

高校数学教育

沖縄県高等学校数学教育会誌

第60号

2024年（令和6年）7月22日（月）

沖縄県高等学校数学教育会 発行

目 次

沖縄県高等学校数学教育会会長あいさつ	会長 前里 哲寿	1
沖縄県高等学校数学教育会第 62 回総会・高校数学教育を考える会実施要項		2
沖縄県高等学校数学教育会会則		3
令和 5 年度	会 務 報 告	4
	決 算 報 告	6
	会 計 監 査 報 告	7
令和 6 年度	役 員	8
	行 事 計 画	9
	予 算 案	10
第 48 回「高校数学教育を考える会」大学入試問題研究		11
第 78 回九州算数・数学教育研究(大分)大会発表論文		30
九州数学教育会総会開催地一覧表		33

沖縄県高等学校数学教育会
会 長 前 里 哲 寿

今年度から沖縄県高等学校数学教育会会長を務めます泊高等学校の前里哲寿と申します。

本日、沖縄県高等学校数学教育会第 62 回総会・第 57 回研究大会および第 48 回高校数学教育を考える会が開催できますことを心から感謝申し上げます。

世界中を混乱に陥れた新型コロナウイルス感染症が、令和 5 年 5 月 8 日から感染症法上の 5 類感染症に位置づけられたことにより学校生活も徐々に落ち着きを取り戻してきました。この新型コロナウイルス感染症の流行のなか、高等学校においては令和 4 年度入学生から新しい学習指導要領が適応され、令和 6 年度、各学校においては全生徒が新しい教育課程の下で日々の学習に励んでいることと思います。それと同時に、高等学校でも観点別評価が導入され、今年度からすべての生徒の評価を観点別評価で行うこととなりました。学校現場からは 3 つの観点「知識・技能」、「思考・判断・表現」、「主体的に学習に取り組む態度」のうち、特に「主体的に学習に取り組む態度」の評価については、試行錯誤しながら取り組んでいる、または、これでよいのか悩んでいるという声も聞こえてきます。

沖縄県数学教育会会員（高校数学教育に携わる教師）の皆様も同様の悩みを抱えていないでしょうか。その具体的な評価方法については他に譲ることにして、ここでは「生徒が主体的に数学に取り組む」には何が必要か考えてみたいと思います。さて、私達はなぜ「数学の教師になった」のでしょうか？それは多分、私達が幼少期から高校生までの間に何らかの形で「数学（または算数）は面白い」という体験をし、それがきっかけとなり数学の魅力に取り憑かれ、その結果、数学の教師になったと推察します。このように「主体的に数学に取り組む」には「数学は面白いと感じてもらうこと」が必須だと私は考えます。是非、先生方がこれまでに味わった数学の面白さを生徒の皆さんにも味わわせて下さい。これは生徒を主体的に数学に向き合わせる突破口になると確信しています。また、生徒に数学の面白さを伝えるためには、教師自身が数学の面白さを追求することが必要であり、教師自ら学ぶ姿が生徒を主体的にさせることに繋がると考えます。是非、本研究会に参加することで、教師自身の数学に対する学びを深め、そして、生徒の「主体的に数学の学習に取り組む態度」の育成に繋げることを大いに期待いたします。

本日の『研究大会』では、3 名の先生方の研究発表があります。いずれも生徒の「主体的に学習に取り組む態度」に関連する研究発表となっています。そして、『高校数学教育を考える会』では令和 6 年度琉球大学入試問題に関して、作問や採点に携わった琉球大学の先生方から高校数学教育に対する貴重なご意見・ご助言がうかがえると思いますので、これらを持ち帰って、今後の学習指導や進路指導等に大いに役立てていただきたいと思います。

結びに、お忙しいなか、ご参加頂いた諸先生方、企画運営にご尽力下さいました役員、事務局の先生方に心より感謝申し上げます。今後とも、本研究会のさらなる活性化に向け、ご理解とご協力をお願い申し上げ挨拶といたします。

沖縄県高等学校数学教育会 第62回総会・第57回研究大会および第48回高校数学教育を考える会

1 日 程	令和6年6月25日(火)	
	受 付	13:00～
	沖数教総会	13:30～14:00 (高数教受付 13:40～)
	高校部会総会	14:10～14:40
	高校数学教育を考える会	14:50～15:50
	研究大会	16:00～17:00

2 会 場 琉球大学 50 周年記念会館

3 部会総会 (14:10～14:40) 司会：研究集会委員

(1)開会のことば 副会長 安仁屋 宗一郎(首里)

(2)会長あいさつ 会 長 前 里 哲 寿(泊)

(3)議 事 ※議長選出

①令和5年度会務報告

②令和5年度決算報告及び監査報告

③令和6年度役員(案)について

④令和6年度行事計画(案)について

⑤令和6年度予算(案)について

⑥その他

(4)閉会のことば 事務局 金 城 徹 也(小禄)

4 高校数学教育を考える会 (14:50～15:50) 司会：研究集会委員

(1)開会のことば 副会長 永 吉 和 紀(向陽)

[大学入試問題研究委員会委員長 洲 鎌 啓 祐(糸満)]

令和6年度琉球大学入試問題について

①採点者の感想と高校側への要望

②高校から大学側への要望、質疑応答

③その他

※琉球大学から参加予定の先生方 【須藤隆洋・佃 修一・林 正史】

(2)閉会のことば 副会長 玉 城 重 光(開邦)

5 研究大会(16:00～17:00) 司会：研究集会委員

(1)研究発表

村口太一(辺土名)「主体的に学ぶ意欲を向上させる数学の授業の工夫」

西銘伸悟(宜野座)「主体的に学習に取り組む態度を育むための指導と評価の工夫」

盛田彬彦(向 陽)「自律的な学習者を育成する数学の授業実践」

(2)質疑応答

(3)指導助言 山 城 康 一(琉球大学教育学部准教授)

6 大会当日の役員

総務 会 長(案) 前 里 哲 寿(泊)

副会長(案) 安仁屋 宗一郎(球 陽)

玉 城 重 光(開 邦)

永 吉 和 紀(向 陽)

事務局 金 城 徹 也(小 禄)

