受け持ったクラスで、学習態度は良いが定期テストの点数に結びついていない生徒が一定数いた。授業の中で基礎基本の定着を図り、定期テストの点数を伸ばすことができれば、数学に対する興味や関心を高めることにもつながるのではないかと考え、本テーマを設定した。

基礎基本の定着を図るために、独自テストを実施し、授業内容を思い出しアウトプットする時間を確保した。節末テストでは「目標」を設定させ、自主的な学習を促す。また、確認テストでは、グループ学習を取り入れ、言語活動を活用しながら繰り返し学習する「学習習慣」を作った。今回は、前任校と現任校で行った授業実践の成果と課題を報告する。

2 研究の内容（方法）

(1) 確認テストの実施

本時の導入につながる部分だけではなく、3時間以上前の内容もランダムに入れた。採点は教師が行い、順位、○、×のみを記入した。席は自由で、グループで協力して取り組むように促した。多くの生徒が意欲的に取り組み、復習の時間を確保できた。

(2) 節末テストの実施

再テストへの取り組みを強化し、節末テストへ真剣に取り組む生徒が増加した。このため、定期テストと節末テストの平均点の開きは小さくなった。また、目標を自分で決め、自主的な学習へとつなげることができた。

(3) リフレクションカードの活用

授業内容を「思い出す」ため、取り組み状況の振り返りを行った。感想から「わからない」「わかりかけてきた」「わかったかも」「わかった」と生徒の理解の変容が見えた。また、私自身が授業を振り返る材料にもなった。

(4) 定期テストの得点変化

年度当初の担当クラスと普通クラスの平均を比較すると差は0.9点である。取り組みを続けていく中で、最大2学期中間テストで+7.8点の差ができた。したがって、グループ学習や独自テストの実施によって、基礎学力の定着に関して一定の効果はあった。

(5) 進学校における取り組み

対象を3年文系「IAクラス」とし、検証を行った。定期テストの点数が上昇した生徒の割合は、文系が59%に対し、担当クラスにおいては84.2%である。アンケートでは担当クラスの多くの生徒が、数学が苦手と感じているにもかかわらず、数学の授業が好きであると答えたのは意外であった。生徒は、グループ活動を取り入れた授業に意欲的に参加し、授業内容を楽しみながら理解できた。また、確認テストに関しては全員が肯定的にとらえていたため、生徒自身も一定の効果を感じていたと考える。

3 研究のまとめ（考察）

本研究で、生徒が自分たちで問題を解決する場面が数多く見られた。確認テストにグループ学習を取り入れたことにより、生徒同士で問題を解決する時間を確保し、基礎的・基本的な内容の定着ができた。また、楽しんで数学の授業に取り組む生徒が増加した。さらに、単元テストで目的意識をもった学習を促すことができた。単元テストに向けて勉強した生徒は増加し、テストの平均点の結果からも成果がでている。

一方、評価の在り方が課題である。生徒のコミュニケーション能力、問題解決能力、リーダーシップ、チームで協力する力等をどのように見える形で評価するのが難しい。今後も、定期テストや模試の過年度比較を通じて、グループ学習と独自テストの在り方に関し検討していきたい。

基礎基本の知識技能習得を図る図形と計量の実践

：生徒作成補助教具を活用した三角比授業を通して

沖縄県立那覇国際高等学校 比嘉 義一郎

1 研究のねらい（はじめに）

近年、これまで以上に、「基礎的・基本的な知識及び技能」「思考力、判断力、表現力」「主体的に学習に取り組む態度」という学力の三要素を意識した授業が求められている。そのような背景の中で、「生徒が既習内容を忘れず、理解し続けられる」という課題に対しての克服は、あまり強く取り組めていなかった。そこで、生徒自ら補助教具を作成し授業内で使っていくことで、「既習内容の理解」と「継続した内容記憶保持」を促せると考えた。将来的に三角比は数学Ⅱにある三角関数の单元にもかかわる内容であるので、現段階で理解し継続して記憶を保持することで見通しを持って問題にも対応できるため、本テーマを設定した。

2 研究の内容（方法）

（1）事前アンケートの実施

「数学での苦手意識や既習内容の記憶保持」についてアンケートを実施した。すると半数以上の生徒が苦手意識を持ち、また既習内容を一ヶ月後まで覚えているか自信がないと答えた。

（2）補助教具の作成と指導方法

半径が2の円の半径を利用した直角三角形を用いた代表的な三角比の値を求める紙を用意し、それを切り、冊子にすることで補助教具を作成させた。授業では、ICTも活用し、半径の変化による直角三角形の高さと底辺の変化を見せ、視覚的なイメージを持たせながら、三角比の値を求めさせ、補助教具に変化の様子と値を書き込ませた。補助教具を作成後は、授業内で代表的な三角比の値を求める際に使用することを促した。

（3）確認テストの実施

定期考査内で代表的な三角比の値を全て求めさせる確認テストを実施。

（4）再確認テストと事後アンケートの実施

（3）の確認テストを実施した3週間後、抜き打ちで同じテストを実施。その後、確認テストと再確認テストにおいて「正答数の割合」や「個人

のテスト間における正答数の変化」を調べた。さらに、前回と今回のテストの結果も踏まえ、事後アンケートを実施した。事後アンケートでは「補助教具への愛着」や「補助教具の使用頻度」、「記憶保持の有効性」を調べた。

（5）アンケートとテストの分析・検証

ア 確認・再確認テスト正答数と使用頻度の相関関係

確認・再確認テストの正答数と使用頻度の相関関係はなく、またその変化に特徴は見られなかった。

イ 個人のテスト間における正答数の変化

確認・再確認テストにおける正答数の変化は大多数の生徒において変化はなかった。

ウ 確認・再確認テストの正答数と生徒割合の変化と生徒アンケートの比較

アにおいて補助教具の理解記憶保持の有効性を因果関係として分析を行った。すると確認テストでの正答数が高い生徒割合は再確認テストで18ポイント下がり、逆に確認テストでの正答数が低い生徒割合は再確認テストで11ポイントも上がり、因果関係としても有効性が見られなかった。ただし、生徒の使用頻度や実感としての記憶保持においてはアンケートから良い結果を得られた。

3 研究のまとめ（考察）

研究結果から、補助教具は理解や記憶保持においてどの生徒にも適しているとは言えないが、ある程度の効果はあると考える。そして、今回の授業実践では多面的に見ても補助教具の理解や記憶保持の有効性を大きくは得られなかったが、教具の使い方に関する説明や授業の仕方でも効果は変わるため、再検証の価値はある。

研究のねらいにも述べたが、進級後までを見通して考えたとき、先を見据えた生徒の理解と記憶保持を継続できる方法が必要と考えるため、今後も授業展開の仕方や、教授法等を学び、生徒の理解と記憶保持を促せるよう取り組んでいく。

布石を打つ問題

: 数学Ⅱを学びより良い方法を、と探究する思考へ

沖縄県立那覇国際高等学校 宮城 靖

1 はじめに

数学Ⅱまとめの中で、次の問題を提示した。

『問』【数学的表現を活用(アウトプット)する問題】

実数 x は $-\pi < x < \pi$ の範囲を動くとする。

$$\text{このとき、関数 } f(x) = \frac{\sin x + 1}{\cos x + 3}$$

の最大値と最小値を求めよ。

2 研究のねらいと方法

授業において、「数学的表現を学ぶ機会(インプット)」、「数学的表現を活用する機会(アウトプット)」は当然用意されている。その中でも、私はより「活用(アウトプット)」に焦点を当てた授業展開を考え、生徒の「探究」に向けて、年間を通した計画を立てた。それが、「布石を打つ問題」である。

以下の「布石1～5」を、当該分野を学ぶ際に、単発的に「活用(アウトプット)」する問題として生徒に提供する。しかし、教科書等の問題とは明らかに異なるが、その分野の「数学的表現の学びと活用」には、役立つものであることは確かである。これらは、上記『問』を用意した上で、長い期間をかけて「より良い方法は？と探究する思考へと誘う」ことを目的として作成した問題である。