研究集会委員

沖縄県高等学校数学教育会会則

- 第1条 本会は沖縄県高等学校数学教育会と称す。
- 第2条 本会の事務局は原則として那覇市近郊の高等学校におく。
- 第3条 本会は沖縄県高等学校数学教育会の興隆と会員の相互親睦を図ることを目的とする。
- 第4条 本会は前条の目的を達成するために次の事業を行う。
1、数学教育に関する研究と調査
2、講習会、講演会および研修会などの開催
3、会誌の発行
4、九州数学教育会、日本数学教育学会との連携
5、その他
- 第5条 本会は沖縄県の高等学校数学教師ならびに本会の目的に賛同する者をもって組織する。
- 第6条 本会の目的を達成するために次の機関を置く。
1、総会 2、代議員会 3、理事会 4、各種委員会
- 第7条 総会は会長が召集し、年1回以上開き、次の事項を付議する。
1、代議員会の決定事項および会計監査の承認
2、本会の解散、合併またはそれに準ずる事項
3、その他重要な事項
2 総会の議事は出席者の過半数をもって決する。
- 第8条 代議員会は会長が召集し、この会則の定める事項の他、次の事項を審議決定する。
1、事業計画および予算 2、事業報告および決算
3、会則および内規の改正 4、その他理事会の起案する事項
2 代議員会の議事は出席者の過半数をもって決する。
- 第9条 理事会は会長が召集し、この会則の定める事項の他、次の事項を審議する。
1、代議員会に提案する事項
2、代議員会で決定した事項の執行
2 理事会の議事は出席者の過半数をもって決する。
- 第10条 本会に次の役員をおく。
役員の任期は1年とし、再選を妨げない。
会長 1名 副会長 3名
理事 若干名（うち1名は常任理事）
監事 3名
- 第11条 役員は代議員会において選出する。
1、会長は本会を代表し、会務を総理する。
2、副会長は会長を補佐し、会長に事故あるときは、その職務を代行する
3、理事は理事会を構成し、会務を執行する。
4、常任理事は事務局を構成する。
5、監事は本会の会計を監査する。
- 第12条 代議員は各高等学校において会員中より1名選出し、また必要に応じて会長が委嘱する。代議員は代議員会を構成する。
- 第13条 本会の会計年度は、4月1日に始まり、翌年3月31日に終わる。
- 第14条 本会の経費は、会費、補助金、およびその他の収入を持ってこれに充てる。
- 第15条 本会の会員は、会費を納入するものとする。
- 第16条 この会則の施行についての細則は、代議員会において決定する。

付 則
この会則は、1967年4月1日より施行する。
一部改正 平成17年4月1日

令和 5 年度 沖縄県高等学校数学教育会 会務報告

令和 5 年

4月14日 第1回 沖数教事務局長会（首里高校）

・令和5年度役員、年間行事計画、会誌50号、総会の持ち方、九数教(熊本)大会等について

4月25日 第1回 高数教役員会（南風原高校）

・令和5年度役員、年間行事計画、会誌59号の発行等について

5月11日 第1回 高数教理事会・代議員会（書面会議）

5月12日 第1回 沖数教役員会（首里高校）

・令和5年度役員、理事会・代議員会、会誌50号、総会の持ち方、小中高合同研究会について

5月19日 第1回 高数教理事会・代議員会の書面表決〆切

6月 9日 第1回 沖数教理事会・代議員会（書面会議）

6月16日 第1回 沖数教理事会・代議員会の書面表決〆切

6月22日 令和5年度 沖縄県数学教育会総会 第50回総会（琉球大学50周年記念館）

令和5年度 沖縄県高等学校数学教育会 第61回総会

第47回 高校数学教育を考える会

令和5年度琉球大学入試問題について（県内各校より38名参加）

琉球大学【伊藤 雅彦・千原 浩之・山城 康一・菅 修一】

令和5年度 第56回研究大会

発表者【小松 真澄・阿嘉 博之・田中 千大】

7月24日 会誌第59号「高校数学教育」発行

7月26日 第77回 九州数学教育会総会並びに九州算数・数学教育研究（熊本）大会

～28日 発表者 小松 真澄 先生（本部高等学校）

『自ら考える力を育む「データの分析」の授業づくり』

～PPDACサイクルを活用した教科等横断的な取り組みを通して（第2学年）～

阿嘉 博之 先生（美里高等学校）

『数学的活動を円滑に進めるための授業の工夫』

～「三角比」におけるQuizizzと思考ツールの活用を通して～

田中 千大 先生（読谷高等学校）

『知識を活用する力と数学的な表現を用いて説明する力を育む協調学習の授業づくり』

～反転学習とジグソー法の手法を用いた学習活動を通して～

指導助言者：山城 康一 先生（琉球大学教育学部准教授）

10月 5日 第2回 沖数教役員会（首里高校）

・九州大会報告について、小中高合同研究会について、沖数教50周年記念事業について

10月14日 第2回 沖数教理事会・代議員会（書面会議）

10月23日 第2回 沖数教理事会・代議員会の書面表決〆切

11月17日 第47回 小中高合同研究会（教育センター）参加者 40名

（小 6名、中 12名、高 20名、その他 2名）

※公開授業（動画）を視聴し、授業研究会を行い、その後研究会を実施した。

授業者：盛田 彬彦 先生（向陽高等学校教諭） ※動画

単元名：「数列」（3年生）

指導助言者：山城 康一（琉球大学教育学部准教授）

研修会

演題：「GIGAスクール構想全般について」

講師：外間 学、高良 正輝（県立学校教育課教育DX推進室）

12月 2日 九数教事務局長会議・理事会・代表委員会（web 会議）

類比方式による数学ⅠA問題集編集会議（web 会議）

算数・数学教育研修会並びに代表委員会

・九州数学教育会総会並びに算数・数学教育研究会（熊本）大会報告

・九数教（大分）大会に向けて

12月13日 沖縄県数学教育会50周年記念講演会

場所：教育センター

講師：工藤 勇一（学校法人堀井学園 横浜創英中学校・高等学校校長）

演題：「社会の変化とこれからの学校教育 ～主体性と当事者意識～」

参加人数 88名

（小 6名、中 14名、高 34名、特支 6名、その他 28名）

令和6年

2月 1日 第3回 沖数教役員会（首里高校）

2月 5日 第3回 沖数教理事会・代議員会（書面会議）

2月19日 第2回 沖数教理事会・代議員会の書面表決〆切

3月 下旬 第1回 大学入試問題研究委員会（第2回4月下旬予定）

令和5年度 沖縄県高等学校数学教育会 決算

収入	支出	残金
1, 336, 595	690, 332	646, 263

収入の部

項	目	科 目	予 算 額	決算額	△未・過収入額	説 明
1	1	学 校 分 担 金	250, 000	246, 859	△ 3, 141	分担金+会費
	2	会 費				
	3	繰 越 金	872, 728	872, 728	0	前年度からの繰越
	4	補 助 金	10, 000	3, 000	△ 7, 000	九数教からの補助 (類比問題集研究費)
	5	協 賛 金	160, 000	150, 000	△ 10, 000	管理職等からの協賛金(15名)
	6	雑 収 入	50, 000	64, 000	14, 000	基礎問題集編集委5万 払戻金1万4千
	7	通 帳 利 息	8	8	0	
計			1, 342, 736	1, 336, 595	△ 6, 141	

支出の部

項	目	科 目	予 算 額	決 算 額	残 額	説 明
1		運 営 費	85, 000	72, 000	13, 000	
	1	庶 務 費	10, 000	0	10, 000	通信費、消耗品費
	2	会 議 費	3, 000	0	3, 000	会議、大会運営費
	3	手 当	46, 000	46, 000	0	事務局4万+監査2千×3
	4	沖 数 教 会 費	26, 000	26, 000	0	振込は3項の沖数教分担金とまとめて行った
2		事 務 費	365, 000	304, 340	60, 660	
	1	研究発表補助費	45, 000	60, 000	△ 15, 000	九州大会 発表補助3名(1万円×3) 参加補助6名(5千円×6)
	2	派 遣 費	225, 000	152, 150	72, 850	九州大会派遣費 (会長、指導助言者)
	3	講習・講演会費	5, 000	0	5, 000	
	4	委員会活動費	25, 000	25, 000	0	沖数教手当3名 入試問題検討など
	5	研究調査補助費	5, 000	0	5, 000	
	6	支部活動補助費	0	0	0	
	7	会 誌 発 行 費	60, 000	67, 190	△ 7, 190	会誌印刷費(53, 350) 郵送費(13, 840)
3		九 数 教 分 担 金	270, 000	270, 550	△ 550	振込手数料550
4		雑 費	0	1, 782	△ 1, 782	琉大教授手土産
5		全国大会運営委員・ 発表者参加費	0	0	0	
6		九数教沖縄大会積立費	5, 000	5, 000	0	
7		予 備 費	617, 736	36, 660	581, 076	九州大会発表者補填(14, 130) 九州大会事務局補填(22, 530)
計			1, 342, 736	690, 332	652, 404	

監査報告書

沖縄県高等学校数学教育会

会長 西 原 誠 殿

令和 5 年度沖縄県高等学校数学教育会の会計監査の結果を下記の通り報告します。

記

会計監査は、金銭出納簿、証書書類および預金通帳によって実施した。

1. 証書類は、金銭出納簿の通り整理されていた。
2. 残高 646,263円 は、琉球銀行小禄支店普通預金口座 205-278に
預金されていることを確認した。
3. 九数教沖縄大会通帳として、琉球銀行小禄支店普通預金口座 470-560に
金額 2,772,592円 が預金されていることを確認した。
(※前年度繰越金 1,042,867円 に利息 17 円。診断テスト委員会残金 1,724,708 円。
高数教より積立金 5,000円)

以上、監査の結果、異常を認めない。

令和6年 3 月 28 日 (木)

沖縄県高等学校数学教育会

監査委員

仲 座 真 紀

知 石 勝 史

前 泊 聖 子

令和6年度 沖縄県高等学校数学教育会役員(案)

高数教三役

高数教	名前	勤務先	備考
会長	前里哲寿	泊	校長
副会長	安仁屋宗一郎	球陽	教頭
	玉城重光	開邦	
	永吉和紀	向陽	
事務局	金城徹也	小禄	教諭
庶務	狩俣和也	小禄	
会計	新垣比呂人	小禄	

高数教理事

高数教	名前	勤務先	備考
理事	各種委員会	洲鎌啓祐	大学入試問題研究委員長
		玉城 佑	基礎問題集編集委員会委員長
		真栄田義尚	研修集会委員長
		日高輝忠	特別委員会委員長
	冲数教	西村松太朗	冲数教事務局
	校長	仲地範禮	
		喜久本直貴	
		前三盛英明	
		宮城竜幸	
		伊志嶺嘉典	
		金城伸子	
		金城栄一	
		金城達也	
	教頭	宮城広行	
		金城昭人	
		真壁義隆	
		高原香織	
		新井孝雄	
		真喜屋篤	
		知念 諭	
		川添貴司	
理事	行政	半嶺 満	教育長
		崎間恒哉	教育指導統括監
		上江洲寿	働き方改革推進課課長
		金城正樹	保健体育課課長
		山城芳則	県立学校人事管理監
		金城順也	総務課
		渡嘉敷真吾	学校人事課
		新垣公崇	県立学校教育課
		花城健彰	県立学校教育課
		湧川泰成	県立学校教育課
		津嘉山誠	生涯学習振興課
		生島英輝	教育センター
		宮里恵太	
		末吉 敦	
		知念豪一郎	
		津波古章吾	離島児童生徒支援センター
		西原 誠	

冲数教役員(高数教選出)

冲数教	名前	勤務先	備考
副会長	前里哲寿	泊	校長
理事	宮城竜幸	宜野湾	校長
	伊志嶺嘉典	首里東	
	金城栄一	糸満	
代議員	安仁屋宗一郎	球陽	教頭
	金城昭人	北中城	
	高原香織	浦添商業	
	玉城重光	開邦	
	永吉和紀	向陽	
	金城順也	総務課	教育庁
	新垣公崇	県立学校教育課	
監査	上江洲隆	読谷	教諭

各種委員会

大学入試 問題研究 委員会	◎洲鎌啓祐	糸満	田口清陽	沖縄水産
	石川吉幸	宮古	下里幸司	宮古工業
	屋富祖直	那覇西	平良秀史	那覇
	米吉亮一	向陽	金城裕介	向陽
	徳門 潔	首里	金城匡志	那覇商業
	◎玉城 佑	那覇国際	垣花康夫	開邦
基礎問題集 編集委員会	平田直樹	浦添	安座間淳	西原
	城間直美	浦添		
	◎真栄田義尚	浦添商	大城貴洋	那覇西
研究集会 委員会	新城拳聖	西原	禰保研光	宜野湾
	金城裕介	向陽		
特別委員会 (観点別評価) (1人1台端末)	◎日高輝忠	北谷	豊里力也	コザ
	砂川真木	知念	松元 輝	八重山
	神谷百恵	北中城	小波津哲也	豊見城
	西村松太朗	首里	大城 愛	南風原
	池間昌也	球陽	石川 睦	嘉手納