布石1【判別式】

次の x の方程式が実数解を持つための m の値の範囲を求めよ。

$$(m^2 + 1)x^2 + 2m(3m - 1)x + 3m(3m - 2) = 0$$

単純な問題だが、計算力が必要となる。加えて、次の問題も用意する。

布石2【判別式と場合分け】

次の t の方程式が実数解を持つための m の値の範囲を求めよ。

$$(2m - 1)t^2 - 2t + 4m - 1 = 0$$

m の値によって、2次方程式・1次方程式と、場合分けが必要となる問題である。上記の「布石1」より、深い思考が求められる上、布石としてもこの場合分けは重要である。

布石3【相加相乗平均の関係】

s は、すべての実数の範囲を動くとする。

$$\text{このとき、関数 } f(s) = \frac{1}{2} + \frac{2s}{s^2 + 2s + 9}$$

の最大値と最小値を求めよ。

$s=0$ と $s \neq 0$ に場合分けし、分母にて $s > 0$ と $s < 0$ に分け相加相乗平均の関係を利用する。この問題の前には、単純な問題で「活用」を図っておく。

布石4【点と直線の距離】

直線 $mx - y + 3m - 1 = 0$ と円 $x^2 + y^2 = 1$ が交点をもつとき、 m の値の範囲を求めよ。

単純な問題であるが、式を変形し傾きによらず通る点を指摘、別解として次の「布石5」へと移行もできる。(三角関数を既習後であれば)

布石5【直線の傾きと $\tan \theta$ 】

点 $(-3, -1)$ を通る直線が円 $x^2 + y^2 = 1$ と交点をもつための、傾き m の値の範囲を求めよ。

これは、半角・倍角の練習として扱う問題だが、別解として「布石4」へと移行する。

3 実践

数ヶ月学んだ後、生徒がこれまでの布石をそのまま「記憶」することは求めている。むしろ、暗記ではなく活用してきたという事実が、生徒自身の中にどのような形で残っているのかが大事だと言える。まとめの『問』は、布石1～5のどれでも解くことができる。どの解法を先に気づき活用できるのか。ここで生徒に「あらゆる試行錯誤」を試させることが重要で、生徒間の対話も深められる。さらに、別解はないか、より良い解法は、いろいろな視点から考える「探究・深い思考」が十分に図られる問題である。

4 まとめ

数学Ⅱは、新しい概念・数学的表現が多く、生徒に難しい印象をもたれがちである。授業時間制約の中、教師の「探究」もまた重要であり、より綿密な計画を立て生徒の「探究」に尽力したい。

思考過程の表現力を育成する数学授業の工夫

～アクティブラーニングを通して～

沖縄県立那覇国際高等学校 前里 幸洋

1 テーマ設定の理由

本校生徒の成績を見ると、主要教科の中で数学だけは全国のレベルにやや遅れを取っている。年を経るごとに計算スピードが遅くなっているのと、記述答案の書き切れない生徒の多さが目立つようになってきた。3年理系の発展クラスでも1問1答系、いわゆる答えのみの問題は解けるのに、記述解答になったとたん、手も出せない生徒が多い。生徒自身の考えや経過を記述で表せるよう、改善を目指す。

2 研究仮説

今の生徒は自分の考えを他人に示すことが苦手である。記述答案を練習することにより、アクティブラーニングを踏まえながら、各自の考えや思考過程を他人に伝えることができるようになり、ひいては、生徒の学力向上に繋がるような指導をしていきたいと考える。

3 研究方法

(1) 課題チェック

作成内容は日々課題は進研模試の過去問を利用。週末課題は章末・節末問題を利用する。

(2) 教育的効果の把握・分析

課題の提出状況、単元テスト・定期考査の結果、アンケートや模試の結果をもとに、答案や思考過程の表現力の変化を把握・分析する。

(3) アクティブラーニングを通して

授業で、ペア学習、グループ学習を通して、考えていることを文章にすることで生徒自身が、独りよがりな解答であったかを把握させる。

(4) 本校3年生学習指導の検討

上記(1)(2)を踏まえた、3年生(担当2クラス)において進研記述やアンケートの結果から

学習状況を把握し、生徒の実態に対応した指導方法を検討する。

4 研究の実際

(1) 課題チェックについて

大半が自力で解いている様子が見られるが、計算過程だけ書いていて答案なのか、見分けがつかないのが多い。一部は裏面の解答をそのまま写し取っているようにみえる生徒も見える。授業で書き方について少し指導した後、各自で解かせ、解いた後、回し読みをさせるようにした。

(2) アンケートの実施

生徒の変化を調べるため、学習時間・授業理解度・授業の進度・授業での取り組み全般についてアンケートを実施した。また、アンケートは無記名とし、コメント欄を設けた。

5 研究の成果

(1) 記述指導に伴うアンケート分析

アンケートの結果から授業理解は、7月に比べて12月では、理解している生徒が約80%と10ポイント改善し、記述で書けるようになったが、約66%まで増加した。これは生徒が考えながら授業に集中し、数学に対し得意と感じていることがいえる。

6 まとめと今後の課題

アクティブラーニング導入時は、恥ずかしがって他人に解答をみせないのではないか、と思って、いたが、案外自分の考え・解答を回し読みすること、させることには抵抗がなかったらしい。逆に、自分の考えが当たっているかどうか、今までは教師側の解答だけが正答なのか(別解がないのか)、心にモヤモヤ感があったらしい。

数学における探究活動の試み

: Researcher-Like Activity を取り入れた授業実践

沖縄県立陽明高等学校 金城 文子

1. 主題設定の理由

総合学科の教育の特色はキャリア教育や主体的な学びである。次期学習指導要領では「主体的・対話的で深い学び」が掲げられているが、総合学科では設立当初から考えられていたことである。本校は、平成7年に県内で2番目の総合学科として開校し、多様な教科・科目の中から生徒一人一人の興味・関心や適性、進路に応じた科目選択が最大の魅力である。本校の教育重点目標の一つに「生徒同士の学び合いのある授業」とあるが数学の授業では習得が中心になりがちで、生徒が受け身であることが多い。そこで、中学校や高等学校の数学の授業で、生徒の主体的な数学学習に有効に働くということが報告されている、Researcher-Like Activity (以下、RLAと略す) (狩俣 1996, 青木, 伊禮 2013) を取り入れた授業実践を試みる。RLAは「研究者になってみる活動」という意味で1996年市川伸一氏によって提唱された。今回で3年目となる本研究は、2学年5クラス(科目は、学校設定科目「数学標準」)で本校数学科5人全員で行なった。RLAは、「研究者の縮図的活動」を学習の基本形態とし、学習を探究活動として行うので、生徒が主体的になり、生徒同士の学び合いやポスター作り等を通して、他者とのコミュニケーションも育まれるのではないかと考え、本テーマを設定した。

2. 研究の実際

(1) Researcher-Like Activity について

RLAとは「研究者になってみる活動」という意味で、「研究者の縮図的活動」を学習の基本形態とし、「研究者的活動を学習者のレベルに合わせて行う教育方法」の総称である。学習を「勉強」として行わせるのではなく、「探究活動」として行わせることにより、生徒にとって意味のある目的的な学習を成立させることをねらいとしている。RLAを中学校の数学教育へ適用した狩俣の実践で

は、数学者の活動を、「問題の発見→解決→論文等の作品化→発表→相互評価→知識の共有」と捉え、学習者の活動を「条件変更等による問題づくり→解決→作品化(ポスター)→ポスターセッション(模擬学会)→相互評価・自己評価→共有化」に対応させている。基本となる問題として望ましい問題を、竹内芳男・沢田利夫(1984)は、「問題に内在する数学的内容が豊富で、しかも価値がある。問題の程度が、児童・生徒の能力や発達段階などに適切である。問題の形式が単純である」とまとめている。本研究では、基本となる問題として有名な「17段目の不思議」を取り上げる。

(2) 授業展開

「17段目の不思議」を提示し問題理解、合同式について、問題作り・解の探究・ポスター作りまでで7時間、発表会を2時間行った。

(3) 評価について

RLAの作品(ポスター)や発表の評価については、事前に教科内で生徒の実態に応じた適切な評価規準を作成した。

3. 研究の成果と今後の課題

(1) 成果

ア RLAを取り入れた授業実践は、生徒の主体的な学びに有効だと言える。

イ 問題作りやポスター作成の場において、生徒同士の学び合いやコミュニケーションが見られた。
ウ 基本質問を設定することで、生徒の質問があった。

(2) 課題

ア 冬期休業を挟んだことにより、年度当初の年間学習指導計画より時間を要した。

イ 探究活動においては授業者の指導力が問われることになるため、さらなる教材研究の必要性を感じた。

ウ 評価規準は作成したが適切であるかは、研究が必要である。

『数学的な見方・考え方を育成するための評価の在り方』
～観点別評価に基づいた問題作成と個票を通して～

沖縄県立嘉手納高等学校 石川 睦

1. はじめに

1983 年（昭和 58 年）設立。平成 25 年より総合学科単科へ改編。1 学年 6 クラスあり、約 660 名の生徒が在籍している。校訓「誠実」「自主」「創造」のもと、人間尊重を基調に、知・徳・体の調和のとれた人間を育成することを目指している。