高数教監査

監事	知名勝史	首里東
	仲座真紀	那覇工業
	前泊聖子	豊見城南

令和6年度 行事計画（案）

1. 会員の各種委員会での教育研究活動および親睦
2. 沖数教・九数教・日数教との連携および活動

月	行事予定	説明
4	4/11(木) 第1回沖数教事務局長会 4/22(月) 第1回高数教役員会	17:30 ～ 首里高校 17:00 ～ 泊高校
5	5/10(金) 第1回理事・代議員会 5/9(木) 第1回沖数教役員会	書面会議 17:30 ～ 首里高校
6	第1回沖数教理事会・代議員会 6/25(火) 沖数教 第51回総会 高数教 第62回総会 高校数学教育を考える会 高数教 第57回研究大会 第2回沖数教役員会	6月上旬 書面会議 例年6月下旬頃(期末考査期間) 場所：琉球大学50周年記念館
7	7/29(月)～31(水) 第78回九数教（大分）大会	沖縄県高等学校部会発表者 辺土名高校 村口 太一 先生 宜野座高校 西銘 伸悟 先生 向陽高校 盛田 彬彦 先生
8	8/1(木)～2(金) 第106回全国算数数学教育研究（大阪）大会 第1回小中高合同準備委員会	【会誌第60号発行予定】
9		
10	10/3(木) 第3回沖数教役員会 10/17(木) 第2回沖数教理事会・代議員会 第2回小中高合同準備委員会	17:30 ～ 首里高校
11	小中高合同研究会（11月予定） 九数教理事・代議員会（下旬）	研究授業中学部会が実施予定
12		
1		
2	2/6(木) 第4回沖数教役員会 2/13(木) 第3回沖数教理事会	17:30 ～ 首里高校
3	大学入試問題研究委員会（下旬）	

※その他必要に応じて役員会予定

令和6年度 沖縄県高等学校数学教育会 予算（案）

収入の部

項 目	科 目	予 算 額	前年度予算額	増 △減	説 明
1	1 学 校 分 担 金	250,000	250,000	0	分担金+会費
	2 会 費				
	3 繰 越 金	646,263	872,728	△ 226,465	前年度からの繰越
	4 補 助 金	10,000	10,000	0	九数教からの補助 (類比問題集研究費)
	5 協 賛 金	200,000	160,000	40,000	管理職からの協賛金(20名)
	6 雑 収 入	50,000	50,000	0	基礎問題集編集委5万
	7 通 帳 利 息	8	8	0	
計		1,156,271	1,342,736	△ 186,465	

支出の部

項 目	科 目	予 算 額	前年度予算額	増 △減	説 明
1	運 営 費	85,000	85,000	0	
	1 庶 務 費	10,000	10,000	0	通信費 消耗品費
	2 会 議 費	3,000	3,000	0	会議 大会運営費
	3 手 当	46,000	46,000	0	事務局4万+監査2千×3
	4 沖 数 教 会 費	26,000	26,000	0	沖数教への会費
2	事 務 費	315,000	365,000	△ 50,000	
	1 研究発表補助費	60,000	45,000	15,000	九州大会 発表補助3名(1万円×3) 参加補助6名(5千円×6)
	2 派 遣 費	160,000	225,000	△ 65,000	九州大会派遣費 (会長、指導助言者)
	3 講習・講演会費	5,000	5,000	0	
	4 委員会活動費	25,000	25,000	0	各種委員会手当3名
	5 研究調査補助費	5,000	5,000	0	
	6 支部活動補助費	0	0	0	
	7 会 誌 発 行 費	60,000	60,000	0	会誌発行費、郵送費
3	九 数 教 分 担 金	270,000	270,000	0	
4	雑 費	0	0	0	
5	全国大会運営委員・ 発表者参加費	0	0	0	
6	九数教沖縄大会積立費	5,000	5,000	0	
7	予 備 費	481,271	617,736	△ 136,465	
計		1,156,271	1,342,736	△ 186,465	

※九州大会発表者3名、全国大会参加者1名分の旅費は県費対応

令和6年度

第48回高校数学教育を考える会 (沖縄県高等学校数学教育会・琉球大学)

目次

令和6年度	琉球大学入試試験問題についての感想と質問 (高数教 大学入試問題検討委員会)	
前期日程	甲	1 1
前期日程	乙	1 2
後期日程		1 3
令和6年度	琉球大学入試問題 解答例 (高数教 大学入試問題検討委員会)	
前期日程	甲	1 4～1 9
前期日程	乙	2 0～2 4
後期日程		2 5～2 9

令和6年度(2024)琉球大学入試問題(前期・甲)に関する質問事項

問題 番号	範囲	分野	難易 度	質問事項
1 問1 問2 問3	数Ⅲ 数Ⅲ 数Ⅲ	微分法 微分法 積分法	標準 標準 難	・問3は、問われていることは単純であるものの計算量が多いので、答にたどり着けない受験生もいたのではないかと。
2 問1 問2	数Ⅲ 数Ⅲ	微分法 微分法	標準 標準	・入試問題として頻出の標準的な内容であり、基礎力を測れる問題だった。
3 問1 問2	数Ⅲ 数Ⅲ	複素数平面 複素数平面	標準 標準	・授業などで見ていると、複素数の絶対値や共役などを扱う式変形を苦手とする生徒が多いと感じる。正答率はどうだったか。
4 問1 問2 問3	数A 数B 数Ⅲ	確率 数列 極限	易 標準 標準	・確率漸化式の問題であったが、誘導が丁寧だったので解きやすいと感じた。
全体 ・ 1 の問3では、複雑な計算を最後までやり切る力を問う事を意図しているか。				

(注：易・標準・難は教科書レベルにおいて)

令和 6 年度（2024）琉球大学入試問題（前期・乙）に関する質問事項

問題 番号	範囲	分野	難易 度	質 問 事 項
1 問 1 問 2 問 3	数 A 数 II 数 B	整数 複素数と 方程式 ベクトル	易 易 標準	・問 3 は三角関数の加法定理や実数の大小評価など 色々な基礎知識を複合する力が必要となるよう工夫 された問題だった。授業で見ていると、特に実数の大 小評価が苦手な生徒が多いが、記述はどの程度できて いたか。
2 問 1 問 2	数 II 数 II	図形と 方程式 積分法	標準 標準	・問 1 で「円と放物線の方程式から x^2 を消去して得ら れる y の 2 次方程式の判別式 D を 0 とする」という 方針をとれる受験生はどの程度いると想定していた か。また実際、どの程度いたか。
全体 ・易しい問題から始まって 1 問ごとに難しくなっていくので、受験生の力を測りやすい構 成だったと感じた。				

（注：易・標準・難は教科書レベルにおいて）

令和 6 年度（2024）琉球大学入試問題（後期）に関する質問事項

問題 番号	範囲	分野	難易 度	質問事項
1				
問 1	数Ⅲ	微分法	標準	・問 3 は計算量がかなり多く、答にたどり着けない受験生もいたのではないかな。
問 2	数Ⅲ	微分法	標準	
問 3	数Ⅲ	微分法	難	
2				
問 1	数Ⅲ	積分法	標準	・誘導が丁寧で、三角関数や積分の基礎知識が互いに関連していく良問だった。
問 2	数Ⅱ	三角関数	標準	
問 3	数Ⅲ	積分法	標準	
3				
問 1	数 B	数列	標準	・隣接 3 項間漸化式の問題であるが、階差数列の誘導があって解きやすいと感じた。
問 2	数 B	数列	標準	
問 3	数 B	数列	標準	
4				
問 1	数 A	確率	易	・問 3 は、くじの引き方を○×の順列に置き換える発想の柔軟性が求められる良問だった。 ・問 3 を 2 ～ 8 番目それぞれの確率をすべて求めて最大値を答える「総当たり」で解く受験生はいたか。
問 2	数 A	確率	易	
問 3	数 A	確率	標準	
全体				
・全体的に誘導が丁寧で、解きやすいと感じた。				
・ 1 の問 3 では、複雑な計算を最後までやり切る力を問う事を意図しているか。				

（注：易・標準・難は教科書レベルにおいて）

1 a を正の実数とする。曲線 $y = \log x$ の点 $(a, \log a)$ における接線を l_1 、点 $(2a, \log 2a)$ における接線を l_2 とする。

次の問いに答えよ。(50点)

問1 接線 l_1 の方程式を求めよ。

問2 l_1 と l_2 の交点の座標を求めよ。

問3 曲線 $y = \log x$ と直線 l_1 、 l_2 で囲まれた図形の面積を $S(a)$ とする。 $\frac{S(a)}{a}$ を求めよ。

解答

問1 $y' = \frac{1}{x}$ より、 l_1 の方程式は $y - \log a = \frac{1}{a}(x - a)$

$$\text{すなわち } y = \frac{1}{a}x - 1 + \log a$$

問2 l_1 と同様に l_2 の方程式を求めると $y = \frac{1}{2a}x - 1 + \log 2a$

方程式 $\frac{1}{a}x - 1 + \log a = \frac{1}{2a}x - 1 + \log 2a$ を解くと

$$\frac{1}{2a}x = \log 2$$

$$x = 2a \log 2$$

これを l_1 の方程式に代入して $y = \frac{1}{a} \cdot 2a \log 2 - 1 + \log a = 2 \log 2 + \log a - 1 = \log 4a - 1$

よって、求める交点の座標は $(2a \log 2, \log 4a - 1)$

問3 $A(a, \log a)$, $B(2a, \log 2a)$,
 $C(0, \log a)$, $D(0, \log 2a)$,
 $P(2a \log 2, \log 4a - 1)$, $Q(0, \log 4a - 1)$
 とする。

$y = \log x$ を変形すると $x = e^y$ で、常に $x > 0$ である。

よって、台形 ACQP, 台形 PQDB の面積をそれぞれ

S_1 , S_2 とすると

$$S(a) = \int_{\log a}^{\log 2a} e^y dy - S_1 - S_2$$

が成り立つ。

ここで、

$$\int_{\log a}^{\log 2a} e^y dy = \left[e^y \right]_{\log a}^{\log 2a} = e^{\log 2a} - e^{\log a} = 2a - a = a$$

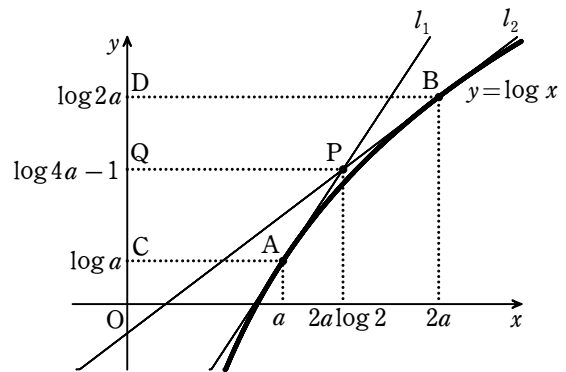
$$S_1 = \frac{1}{2}(a + 2a \log 2)(\log 4a - 1 - \log a) = \frac{a}{2}(1 + 2 \log 2)(2 \log 2 - 1) = \frac{a}{2}\{4(\log 2)^2 - 1\}$$

$$S_2 = \frac{1}{2}(2a \log 2 + 2a)(\log 2a - (\log 4a - 1)) = \frac{a}{2}(2 \log 2 + 2)(1 - \log 2) = \frac{a}{2}\{2 - 2(\log 2)^2\}$$

$$\text{これより } S(a) = a - \frac{a}{2}\{4(\log 2)^2 - 1\} - \frac{a}{2}\{2 - 2(\log 2)^2\}$$

$$\text{よって } \frac{S(a)}{a} = 1 - \frac{1}{2}\{4(\log 2)^2 - 1\} - \frac{1}{2}\{2 - 2(\log 2)^2\}$$

$$= 1 - \frac{1}{2}\{4(\log 2)^2 - 1 + 2 - 2(\log 2)^2\}$$



$$= 1 - \frac{1}{2} \{2(\log 2)^2 + 1\}$$

$$= \frac{1}{2} - (\log 2)^2$$

参考

問3は
$$S(a) = \int_a^{2a \log 2} \left\{ \left(\frac{1}{a}x - 1 + \log a \right) - \log x \right\} dx + \int_{2a \log 2}^{2a} \left\{ \left(\frac{1}{2a}x - 1 + \log 2a \right) - \log x \right\} dx$$

$$= \int_a^{2a \log 2} \left(\frac{1}{a}x - 1 + \log a \right) dx + \int_{2a \log 2}^{2a} \left(\frac{1}{2a}x - 1 + \log 2a \right) dx - \int_a^{2a} \log x dx$$

を計算することによっても求められる。

2 a を実数とし, $f(x) = x^2 - \frac{1}{x} + a$ とする。次の問いに答えよ。(50点)

問1 曲線 $y = f(x)$ の点 $(t, f(t))$ における接線の方程式を求めよ。

問2 原点 O から曲線 $y = f(x)$ にちょうど2本の接線が引けるような a の値を求めよ。

解答

問1 $f'(x) = 2x + \frac{1}{x^2}$ であるから, 求める接線の方程式は $y - \left(t^2 - \frac{1}{t} + a\right) = \left(2t + \frac{1}{t^2}\right)(x - t)$

$$\text{すなわち } y = \left(2t + \frac{1}{t^2}\right)x - t^2 - \frac{2}{t} + a$$

問2 問1で求めた接線が原点 O を通るとき, $0 = -t^2 - \frac{2}{t} + a$

$$\text{すなわち } t^2 + \frac{2}{t} = a$$

$g(t) = t^2 + \frac{2}{t}$ とおく。2つのグラフ $y = g(t)$, $y = a$ の異なる共有点の個数がちょうど2個となるような a の値を求めればよい。

$$g'(t) = 2t - \frac{2}{t^2} = \frac{2(t^3 - 1)}{t^2} = \frac{2(t-1)(t^2 + t + 1)}{t^2}$$

$$t^2 + t + 1 = \left(t + \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{3}{4} > 0 \text{ より,}$$