2. 主題の設定理由

AI の発展、生産年齢人口の減少、海外人材の活用による就業構造の変化により、今の子供たちには様々な変化に積極的に向き合い、様々な情報を見極め、知識の概念的な理解を実現し、情報を再構成することが求められる。このような状況の下で、平成 34 年度より改訂される学習指導要領では、育成すべき資質能力として、「知識技能の習得」「思考力・判断力・表現力等の育成」「学びに向かう力・人間性等の涵養」があげられている。また、「高等学校学習指導要領解説数学編」（平成 30 年 7 月）では数学的活動において、日常生活や社会の事象に関わる過程と、数学の事象に関わる過程の二つの問題発見・解決の過程を考え、これらの各場面において言語活動を充実し、それぞれの過程を振り返り、評価・改善することで学習の質を高めることが期待できると述べられている。そのため、これからの高校数学では指導と評価の一体化がよりいっそう重要視されると考える。

そこで、今年度の定期試験を観点別評価の視点に立って問題作成し、生徒個々の成績を観点別に評価することにした。また、観点別評価した結果を生徒それぞれに提供し、各々の課題を認識した上で、解答や成績にどう変化が出るかを分析した。

3. 研究仮説

観点別評価に基づいた試験を行い、それに基づいた個票を作成することで、数学的な見方・考え方が育まれるであろう。

4. 研究の実際

(1) 4 観点に基づいた問題作成

観点別評価を行うので、どのような問題がそれぞれ「関心意欲態度」「思考力・判断力・表現力」「技能」「知識理解」に関連するのかを検討した。なお、参考にしたのは「高等学校学習指導要領解説数学編」（平成 30 年 7 月）と「評価基準の作成、評価方法等の工夫改善のための参考資料（高等学校 数学）」である。

関心意欲態度・・・数学の概念や原理・法則のよさ、数学的な表現や処理の仕方のよさを含み、数学の実用性や

汎用性などの数学の特長、数学的な活動や思索することの楽しさなども含んだものを「数学のよさ」として考え、これまで培ってきた知識、技能、創造性の基礎となる資質・能力及び認識した数学のよさのすべてを活用できる問題とした。具体的には、日常的な問題や、与えられた式となるように問題を作成させるような問題などを考えた。

思考力・判断力・表現力・・・事象を数学的に表現し、数学的に考察・処理し、その結果を解釈し表現したり、よりよい数学的な表現へ改善したりするような問題とした。具体的には、会話を伴う文章問題や帰納、演繹などから解答を考察する問題を考えて。

技能・・・問題解決のための方法を理解し、数学的に処理する問題として考えた。具体的には、基本的な計算問題や与えられた条件から公式等を用いて解答する問題などを考えた。

知識理解・・・数学における基本的な概念や原理・法則の体系的な理解を問う問題として考えた。具体的には、用語を問う問題や表を読み取る問題などを考えた。

(2) 観点別評価の結果と生徒 A の変化

1 学期中間試験

	関心・意欲・態度	思考・判断・表現	技能	知識・理解
配点	12	9	80	8
点数	5	2	50	3
得点率	42%	22%	63%	38%

最終成績（定期テストのみ）

	関心・意欲・態度	思考・判断・表現	技能	知識・理解
配点	46	151	176	76
点数	18	68	113	47
得点率	39%	45%	64%	62%

5. 成果

①統合的・発展的な問題を扱うことで、数学的な思考力が高まり、数学的な見方・考え方が育まれた。

②基本的な概念や原理・法則の体系的な理解を問う問題を扱うことで、数学的な表現力が高まり、数学的な見方・考え方が育まれた。

③個票を作成することで、基礎的・基本的な知識及び技能を活用しようとする力が引き出され、数学的な見方・考え方が育まれた。

6. 課題

観点別評価に対しての信頼性の確保

数学診断テスト委員会の取り組み

：数学診断テストを通しての考察

沖縄県立読谷高等学校 新垣 公崇

1 はじめに

沖縄県高等学校数学教育会（以下「高数教」とする）では、平成元年度より「数学診断テスト」を年に2回（7月、12月）実施している。目的および出題内容等は以下の通りである。

（1）目的：

- ア 既習範囲の基礎的・基本的事項がどの程度消化され、定着しているかということ把握し、今後の学習のあり方、改善に役立てる。
- イ 生徒各人の数学の到達度を知り、各領域の定着の実態を把握して、各学校における適切な学習指導に役立てる。

（2）出題内容：数学Ⅰおよび数学A

（3）対象：県内高校1年生

（4）問題の種類・内容：

α 問題、 β 問題の2種類。いずれも必須問題と選択問題があり、解答時間は50分である。

α ：基礎・標準編 β ：標準・応用編

テストの実施については、高数教の数学診断テスト委員会が行っている。平成30年度は委員長1名、委員7名の計8名で活動した。教職員の転勤等に伴い、委員の入れ替わりがあるため、これまで過去問題と比較して問題を分析する機会はなかった。そこで今回、委員会の活動を紹介するとともに、平成23年度～平成30年度に実施したテストの正答率の推移等から今後の授業の参考となるようなまとめができればと考え、調査・分析を行った。

2 委員会の活動内容

委員会の主な活動内容は以下の通りである。

- （1）作問： α 班、 β 班に分かれ、各班代表1名が土台となる問題（解答用紙、正答表、解説含む）の作成を担当する。その問題を委員会に持ち寄り、委員全員で審議し完成に至る。
- （2）実施：各学校宛てにテストへの参加依頼公文を発送し、参加校を募っている。参加の際は、テスト実施日における進捗表も合わせて

報告してもらい、作問範囲を決定している。

- （3）採点：正答表に採点基準を明示し、実施校での採点をお願いしている。しかし、採点業務が負担となる学校においては解答用紙を郵送してもらい、委員会にて採点作業を行っている。（解答用紙は採点後に当該校へ返送。）

また、各校には得点とともに小問ごとの正答率（1/10抽出）の報告もお願いしている。

- （4）集計およびデータ処理：各校から送られてきた得点表と正答率を集計し、問題ごとに席次、偏差値、得点度数分布表、全体の正答率をデータ処理して算出している。ただし、学校のランク付けにならないよう、学校間比較は公表しないこととしている。

- （5）分析：委員会にてテストの結果についての総評および分析を行う。また、実施校から意見をもらい、その内容について検討し次のテストに向けての反省としている。

3 正答率の推移と考察

今回は、解の公式を用いた2次方程式の問題の正答率の推移を紹介する。結果は以下の通りであった。

$$x^2 - x - 3 = 0 \quad (\text{H30年度7月}\alpha \cdot 47.5\%)$$

$$x^2 + 5x + 2 = 0 \quad (\text{H29年度7月}\alpha \cdot 62.6\%)$$

$$x^2 - 3x + 1 = 0 \quad (\text{H28年度7月}\alpha \cdot 70.7\%)$$

$$x^2 - 5x + 3 = 0 \quad (\text{H27年度7月}\alpha \cdot 61.2\%)$$

$$x^2 + 3x + 1 = 0 \quad (\text{H26年度7月}\alpha \cdot 60.1\%)$$

$$2x^2 - 5x + 1 = 0 \quad (\text{H25年度7月}\alpha \cdot 47.7\%)$$

$$2x^2 + 3x + 1 = 0 \quad (\text{H24年度7月}\alpha \cdot 26.1\%)$$

$$x^2 - 6x + 4 = 0 \quad (\text{H23年度7月}\alpha \cdot 54.9\%)$$

「受験者数の変化」や「対象となる生徒（参加校）の変化」などから単純な比較はできない。（特に、選択問題においては受験者数によって正答率が大きく変化する。）しかし、同系統の問題の正答率の推移を見ることが授業改善が必要な事項が見つかるものと考え、大会では上記以外にいくつかの問題を紹介し、考察を行う。

数学最前線をのぞいてみよう！

～ ビデオから学ぼう！数学の見方・考え方(高校2年生)～

沖縄県立読谷高等学校 新城 貴史

1. 実践のねらい

シネマスマティックスとして民間の数学教育研究集会で紹介され、私自身も視聴覚教材(以下、ビデオと記す)を数学の授業にどう効果的に取込めるかを模索してきた。数学的内容を含んだ番組やドラマ等は数多くあるが、うまく高校の授業に生かすことはなかなか難しい。しかしこれまで数学の内容を含んだビデオを見せていると、数学の凄さや大切さを感想に書く生徒が圧倒的に多かった。今回、2 学年全生徒に数学へのイメージアンケートをビデオの事前事後に実施し、データのそれぞれがどう示されるのかを調べ、数学の見方・考え方に良い変容を与えられるであろうと考えた。

2. 実践の方法・内容

2 学期末考査後 2 学年全生徒 (319 名) に向け、事前に数学のイメージアンケート【数学は「暗い?」それとも「明るい?」や、数学は「不必要?」「必要?」など計 5 問】を実施。ビデオ教材「情報セキュリティと暗号と数学」(NHK:サイエンスZERO)を見る。①これまでの暗号技術とは、②今、コンピュータの「能力」が上がっている、③「格子問題」が新しい暗号のキーワード、とビデオの内容を補足・確認する。その後すぐ、同間の事後アンケートを実施。「格子問題」の話題でベクトルが出てくるのでベクトルが既習であることに留意する。

3. アンケートの分析

事前と事後に優位な差があるかを調べるためエクセルを用いて処理した。データの個数が十分大きいので正規分布における有意差の判定ができる次の式を利用した。

$$Z = \frac{\bar{X} - \bar{Y}}{\sqrt{\frac{S_X^2}{N_X} + \frac{S_Y^2}{N_Y}}}$$

ただし、 X 、 Y はそれぞれ事前、事後のデータ

$\bar{X}$ は X の平均値、 S_X^2 は X の分散、 N_X は X の大きさ (個数)

「冷たい・暖かい」と「不必要・必要」に有意差があり、いずれも事前と比べ事後の平均値が高いことから、数学は身近で血の通ったもの(暖かい)、無くてはならないもの(必要)との変容が得られたといえる。生徒の感想「今回の授業を通して、授業の中で「この単元、絶対将来使わないでしょ!」と思っていた時もあったが考え方が変わりました。数学は私たちの身の回りで活躍し必要なものであるということを学ぶことができました。数学の大切さについて知ることができたのでビデオを見れて良かったです。」からも数学の見方・考え方に良い変容を与えられたといえるのではないかと。同様な意見は 319 名中 150 名を数えた。

次に数学のイメージと学力(実力テストの校内偏差値平均)との間に相関関係がないか検証してみた。全体では事前・事後とも「苦しい・楽しい」と「不必要・必要」に弱い正の相関があった。さらに全体を成績層(層 1: 偏差値 45 以下, 層 2: 45~55, 層 3: 55~65, 層 4: 65~)に分け数学イメージとの相関を調べた。成績上位の層 4 で「苦しい・楽しい」で事前、事後の相関係数はそれぞれ 0.42, 0.51 と正の相関を得た。成績最上位層では数学を楽しい学びとしてとらえており、「不必要・必要」のデータ(平均値: 事前 7.68, 事後 7.97)を併せて見れば、ビデオを見せることによって数学の見方・考え方を良い方向に大きな影響を与えたといえるであろう。

4. 実践を通して

平均値や相関係数から分析することの難しさと楽しさがあった。ビデオを見せることで数学に対する見方に良い変容がある事は実感できていたが、このように数値をもとに考察できたことは意義があった。今回のビデオの他にも多くの良い番組があるので、他校でも実践することは意味があると思う。終わりに、協力いただいた 2 学年全生徒、並びに本校数学科職員に対し感謝いたします。

思考力・判断力・表現力を育む指導の工夫

主体的・対話的で深い学びを実現する授業を目指して

沖縄県立首里高等学校 兼屋 辰紀

1 はじめに

新学習指導要領や大学入学共通テストに向けて、「知識・技能」「思考力・判断力・表現力」「学びに向かう力、人間性等」を身に付けることが求められている中、本校生徒の数学における状況として、「総合学力調査」(Benesse、対象：2年生、実施日：平成29、30年3月)の結果では、「数学的に考察・処理し、振り返る力」や「現実の問題と数学を結び付ける力」等に課題があるとされた。

加えて、これまでの数学科の取り組みでは、①授業のワークシートや振り返りシート等、学習の過程の記録を残していない、②「事象を数学的に考察し表現する能力」や「現実の問題と数学を結び付ける力」を育ませる指導についてその取り組みが弱い、という課題があった。

そこで、様々な状況にも対応できる思考力・判断力・表現力等の育成に向けて、異なる視点を持つ他者とのかかわる対話的な学習活動が生徒一人ひとりの理解深化に結びつく授業デザイン(授業づくり)の研究・実践に取り組むこととした。

2 研究の目的と方法

研究の始めに、生徒の実態把握を行い、数学科として生徒に身につけさせたい力や具体的な内容の検討を行った。そこで、特に生徒の思考力・判断力・表現力を高めるために、「思考力・判断力・表現力を問う問題」を出題したり、言語活動(ペアワークやグループ活動、発表、振り返り記入等)を取り入れたりした授業実践を、各授業担当者で行った。

3 実践の概要

各授業担当者で行った授業実践の概要を記す。

- ・教科書に掲載されている基本的な解法を全体で確認した後、グループで別解を議論させ、全体へ発表し共有した。

- ・メタ認知力を高める為のリフレクションシートの記入。授業内容の理解や生徒自らの授業に対する姿勢などを自己評価し、他者にも確認させた。

- ・応用問題において、教師側で一度説明した後に全員起立させ、1人説明する人を決めペアで説明させた。その際聞き手は疑問を感じたらその都度説明者は教師に質問して良いこととし、受け身から能動的に授業に参加することを促した。

- ・生徒が主体的に数学的な活動ができるように節末・章末・チャートの応用問題だけでなく、別解が多数想定される良問にグループで取り組ませた。

- ・必要最低限の知識や数学的な考え等を全体で確認した後は、小集団による活動の時間を多く設定し、個々の生徒の理解の程度と進度に合わせて、学習内容の理解を深めるようにした。

また、その他数学科の取り組みとして、以下を挙げる。

- ・思考力や表現力を高める為の問題を考え、定期テストへ導入して生徒の表現力の実態を把握し、必要な改善点を見つけようとした。

- ・解いた問題のなかで利用した数学の用語を説明させたり、考えた問題の思考過程を図で表現させるなどで、深い学びを実現させようとした。

4 まとめと課題

上記実践を通して、ペアやグループでの活動は、回を重ねる毎に全体の活動が活発になる変化が見られた。具体的には、グループ内での活発な言語活動に加え、代表者は表現力を育成する機会となり、聞き手の生徒は異なる視点を共有することで、理解の深化に結びつけることができた。また、別解を探す、教科書外の良問に関して等様々な場面で活発な議論が見られ、思考力・判断力・表現力の向上が見られた。

思考力や表現力を問う作問をし、定期テスト等に導入しているが、根拠や理由を問う問題では、各クラスの正答者が4～5名ほどと少なかった。テストでの評価だけでなく、日頃の授業から文章による表現や口頭での発表など、生徒から発信する機会をどう増やせるかという課題が残った。

社会における問題解決を題材にした教材開発

：身近な地域の測量を題材にした授業の実践

沖縄県立名護高等学校 洲鎌 啓祐

1. はじめに

「高等学校学習指導要領解説 数学編」(文部科学省 H30.7)では「図形と計量」分野で身に付けるべき思考力・判断力・表現力の一つに「日常の事象や社会の事象などを数学的に捉え、問題を解決」(P39)することを挙げており、その指導の具体例を「例えば(中略)直接測定できない2地点間の距離などを、見いだした三角形の三角比を使って求める活動などが考えられる」(P41)としている。そこで、本校の生徒にとって身近な沖縄本島北部の地形を題材にしてこれらの指導を実践するための教材開発を行った。

2. 研究の目的と方法

数学の有用性を生徒に伝え、かつグループによる協働学習を通して生徒の「主体的で対話的な深い学び」を起こす事を目指して、社会における問題解決の場面を題材にした教材開発を行い、授業実践を通してその効果を検証することが本研究の目的である。測量の現場では正弦定理や余弦定理が問題解決のツールとして実際に使用されており、それらを体験する事で三角比の有用性を感じられると思い、身近な地域の測量を題材にした教材を開発した。本稿ではその授業実践の概要を紹介し、生徒の活動の様子やアンケート結果などを通して、教材による教育効果やテーマの妥当性、今後の課題について検討する。