$g(t)$ の増減は右の表のようになる。

また,

$$\lim_{t \rightarrow -\infty} g(t) = \infty, \quad \lim_{t \rightarrow -0} g(t) = -\infty, \quad \lim_{t \rightarrow +0} g(t) = \infty, \quad \lim_{t \rightarrow \infty} g(t) = \infty$$

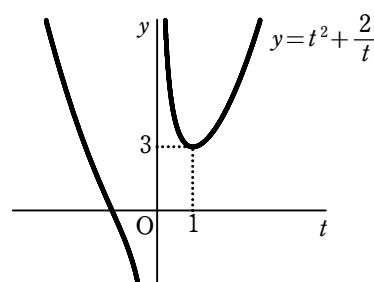
よって, $y = g(t)$ のグラフは右の図のようになる。

このグラフと $y = a$ のグラフの異なる共有点の個数が2個となるのは

$$a = 3$$

のときのみであるから, 求める a の値は $a = 3$

t	...	0	...	1	...
$g'(t)$	-	/	-	0	+
$g(t)$	↘	/	↘	3	↗



3 z を複素数で $|z-1|=\sqrt{2}$ をみたすものとし, $w=z+\frac{1}{z}$ とする。次の問いに答えよ。(50点)

問1 $\left|\frac{1}{z}+1\right|^2=2$ であることを示せ。

問2 $|w-2||w+2|=4$ であることを示せ。

解答

問1 $z \neq 0$ より, $|z-1|=\sqrt{2}$ の両辺を $|z|$ で割って $\left|1-\frac{1}{z}\right|=\frac{\sqrt{2}}{|z|}$

$$\begin{aligned} \text{両辺を 2 乗して} \quad & \left|1-\frac{1}{z}\right|^2=\frac{2}{|z|^2} \\ & \left(1-\frac{1}{z}\right)\overline{\left(1-\frac{1}{z}\right)}=\frac{2}{|z|^2} \\ & \left(1-\frac{1}{z}\right)\left(1-\frac{1}{\bar{z}}\right)=\frac{2}{|z|^2} \\ & 1-\frac{1}{z}-\frac{1}{\bar{z}}+\frac{1}{|z|^2}=\frac{2}{|z|^2} \\ & \frac{1}{|z|^2}+\frac{1}{z}+\frac{1}{\bar{z}}=1 \\ & \left(\frac{1}{z}+1\right)\overline{\left(\frac{1}{z}+1\right)}-1=1 \\ & \left(\frac{1}{z}+1\right)\overline{\left(\frac{1}{z}+1\right)}=2 \end{aligned}$$

$$\text{よって} \quad \left|\frac{1}{z}+1\right|^2=2$$

別解

$$\text{問1} \quad (\text{左辺})=\left|\frac{1}{z}+1\right|^2=\left(\frac{1}{z}+1\right)\overline{\left(\frac{1}{z}+1\right)}=\left(\frac{1}{z}+1\right)\left(\frac{1}{\bar{z}}+1\right)=\frac{1}{|z|^2}+\frac{1}{z}+\frac{1}{\bar{z}}+1$$

ここで, $z \neq 0$ より

$$|z-1|=\sqrt{2} \text{ の両辺を } |z| \text{ で割って } \left|1-\frac{1}{z}\right|=\frac{\sqrt{2}}{|z|}$$

$$\begin{aligned} \text{両辺を 2 乗して} \quad & \left|1-\frac{1}{z}\right|^2=\frac{2}{|z|^2} \\ & \left(1-\frac{1}{z}\right)\overline{\left(1-\frac{1}{z}\right)}=\frac{2}{|z|^2} \\ & \left(1-\frac{1}{z}\right)\left(1-\frac{1}{\bar{z}}\right)=\frac{2}{|z|^2} \\ & 1-\frac{1}{z}-\frac{1}{\bar{z}}+\frac{1}{|z|^2}=\frac{2}{|z|^2} \\ & \frac{1}{|z|^2}+\frac{1}{z}+\frac{1}{\bar{z}}=1 \end{aligned}$$

したがって,

$$(\text{左辺})=\frac{1}{|z|^2}+\frac{1}{z}+\frac{1}{\bar{z}}+1=1+1=2=(\text{右辺})$$

$$\text{以上より} \quad \left|\frac{1}{z}+1\right|^2=2$$

問2 $(w-2)(w+2)=w^2-4$

$$=\left(z+\frac{1}{z}\right)^2-4$$

$$=z^2-2+\frac{1}{z^2}=\left(z-\frac{1}{z}\right)^2$$

$$\text{ここで } (z-1)\left(\frac{1}{z}+1\right)=1+z-\frac{1}{z}-1=z-\frac{1}{z}$$

$$\text{よって } (w-2)(w+2)=\left(z-\frac{1}{z}\right)^2=(z-1)^2\left(\frac{1}{z}+1\right)^2 \text{ が成り立つ。}$$

$$|z-1|^2=2, \quad \left|\frac{1}{z}+1\right|^2=2 \text{ であるから}$$

$$|w-2||w+2|=|z-1|^2\left|\frac{1}{z}+1\right|^2=2\cdot 2=4$$

参考

2 点 $(-a, 0)$, $(a, 0)$ からの距離の積が a^2 である点の軌跡は

レムニスケート(連珠形) と呼ばれ, ∞ のような形の曲線となる。

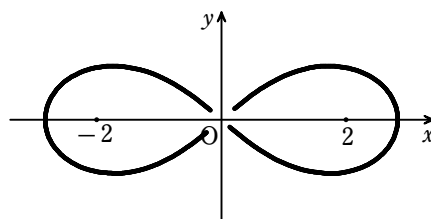
$$\text{方程式は } (x^2+y^2)^2-2a^2(x^2-y^2)=0$$

$$\text{極方程式は } r^2=2a^2\cos 2\theta$$

この問における点 w の軌跡は $a=2$ の場合のレムニスケート (右図) となる。

なお一般に, 2 定点からの距離の積が一定である点の軌跡は

カッシーニの卵形線 と呼ばれる。



GeoGebraによる作図

点 z , $\frac{1}{z}$, $w=z+\frac{1}{z}$ の

動きのシミュレーション



- 4 白玉 1 個が入った袋 A と、白玉 2 個と赤玉 2 個が入った袋 B がある。袋 B から無作為に玉を 1 個取り出し、袋 A に入っている玉と交換する。この試行を繰り返す。 n 回試行を繰り返した後に、袋 A に入っている玉が白である確率を p_n とする。次の問いに答えよ。(50 点)

問1 p_1 を求めよ。

問2 p_{n+1} を p_n の式で表せ。

問3 $\lim_{n \rightarrow \infty} p_n$ を求めよ。

解答

問1 p_1 は白玉 2 個と赤玉 2 個が入った袋 B から白玉を取り出す確率なので、 $p_1 = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$