3. 実践の概要

『数学Ⅱ』の「図形と計量」分野で正弦定理・余弦定理を学習した後、この授業を実践した。第1時では、本校の校歌にも登場し生徒にとって身近な自然である「嘉津宇岳」を取り上げ、「山頂からふもとまでロープウェイを建設するとすれば、ケーブルは何m必要か」という課題を出した。地図を利用して2地点の水平距離を出した後、現地では実際に仰角を測った写真を見せた。求める長さは直角三角形の斜辺と考える事ができ、水平距離と

仰角から三角比を利用して求められる事を確認した。

続いて、本校の近所にある「大西トンネル」と沖縄県北部の本部半島と瀬底島を結ぶ「瀬底大橋」の周辺地図を提示し、「これらを建設する際、工事の前に距離を知る必要がある。どのように距離を求めたか」という課題を出した。いずれも第3の観測点からの距離や角度を用いて、余弦定理・正弦定理を用いて算出する事ができる。生徒たちはグループを作って、定規と分度器を用いて地図上で距離や角度を測り、立式した後、三角比表と計算機で求める距離を算出する活動を行った。

第2時では、第1時での考察と計算結果を生徒に発表させた後、スライドを用いて実社会における測量の様子を紹介した。「測量士」という仕事の紹介や、国土地理院HPにある「一等三角網図」、大航海時代における「六分儀」の活躍といった歴史上の話題も紹介し、生徒の興味・関心を引き付けることができた。

4. まとめと課題

今回の実践において、「距離や角度を実際に測る」という活動によって、グループ内で「長さはどうだった?」「どうやって計算した?」といったやり取りが自然に発生し、生徒が対話的に学習する場面を確認する事ができた。また実施後のアンケートでは「三角比って結構すごい」という意見がでて、三角比の有用性を伝えるという当初の目的はある程度達成する事ができた。これらの事から、社会における問題解決の場面を題材にした教材開発は、生徒に数学の有用性を伝え、「主体的で対話的な深い学び」を引き起こすのに有効であると思われる。

今後の課題は、他分野での教材開発を進める事である。教科を通してこの実践を行う事で更なる教育効果を期待できると思われるので、今後も考えていきたい。

日頃の授業に思考力を要する教材の導入を考える

教科書の問題や身近な題材を用いた教材研究

沖縄県立向陽高等学校 大城 英暉

1. 研究の動機

まず大学入学共通テストの数学Ⅰ・Aにおいて記述解答の導入が始まり、またプレテストの内容から過去のセンター試験と比べると、身の回りにある事柄が題材となり、読解力および思考力を要する問題が出題されていて、私たちもそれに対応する必要に迫られている。

次に新学習指導要領において履修内容の変更が行われ、さらに共通教科「理数」が新設、「理数探究基礎」および「理数探究」が始まるということで、すべての生徒に対して知識・技能だけでなく、思考力・判断力・表現力が求められてくる。また本校は本年度SSH指定校に内定し、探究活動を深化させる必要があることから、本研究を行うこととした。

2. 研究の目的と方法

以上の点を踏まえ、普段の授業の中で生徒たちの興味・関心を引き出し、深く考えることができる教材をどのように導入すれば良いかを考えた。日頃の授業に取り入れるために「極力教員の負担を少なくし、「生徒の思考力を高め興味を引く」教材作りをする、ということで次節の研究仮説のもと、以下の2点を念頭に置いて教材開発を行った。

(1) 教科書の問題を拡張・一般化する。

(2) 身近な材料や教具を用いて即席でも実行可能な教材を考える。

3. 研究仮説

生徒にとって教科書の定理や問題は一番目につく身近なものであり、これを拡張・一般化することにより理解が深まるであろう。

身近な材料などを用いた教材により、生活の中に潜む数理現象を認識し、数学に対する興味を引き起こすであろう。

4. 研究の実際

ここでは実際に行った題材をいくつか紹介し、それぞれの生徒の反応を記載する。

(1) 数学Ⅰ式の計算において、 $(a+b+c)^2$ の展開式を求めた後 $(a+b+c+d)^2$ の展開式を考えさせた。3文字の展開式の類推から間違った答えを出した生徒が少なからずいたが、正しい計算を行った後は一般化した $(a+b+\dots)^2$ でも正しい類推が行える生徒が多かった。

(2) 数学Ⅰ図形と計量において、A4用紙を折ることで 22.5° の三角比の値を考えさせた。生徒たちの反応は大変良かった。二重根号も出てくるため、現実にはこのような数を取り扱わなければならないことも生徒たちは実感していた。

(3) 数学Ⅰデータの分析において、仮想のテスト結果で、ア.一律に加点する、イ.得点を2倍する、という操作が行われたときの平均・分散・標準偏差の変化を考えさせた。引き続き国語のテストと数学のテストの相関関係で、数学だけ得点を2倍したときの相関係数の変化を考えさせた。統計量の理解に役立ったようである。

(4) 数学Ⅱ式と証明において、コーシー・シュワルツの不等式 $(a^2+b^2)(x^2+y^2) \geq (ax+by)^2$ の証明が出ていたので、拡張した式を紹介し、相関係数の値が-1以上1以下になる証明をした。少し計算が煩雑だったため、生徒たちの理解は余り良くなかった。

5. まとめと課題

教科書の問題で一般化を行うような題材でも探究的な活動が活性化する様子が見えたが、担当する生徒の実情に左右されると考えられる。折り紙などはとても反応が良かったので、計算だけでない教材を可能な場面で取り入れていきたい。計算が煩雑になるような題材は生徒の計算能力に依存するため、適切な誘導などが必要である。

今後は身近な数理現象をいかにして授業に取り入れていくか、私たちの観察・勉強が必要不可欠であり、生徒の現状と合わせアクティブ・ラーニング的な活動を入れることが大切である。

数学的な思考力・表現力を高める授業の工夫

～作問活動と T0 学習を活用した授業実践を通して～

沖縄県立球陽高等学校 寺西 隼人

1 テーマ設定の理由

2021年に新たに「大学入学共通テスト」が実施されるにあたり、単に知識を持っているだけでなく「知識を活用する思考力・判断力・表現力」を育成することが求められている。その中で、数学科においては、数学的な活動を充実させることにより、「主体的・対話的で深い学び」の実現に向けた授業改善（アクティブ・ラーニングの視点に立った授業改善）を推進することが求められている。アクティブ・ラーニングは以前から推奨されている授業スタイルだが、これを授業に取り入れる技術の向上までに至らず、教師が例題を説明し、その後、練習問題を解かせ、解答を進めるといった座学中心の授業展開になってしまっていることが私の課題であった。そこで、既習内容から問題を作成し、互いに解き合う作問活動や他の生徒に教える T0 学習(Teaching Others)を適切に取り入れながら授業を行うことにより、数学的な活動を充実させながら、教師と生徒、生徒相互の言語活動を積極的に取り入れることができるのではないかと考え、今年度の研究のテーマとして取り上げた。

2 研究仮説

単元のまとめにおいて、作問活動や T0 学習を取り入れることにより、数学的な活動を充実させ、思考力や表現力の向上に繋がるであろう。

3 研究方法

1 年生の理数数学 I の授業において単元のまとめに作問活動や T0 学習を取り入れた授業を実践する。

(1) 授業実践における検証

(2) 授業の振り返りにおける意識調査

(3) 確認テストにおける定着度の結果分析

4 研究の実際

(1) 教科書の例題説明における T0 学習の導入

例題の問題を個々に割り振り、グループ内で説明させる取り組みを実施。確認テストで定着

度を図り、グループ内でその結果を共有した。他の生徒に分かりやすく教えることの難しさを実感した生徒や内容をうまく伝えられたことで達成感を感じた生徒もいた。

(2) 入試問題解説を通した T0 学習の実践

高校入試受験後の中学生(内進生)に入試問題の解説授業を実施した。分かりやすく説明するためにグループで話し合い教具を作成する姿が見られた。

(3) 作問活動を取り入れた授業実践

学期末考査後の数時間を利用して作問活動を実施。既習内容を身近な事象と関連づけて出題しようと四苦八苦する姿が見られ深い学びに繋がる取り組みになった。

5 研究のまとめ

作問活動や T0 学習を効果的に活用することにより、生徒の数学的な思考力や表現力の向上を目指した授業を実践してきた。そのことで、生徒は問題作成や他の生徒に分かりやすく教えるためには、まずその内容を熟知していることが第一条件であると認識し、問題内容を深く読み込もうとする姿が見られた。また、定期考査の平均点が上昇したことや、発表回数を重ねることで表現力が身についたことも大きな収穫であり、授業の感想からも深い学びを得る機会に繋がったと考えられる。

6 今後の課題

本研究における生徒の変容から、T0 学習や作問活動を取り入れた授業は生徒の学習に対する意欲を喚起し、数学的な思考力や表現力が徐々に高まってきたように感じられた。ただ、思考力や表現力は一朝一夕で得られるようなものではなく、これからも継続的に取り組んでいく必要がある。今後も作問活動や T0 学習を適材適所において学習を手助けする一つの手段としてとらえ、授業の進度を考慮しつつ、場面や状況に応じて効果的に取り入れていきたい。

生徒の主体性を育成する進路指導の工夫

：進路意識と学力・学習時間の因果関係の研究

沖縄県立糸満高等学校 神谷 義人

1 研究のねらい

生徒の自己実現に向けては、様々な取り組みがなされている。しかし、同じ指導をしていても成果には個人差がある。進路指導に係る研究には、実践前後の意識や学力を調査するものが多い。その実践期間が長ければ、実践による成果とそれ以外の活動による成果の区別が難しくなる。また、アンケートの取り方によっては更に区別が難しくなり、集計結果の信頼度は弱くなると考える。

今回は、適切な指導を行うために、どの意識が高い生徒がどんな活動に対して主体的に取り組めるかを研究することで、適切な指導ができ生徒の成長に大きく還元できるのではないかと考えた。

更に、学年ごとに同様の研究を行うことで、学年や時期によって効果の大きい活動内容を精選できると考えられる。

2 研究の内容

「活動について」「興味・好きなこと」「行動や考え方」などを説明変数として「高校入学後の成績」を説明すると、いくつかの項目で高い相関が得られた。上記で上げた項目は、高校入試の学力検査点との相関も高かったため、高校入試の学力検査点を1つの説明変数とすると、決定係数 0.55 が得られた。

「興味のある仕事」「仕事の仕方」など、代表的な指標を説明変数として分析を行ったが、学力を明確に表すことは困難であった。そこで、マナーカード累積枚数と遅刻回数の合計という指標(以下、ルール遵守)をつくり、高校入試の学力検査点の2つを説明変数とすると、決定係数が 0.75 となった。これにより、高校入学後の学力の差は「高校入試の学力検査点」と「ルール遵守」の2つで 75%を説明できる。

次に、進路意識と学習時間の因果関係を調べるために、「百時間修行」と称して学習時間の管理を行った。調べる際に、志望校の受験日によって学習時間のピーク時期が異なると正確なデータが収

集できないと考えられるため、対象者は受験日が同じである国公立大学進学希望者に限定し、集計期間は6月1日から11月18日までとした。

記録が不完全なものを含み、平均値は269時間、標準偏差は137時間とばらつきがかなり大きかった。説明変数同士の相関が高い項目を除き、「興味・好きなこと」「特徴や気持ち」「ルールの遵守」で学習時間を説明すると決定係数 0.69 を得た。

他の学年でも入学後の成績と進路意識を調査したところ、学年によって成績に影響を与える指標に若干の違いが見られた。これにより、学年ごとにどういった意識を高めるための取り組みが有効なのかある程度推測することができた。職業に関することは、時期により逆効果なる場合もあった。

3 研究のまとめ

断るまでもなく、本研究で示された結果は一部の生徒の全体的な傾向を統計によって分析したものであるから、個々の生徒の学習活動や成果をすべて予測可能なものではない。生活習慣に乱れがあっても学習時間を十分に確保する生徒もいればその逆も考えられる。したがって、各指標で挙げた項目だけを伸ばせば成績が向上するわけでもない。その反面、成績や進路意識向上のために重要な部分が何であるかある程度明確になったのも事実である。漠然と大学や仕事を調べさせたり講話をしたり成果のわからないまま右往左往することと比較して、足りない意識がどこなのか明確にすることで合理的に進路意識を高めることができる可能性がある。本研究で得られた3つの指標を効率的に伸ばしていくための取り組みを研究をしていくことが今後の課題である。それ以外にも、学力・学習時間を説明するためにふさわしい指標を研究するほか、残り31%の要素があることも忘れてはならない。

アンケートでの各設問は完全に独立ではないから、多重共線性が解消されていないことが間違いないことも確認しておきたい。

ベイズの定理を用いた教材の開発と実践

: 乳がん検診と迷惑メールにおけるベイズ推定

沖縄県立名護商工高等学校 小嶺 賢司

1. 研究の背景と目的

高等学校学習指導要領では、「どのように社会・世界と関わり,よりよい人生を送るか(学びを人生や社会に生かそうとする『学びに向かう力・人間性等』の涵養)を一つの柱としている.そこで,現実の世界を反映した問題を取り扱い,数学の有用性を感じさせ,数学を学習する意義を認識させるとともに,学びを人生に生かす経験を通して,学びに向かう力を育むことを目指し,教材開発・授業実践を行った.

2. 教材の概要

ベイズの定理を用いて,不確実な情報で判断する際や,新たな情報が追加されたときの判断修正について考察する教材を開発した.扱う題材は,身近な病の一つである「乳がん検診」と,人工知能の1つであるから「迷惑メール判定」である.

(1) 乳がん検診

2008年の統計によると,日本人40代後半女性の500人に1人が乳がんを発症している.また,検査にて乳がんのある者を陽性と正しく判定する確率(感度)は98.2%,乳がんでない人を陰性と正しく判定する確率(特異度)は96.9%である.このとき,検査で陽性と診断された際,実際に乳がんである確率を計算する.ただしAをがん,Bを陽性とする.
 $P(A)=0.002$, $P(B|A)=0.982$, $P(\bar{B}|\bar{A})=0.969$
 $P(B|\bar{A})=1-P(\bar{B}|\bar{A})=1-0.969=0.031$
 $P(B)=P(A) \times P(B|A) + P(\bar{A}) \times P(B|\bar{A})$
 $=0.002 \times 0.982 + 0.998 \times 0.031=0.032902$
 $P(B) \times P(A|B)=P(A) \times P(B|A)$
 $P(A|B)=(0.002 \times 0.982) / 0.032902=0.05969241$
がん罹患確率P(A)は0.2%から約6%に更新された.再検査でも陽性と診断された場合のがん罹患確率を計算する.

$P(B)=P(A) \times P(B|A) + P(\bar{A}) \times P(B|\bar{A})$
 $=0.059 \times 0.982 + 0.940 \times 0.031=0.087$
 $P(A|B)=(0.059 \times 0.982) / 0.087=0.6659540$
と約66.6%に更新される.一回目の検査で陽性が

出た事実に対し,ベイズ推定により認識がどう変化したか,一回目の検査の意義について考察した.

(2) 迷惑メール判定

受信したメールが迷惑メールである確率を50%と仮定し,URLリンクの有無で迷惑メールである条件付き確率を下記の通り設定する.

	リンク有	リンク無
迷惑	0.6	0.4
通常	0.2	0.8

A: 迷惑メール, B: リンクあり

$$P(B)=P(A) \times P(B|A) + P(\bar{A}) \times P(B|\bar{A})$$
$$=0.5 \times 0.6 + 0.5 \times 0.2=0.4$$

$$P(A|B)=(P(A) \times P(B|A)) / P(B)$$
$$=(0.5 \times 0.6) / 0.4$$
$$=0.75$$

メールにURLリンクがあることで,迷惑メールである確率P(A)が50%から75%に更新された.更に,「出会い」という言葉を検出ポイントとして追加し,下記の条件付き確率を設定する.

	「出会い」有	「出会い」無
迷惑	0.4	0.6
通常	0.05	0.95

C: 「出会い」という言葉有り

$$P(C)=P(A) \times P(C|A) + P(\bar{A}) \times P(C|\bar{A})$$
$$=0.75 \times 0.4 + 0.25 \times 0.05=0.3125$$

$$P(A|C)=(P(A) \times P(C|A)) / P(C)$$
$$=(0.75 \times 0.4) / 0.3125=0.96$$

受信したメールにURLのリンクがあり,「出会い」という言葉が含まれる場合,迷惑メールである確率は96%に更新される.

3. まとめ

本研究は生徒の数学を学習する意義の認識に焦点をあてた.学習集団によっては,生徒自身に自分たちの地域や国のデータ収集,設定,計算などを行わせることで,深い学びに繋げることができるのではないかと考える.