問2 p_{n+1} は、次の (i) または (ii) が起こる確率である。

(i) n 回目の試行を終了した時点で袋 A に白玉 1 個、袋 B に白玉 2 個と赤玉 2 個が入っていて、この袋 B から $n+1$ 回目の試行で白玉を取り出す。

(ii) n 回目の試行を終了した時点で袋 A に赤玉 1 個、袋 B に白玉 3 個と赤玉 1 個が入っていて、この袋 B から $n+1$ 回目の試行で白玉を取り出す。

$$\text{よって } p_{n+1} = p_n \cdot \frac{2}{4} + (1 - p_n) \cdot \frac{3}{4}$$

$$\text{すなわち } p_{n+1} = -\frac{1}{4}p_n + \frac{3}{4}$$

問3 問2の結果を変形して $p_{n+1} - \frac{3}{5} = -\frac{1}{4}\left(p_n - \frac{3}{5}\right)$

これより、数列 $\left\{p_n - \frac{3}{5}\right\}$ は初項 $p_1 - \frac{3}{5} = \frac{1}{2} - \frac{3}{5} = -\frac{1}{10}$ 、公比 $-\frac{1}{4}$ の等比数列であるから

$$p_n - \frac{3}{5} = -\frac{1}{10}\left(-\frac{1}{4}\right)^{n-1}$$

$$\text{よって } p_n = -\frac{1}{10}\left(-\frac{1}{4}\right)^{n-1} + \frac{3}{5}$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(-\frac{1}{4}\right)^{n-1} = 0 \quad \text{より, } \lim_{n \rightarrow \infty} p_n = \frac{3}{5}$$

1 次の問いに答えよ。(50点)

問1 2024 の正の約数の総和を求めよ。

問2 4 乗すると 1 になる複素数をすべて求めよ。

問3 大きさ 1 のベクトルが 2 つあり、そのなす角は 75° である。このとき、この 2 つのベクトルの内積と $\frac{1}{4}$ はどちらが大きいか答えよ。

解答

問1 $2024 = 2^3 \cdot 11 \cdot 23$

よって、2024 の正の約数の総和は

$$(1+2+2^2+2^3)(1+11)(1+23) = 15 \cdot 12 \cdot 24 = 4320$$

問2 $x^4 = 1$ を解くと

$$x^4 - 1 = 0$$

$$(x^2 + 1)(x^2 - 1) = 0$$

$$(x + i)(x - i)(x + 1)(x - 1) = 0$$

$$x = \pm i, \pm 1$$

よって、求める複素数は $\pm i, \pm 1$

問3 与えられた 2 つのベクトルを $\vec{a}$, $\vec{b}$ とすると、

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| |\vec{b}| \cos 75^\circ = 1 \cdot 1 \cdot \cos 75^\circ = \cos 75^\circ$$

$$\text{ここで } \cos 75^\circ = \cos(30^\circ + 45^\circ) = \cos 30^\circ \cos 45^\circ - \sin 30^\circ \sin 45^\circ$$

$$= \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} - \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$= \frac{\sqrt{3} - 1}{2\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{6} - \sqrt{2}}{4}$$

$\sqrt{6} - \sqrt{2}$ と 1 の大小を比べる。2 乗の差を取って

$$(\sqrt{6} - \sqrt{2})^2 - 1^2 = (8 - 4\sqrt{3}) - 1 = 7 - 4\sqrt{3} = \sqrt{49} - \sqrt{48} > 0$$

$$\text{よって } (\sqrt{6} - \sqrt{2})^2 > 1^2$$

$$\sqrt{6} - \sqrt{2} > 0, \quad 1 > 0 \quad \text{だから} \quad \sqrt{6} - \sqrt{2} > 1$$

$$\text{よって } \frac{\sqrt{6} - \sqrt{2}}{4} > \frac{1}{4}$$

$$\text{すなわち } \vec{a} \cdot \vec{b} > \frac{1}{4}$$

- 2 xy 平面上で、中心が点 $P(0, 2)$ で半径が 1 の円と、放物線 $y = x^2 + a$ (a は定数) が、異なる 2 点で接している。ただし、円と放物線がある点で接するとは、その点における円の接線と放物線の接線が一致することであり、その点を接点という。次の問いに答えよ。(50 点)

問1 a の値を求めよ。

問2 2 つの接点を A, B とする。ただし、 A の x 座標は B の x 座標より小さいとする。線分 PA, PB と放物線で囲まれた図形の面積を求めよ。

解答

問1 円の方程式は $x^2 + (y - 2)^2 = 1$

放物線の方程式を変形して $x^2 = y - a$

これを円の方程式に代入すると $(y - a) + (y - 2)^2 = 1$

整理して $y^2 - 3y + 3 - a = 0 \dots \textcircled{1}$

与えられた円と放物線が異なる 2 点で接するための必要十分条件は、

y の 2 次方程式 $\textcircled{1}$ が重解を持つことである。……(*)

$\textcircled{1}$ の判別式を D とすると $D = (-3)^2 - 4(3 - a) = 4a - 3$

$D = 0$ となればよいから $a = \frac{3}{4}$

(*) について

円と放物線が異なる 2 点で接する状況を考えるため、 $a < 1$ とする。

$a = \frac{3}{4}$ で $D = 0$ となり、 $\textcircled{1}$ は重解 $\frac{3}{2}$ をもつ。

GeoGebra

リンク



このときの円と放物線の共有点は 2 点 $\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}, \frac{3}{2}\right), \left(\frac{\sqrt{3}}{2}, \frac{3}{2}\right)$ である。これを A, B とする。

また、 $\frac{3}{4} < a < 1$ で $D > 0$ となり、 $\textcircled{1}$ は異なる 2 つの実数解をもつ。これを y_1, y_2 ($y_1 < y_2$) とおく。

このとき円と放物線は異なる 4 点で交わる。その交点を

$C(-x_1, y_1), D(-x_2, y_2), E(x_1, y_1), F(x_2, y_2)$ ($0 < x_1 < x_2$)

とする。これらはすべて円の下半分、曲線 $y = 2 - \sqrt{1 - x^2}$ 上の点である。

$f(x) = x^2 + a, g(x) = 2 - \sqrt{1 - x^2}$ とする。

直線 EF の傾きを m とすると、平均値の定理より

$$m = \frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1} = f'(\xi), \quad x_1 < \xi < x_2$$

を満たす ξ が存在する。

ここで $a \rightarrow \frac{3}{4} + 0$ とすると、 $x_1 \rightarrow \frac{\sqrt{3}}{2}, x_2 \rightarrow \frac{\sqrt{3}}{2}$ より $\xi \rightarrow \frac{\sqrt{3}}{2}$