持続可能な「主体的・対話的で深い学び」を図る取組

3つのICT活用を通して～①MathTeX②電子黒板③moodle～

沖縄県立伊良部高等学校 山口 勇一

1. はじめに

本校は、令和2年度に、閉校する。そのため、今年度在籍する生徒は2～3学年20名である。20名の生徒は、互いに習熟の程度に大きな差があるが、個に応じた指導の充実を図ることにより、学習意欲が高まる傾向がみられる。しかし、教師が生徒個々の習熟度を見誤った指導になってしまった時は、学習意欲が大きく低下する傾向がみられる。

2. 主題の設定理由

高等学校学習指導要領（平成30年告示）の『総則第3款1主体的・対話的で深い学びの実現に向けた授業改善』の（3）に『各学校において、コンピュータや情報通信ネットワーク（中略）を適切に活用した学習活動の充実を図ること』とある。

これをふまえ、本校では、特別に準備した単発的な研究授業ではなく、①MathTeX②電子黒板③moodleを活用することによって、「主体的・対話的で深い学び」を日常的に持続可能であると考え、本テーマを設定した。

3. 仮説

指導者が、毎日、生徒一人ひとりの実態把握に努め、その日の生徒に最適なレベルの問題を最適な問題数に変化させて提供することによって、生徒の学習意欲が高まり、「主体的・対話的で深い学び」を日常的に持続可能であろう。

4. 研究の実際

(1) MathTeX の活用

生徒一人ひとりの細かな習熟度を確認したうえで、その習熟度に応じた問題を適切な問題数で提示するためには教材作成にかなりの時間がかかる。教材作成に時間をかけすぎると、生徒の習熟度に応じた適切なタイミングとは言えない。



図1 レベル別問題数調整機能

そこで、MathTeX を活用することによって、日常的に持続可能

な「主体的・対話的で深い学び」を実現できないか検証した。

本研究で活用した MathTeX は、北海道奈井江商業高等学校で数学を担当されている畑仁先生が開発したシステムである。MathTeX では、高校数学の全領域を中心に 289 種類(2019.3.30 時点)の問題出力が短時間で可能となる。たとえば「2次方程式」を選択すると、「レベル別問題数調整機能(図1)」を活用することが出来た。この機能で、個に応じた最適なレベルの問題作成を数分で実現することが出来た。

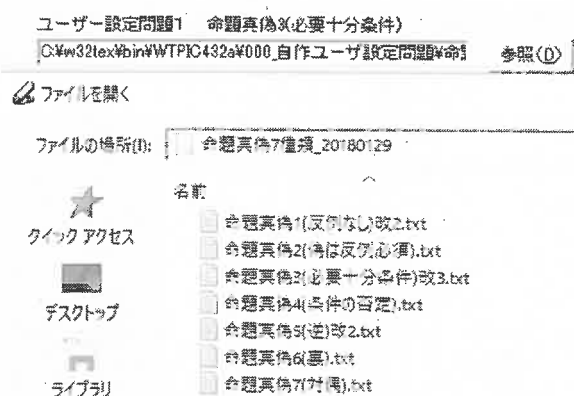


図2 ユーザ設定問題機能

また、MathTeX の 289 種類に、「命題」など自分が使いたい分野がないケースではユーザ設定問題機能(図2)を活用することができた。生徒の習熟度に応じて、指導者自身で細かいレベル別に分けた問題を MathTeX に組み込むことで、どの分野でも「日常的に持続可能な教材作成」を実現することが出来た。

(2) 電子黒板の活用

①視認性向上②板書時間短縮③再現性向上を図り、「主体的・対話的で深い学び」の時間を確保することが出来た。

(3) moodle の活用

毎授業単位で、生徒自身で学びを振り返り moodle に入力蓄積した。この振り返り入力を指導者が評価することが出来た。

3 研究のまとめ

3つのICTを活用した授業後に生徒対象で実施した「主体的・対話的で深い学び」になったかを聞くアンケート結果では、ほぼ全員から肯定的な回答を得られた。この結果から、本研究が「主体的・対話的で深い学び」を日常的に持続可能な事例の一つであると考えた。

今後の課題は、より幅広い生徒の習熟度に応じた問題作成に対応できるよう MathTeX ユーザ設定問題を作成し続ける必要がある。

4 参考URL

MathTeX 工房

<http://www.mathtex.club/>



第101回日数教（沖縄）大会 高校部会報告書

発表者1 沖縄県立豊見城南高等学校 教諭 漢那 初美

私は、数学Aの分科会で『実験と協働的問題解決で学ぶ「チェバの定理」～高校生の数学に対するイメージの肯定的変容を目指して』というテーマで発表しました。実験や探究の要素を含んだ数学の授業の報告ということで、12名程度の方に興味を持っていただきました。指導助言では、生徒の意見を引き出す点に注力することや、物理学的な視点から実験値と数学の理論値の違いなどを教えていただきました。生徒の様子や授業の構成を伝えることで、この実践に対する私自身の理解が深まり、新たな課題が見えてきました。参加者からの質問や助言を受けて、また新たな授業に挑戦したいという意欲もわいてきました。この成果を自分だけのものにせず、教科等で共有することでこれからの教育数学の充実に貢献していきたいと考えています。

発表者2 沖縄県立那覇西高等学校 教諭 照屋 全人

今回の研究について二つのこだわりがあった。一つ目は生徒自身の作問形式によるアクティブラーニングの運用の視点、二つ目は「整数の性質」における教材研究の工夫である。どちらにおいてもまだまだ発展途上であり今後の研究課題である。

発表者3 沖縄県立開邦高等学校 教諭 仲里 武史

今回私は、生徒が作問した問題を生徒が解き、作問者が解答をチェックし、次の作問に活かすという、作問のPDCAサイクルを回すという試みを発表しました。来場した先生方は皆熱心で、質疑応答では、色々なヒントや激励もいただき、大変有意義な時間を過ごさしてもらいました。また、大学の先生方の助言は、高校教諭の私にとって大変貴重なものであり、今後の授業改善のモチベーション向上に繋がっています。これからも、教えるプロではなく学びのプロとして、様々な指導方法を学び、多くの生徒に還元していきたいと思います。

発表者4 沖縄県立開邦高等学校 教諭 津嘉山 誠

「問題解決・数学的な見方や考え方」分科会に参加し、発表を行いました。内容は、問題演習の場面で、ポリアの問題解決の手法を参考に、問題解決の段階やストラテジーを意識して取り組むように工夫を行った研究についてでした。指導助言では、ポリアのストラテジーを明示して取り組ませることはあまり効果が得られないことが分かっていることや、数学的問題解決行動には認知的要因（リソース・ストラテジー・メタ認知・信念）が重要な役割を果たすこと、それらには領域固有性が存在することなど、多くの助言をいただき、大変参考になりました。また、個人的には数学の活用に興味があることから、関連する内容の発表を参観させてもらい、刺激を受けることができました。今回の経験を、生徒へ還元できるようにしていきたいと思います。このような機会を与えていただき感謝します。ありがとうございました。

発表者5 沖縄県立開邦高等学校 教諭 小野 真太郎

今回の研究発表は、様々な刺激を受け、自己を啓発できる場となりました。多くの先生方からアドバイスをいただき、生徒の振り返りの重要性を再認識することができました。今回学んだことをさらに研究し、生徒に還元していきたいです。

発表者 6 沖縄県立那覇国際高等学校 教諭 比嘉 義一郎

今回は三角比の教具についての授業実践を発表させてもらった。その中で、全国からみえた先生方に内容を聞いてもらい、フィードバックも頂けたことは、新たな気づきを頂ける良い機会であった。また、全国各地で実践・研究されている先生方の発表を聞くことにより、情報収集や授業活用としてとても参考になった。さらに、大学教授からも助言を頂き、私の研究をさらに活用出来るような内容を話して頂いたことはとても嬉しかった。今後もこのような機会を頂けるのであれば発表させてもらいたいと思った。そして、台風の影響等で大変な中、大会の運営や調整をして頂いた役員の先生方を始め、サポートしてくれた先生方に感謝を申し上げたい。本当にこのような機会をありがとうございました。

発表者 7 沖縄県立那覇国際高等学校 教諭 宮城 靖

今回の発表において、授業での実践内容であったが、まとめることの大切さを実感した。「布石を打つ問題」は長い授業計画を必要とし、生徒の様子や学校の状況によって計画が変わるが、「探求・深い思考」を狙いとする教材作成に重きを置いたものである。生徒に試行錯誤する楽しさや苦しさ、さらに他の解法に至る「発見」感など様々な要素を意識した問題となるよう留意し、今回の発表内容に至る。それを他の教員に伝えるとなれば、その授業を計画するに至った経緯やそこに付随する課題の共有化、加えて求める成果と生徒の状況の一致性など多くを語ることとなり、通常の発表内容を遥かに上回る細かさとなった上、設定行数範囲を大幅に超えることからスタートした。そこから削る作業をする中で、伝える内容における「重要となる部分とは」と自己に問いかけることとなりまとめることができた。もちろん、削りすぎたと思う部分を多くあるが、「数学への探求」を意識させる教材研究であることは伝わると思う。今回の発表をする機会を与えてくださり感謝の意を示したい。

発表者 8 沖縄県立那覇国際高等学校 教諭 前里 幸洋

発表は指導助言者から、研究に入るまでのポイント、実証方法について、お褒めのお言葉をもらいました。この研究内容は学生を教えていて毎年計算力の低下を感じているとお話も伺いました。反復学習ではないけれども、書かせて（出力）させてもう一度考える（入力）ことも大事なので、それを続けてください、との話もありました。発表が朝一ということもあり、思っていたより聴衆が多かったので緊張しましたが、聞く方はグループ学習の持ち込み方やペアワークの組み合わせ方について気になったようでした。これからも頑張っていこうと思う。

発表者 9 沖縄県立陽明高等学校 教諭 金城 文子

日数教大会への参加発表は、初めてでした。私は、第2分科会数学Ⅰ(2)で、「数学における探究活動の試み～Researcher-Like Activityを取り入れた授業実践～」というテーマで2年生の数学標準（学校設定科目）の授業での授業実践について発表しました。RLAは問題作りを研究者（数学者）の活動に対応させ、学習を探究活動として行いグループで発表も行います。他に折り紙を利用した授業など興味深い内容がありました。2日間の講習会受講に始まり、とても充実した研修でした。運営委員の方々に感謝します。

発表者 10 沖縄県立嘉手納高等学校 教諭 石川 睦

この度は、第101回全国算数・数学教育研究（沖縄）大会での発表の機会をいただきありがとうございます。今回の成果発表は、周りの先生方の協力もあり、運営に取り組んでいただいた多くの先生方にとっても感謝しています。この研究を継続して行い、個別の事例としてではなく、学校全体の取り組みとして発展できたら幸いだと思います。さて、今回の研究大会では、サブテーマが「主体的・対話的で深い学びによる探究力の向上をめざして」とある通り、探求活動を主とした発表が多々ありました。特に興味・関心を持てたのが、石川県金沢大附属高校の川谷内先生の発表した「SDGsに協働的に取り組むコンテスト『日本数学A-lympiad』」です。現実世界のオープン・エンドな問題を数学的にモデル化してレポートを作成し、本大会であるオランダで、英語を用いてプレゼンするものです。新学習指導要領でも探究のプロセスを通じて、一人一人の資質・能力の向上を目指していくことが重要視されていますが、このような探求活動が将来的には日本全国の高等学校で実施できたらと思いました。また、ICTを活用した授業実践も多くあり、学習環境面での課題は残しつつも、アダプティブ・ラーニング（適応学習）の可能性を感じました。今回の発表で培った経験を生徒に還元し、沖縄県数学科のさらなる発展に寄与していきたいと思います。

発表者 11 沖縄県立読谷高等学校 教諭 新垣 公崇

以前の九数教大会にて授業実践の発表を行ったことがあるが、今回は個人の取り組みではなく、長く携わってきた沖縄県高等学校数学教育会の数学診断テスト委員会での活動及び数学診断テストの結果分析の発表を行った。普段の業務では人前でプレゼンを行うことはほとんどないため、この機会をプレゼン力向上に活かそうと思い、夏季休暇返上で準備に時間をかけて臨んだ。過去8年間に実施した問題から類似問題をピックアップし、正答率がどのように異なるのか、またその原因はどこにあるのかということ进行分析し個人的な解釈を交えて発表した。発表後の指導助言や他県の先生からの感想では本県独自の取り組みが長期にわたって継続していることについてお褒めの言葉をいただくと共に、より詳細な分析のために定期的に同じ問題を出題してはどうか、因数分解の問題をこのように出題してはどうかといった具体的なアドバイスもいただいた。

今回の発表を通して、本テストが県内高校生が一斉に受験するという貴重な機会であること、またその結果分析を県内数学科教諭で活用できるよう情報提供できるよう努めなければいけないという課題にも気付かされた。この発表で得たことを数学診断テスト委員会内で情報共有し、今後のテスト実施・運営等に活かしていきたい。

発表者 12 沖縄県立読谷高等学校 教諭 新城 貴史

「ビデオから学ぼう！数学の見方・考え方～ビデオで数学最前線を見てみよう（高校2年生）～」と題し、本校2学年全員へ『サイエンスZero「情報セキュリティと暗号と数学」』を見せ、事前事後アンケートを分析した実践報告を行った。全体的に数学に対するイメージは良い方向へ移行し、ビデオを見せることで実社会と数学との関連を知り、数学の重要性を認識していることがわかる。しかし成績層別での分析から、成績上位層は高いモチベーションへの移行が見られたが、成績下位層、成績上位2番手層の情意面での変容は思わしくなく課題が残った。諸課題への課題解決に向け、今後も研究調査を継続したい。このような機会を与えてくれた全国大会沖縄大会へ感謝します。

発表者1 3 沖縄県立首里高等学校 教諭 兼屋 辰紀

全国大会での発表では、思考力・判断力・表現力の向上を目指した数学科としての取り組み、また個人としての授業内の取り組みを発表した。指導助言の中で、「思考力」や「判断力」といった大きなものを対象に扱うときは、生徒のどのような力を伸ばしたいかをより具体的に焦点化する必要があることを学んだ。また、教育研究の成果を肌感覚で捉えることが多いが、数値化するなど客観的に判断できる指標を設けた方が良いことも学んだ。個人的に課題が多く残った研究・発表であったが、学んだことを活かして今後につなげていきたい。

発表者1 4 沖縄県立名護高等学校 教諭 洲鎌 啓祐

初めて日数教大会に参加し、全国の先生方の研究実践に対する情熱を感じて、大変刺激を受けた。新学習指導要領の開始を控え、特に思考力・判断力・表現力や学びに向かう力を養う指導の在り方については先生方の関心も高く、会場も熱を帯びていたように思う。私は社会における問題解決を題材として、測量などをテーマにした授業実践の発表を行った。「もっと条件を減らして、生徒が考える自由度を残すように」との指導助言を頂き、まだまだ深めるべき点があることが分かった。今回の講演や分科会発表で得た知見を今後に生かし、日々の実践を通して指導力向上に努めていきたい

発表者1 5 沖縄県立向陽高等学校 教諭 大城 英暉

台風の影響により何人かの参加者がキャンセルとなる中行われた大会であったが、発表の祭には全国から多くの先生方の参加があり、大変ありがたく思いました。発表については、多くの質問があり、皆さんの授業への意識と意欲の高さを実感させられました。指導助言では、教科書をベースとした教材の作成についてはとても良いと評価をいただいた。また、複雑な計算を要する問題ではそれが足枷になって思考が止まってしまった件に対しては、計算を目的とした教材にしても良いのではないかと、という指摘をいただきました。今後も生徒に有益な授業が行えるように、教材研究を続けていきたいと考えます。

発表者1 6 沖縄県立球陽高等学校 教諭 寺西 隼人

今回私が報告した作問活動やTO学習を取り入れた実践は他校においても時間を掛けて実施しており、参加者の感想からも「生徒の思考力・表現力を高める手段として効果が高い」と共感を得ることができた。しかし、学校の実態によっては実施が困難な学校もあるので、この実践は適材適所において学習を手助けする一つの手段としてとらえ、場面や状況に応じて効果的に取り入れていきたいと思う。

発表者1 7 沖縄県立糸満高等学校 教諭 神谷 義人

大学教授からの指導助言では、今回のような研究を継続し教科指導や生徒指導でも活用するようにと助言を頂いた。今回の研究では、どういう意識をもった生徒が学習する傾向にあるのかを分析したものであり、具体的にどんな活動でその意識を高められるかは今後の課題としている。他の先生方の研究を参考にし、よりよく生徒の力を伸ばす方法を模索したい。

発表者1 8 沖縄県立名護商工高等学校 教諭 小嶺 賢司

この度、全国数学教育研究（沖縄）大会で発表する機会を頂いた。ベイズの定理を用いて、不確実な情報で判断する際や、新たな情報が追加されたときの判断修正について考察する教材の開発・実践の報告である。発表が決定してから、全国から訪れる熱心な先生方に対し、意義あるものを提供できるかずっと不安であった。終わった後に茨城県の教頭先生から「ぜひ本県の教師たちにも聞かせてあげたい」とデータ享受の依頼があり、これまでの努力が報われた気がし、今後の励みとなった。