よって $m \rightarrow f'\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$ が成り立つ。

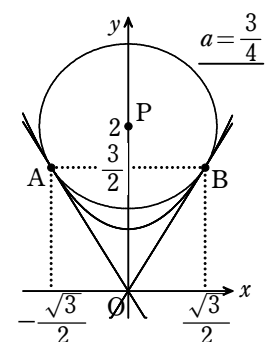
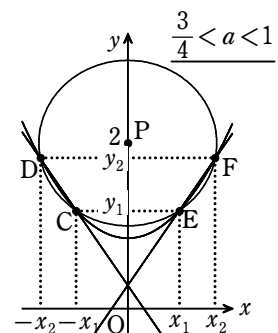
さらに、 E, F は放物線と円の交点だから、 $\frac{3}{4} < a < 1$ で常に

$$f(x_1) = g(x_1), \quad f(x_2) = g(x_2)$$

が成り立つ。よって同様の議論により $m \rightarrow g'\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$ が成り立つ。

$f'(x), g'(x)$ は連続だから、 $a = \frac{3}{4}$ のとき $f'\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right) = g'\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$ が成り立ち、

点 B における放物線と円の接線は一致するといえる。点 A における接線についても同様。



参考 一般に, 2 曲線 $x^2 = f(y)$, $x^2 = g(y)$ について

$$x^2 = f(y) \text{ の両辺を } y \text{ で微分すると } 2x \cdot \frac{dx}{dy} = f'(y)$$

$$\text{よって } x \neq 0 \text{ のとき } \frac{dx}{dy} = \frac{f'(y)}{2x}$$

$$\text{同様に } x^2 = g(y) \text{ について } \frac{dx}{dy} = \frac{g'(y)}{2x} \text{ であるから}$$

2 曲線 $x^2 = f(y)$, $x^2 = g(y)$ が点 (p, q) ($p \neq 0$) で接することと

$$f(q) = g(q) = p^2 \text{ かつ } \frac{f'(q)}{2p} = \frac{g'(q)}{2p}$$

$$\text{すなわち } f(q) = g(q) \text{ かつ } f'(q) = g'(q)$$

であることは同値である。

さらに, $h(y) = f(y) - g(y)$ において $h(y)$ が 2 次以上の多項式であるとき

$f(q) = g(q)$ かつ $f'(q) = g'(q) \iff y$ の方程式 $h(y) = 0$ は二重解 q をもつ
が成り立つ。

証明

($\Rightarrow$) $h(y) = (y - q)^2 Q(y) + ay + b$ とすると,

$$f(q) = g(q) \text{ より } h(q) = 0 \text{ だから } aq + b = 0 \dots \textcircled{1}$$

$$\text{また } h'(y) = 2(y - q)Q(y) + (y - q)^2 Q'(y) + a$$

$$f'(q) = g'(q) \text{ より } h'(q) = 0 \text{ だから } a = 0 \dots \textcircled{2}$$

$$\textcircled{1}, \textcircled{2} \text{ より } a = b = 0$$

よって $h(y) = (y - q)^2 Q(y)$ だから, 方程式 $h(y) = 0$ は二重解 q をもつ。

($\Leftarrow$) $h(y) = 0$ が二重解 q をもつとき, $h(y) = (y - q)^2 Q(y)$ と表せる。

$$\text{このとき } h(q) = 0 \text{ より } f(q) = g(q)$$

$$\text{また, } h'(y) = 2(y - q)Q(y) + (y - q)^2 Q'(y) \text{ より } h'(q) = 0 \text{ だから } f'(q) = g'(q)$$

別解 (条件「接線が一致する」から求める)

$$\text{円の方程式は } x^2 + (y - 2)^2 = 1$$

円と放物線の接点の座標を (p, q) とする。 $p = 0$ のとき 2 曲線は異なる 2 点で接しないから $p \neq 0$

$$\text{この点における円の接線の方程式は } px + (q - 2)(y - 2) = 1$$

$$\text{すなわち } px + (q - 2)y - 2q + 3 = 0 \dots \textcircled{1}$$

また放物線について, $y' = 2x$ だから点 (p, q) における接線の方程式は

$$y - q = 2p(x - p)$$

$$\text{すなわち } px - \frac{1}{2}y - p^2 + \frac{1}{2}q = 0 \dots \textcircled{2}$$

①と②が一致するときを考える。 $p \neq 0$ だから y の係数と定数項をそれぞれ比較して

$$q - 2 = -\frac{1}{2}, \quad -2q + 3 = -p^2 + \frac{1}{2}q$$

$$\text{これを解いて } p = \pm \frac{\sqrt{3}}{2}, \quad q = \frac{3}{2} \dots \textcircled{3}$$

$$\text{また, 点 } (p, q) \text{ は放物線 } y = x^2 + a \text{ 上の点であるから } q = p^2 + a$$

$$\text{この式に③の } p, q \text{ の値を代入して整理すると } a = \frac{3}{4}$$

【別解】 (条件「接線の傾きが一致する」から求める)

円と放物線の接点の座標を (p, q) とする。

この点における円の接線の方程式は $px + (q-2)(y-2) = 1$

すなわち $px + (q-2)y - 2q + 3 = 0$

$q=2$ のとき 2 曲線は異なる 2 点で接しないから $q \neq 2$

よって、点 (p, q) における円の接線のこの直線の傾きは $-\frac{p}{q-2} \dots \textcircled{3}$

また、放物線について $y' = 2x$ だから点 (p, q) における接線の傾きは $2p \dots \textcircled{4}$

円の接線の傾きと放物線の接線の傾きが一致するときを考えると、 $\textcircled{3}$ 、 $\textcircled{4}$ より、

$$-\frac{p}{q-2} = 2p$$

$p=0$ のとき 2 曲線は異なる 2 点で接しないから $p \neq 0$

$$-\frac{1}{q-2} = 2 \text{ より } q = \frac{3}{2}$$

また、点 (p, q) は円 $x^2 + (y-2)^2 = 1$ 上の点であるから、 $p^2 + (q-2)^2 = 1$ より、 $p = \pm \frac{\sqrt{3}}{2}$

点 (p, q) は放物線 $y = x^2 + a$ 上の点であるから、 $\frac{3}{2} = \frac{3}{4} + a$ より、 $a = \frac{3}{4}$

問2 $a = \frac{3}{4}$ のとき、連立方程式 $\begin{cases} y = x^2 + \frac{3}{4} \\ x^2 + (y-2)^2 = 1 \end{cases}$ を解いて $x = \pm \frac{\sqrt{3}}{2}$, $y = \frac{3}{2}$

よって、接点 A, B の座標は $A\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}, \frac{3}{2}\right)$, $B\left(\frac{\sqrt{3}}{2}, \frac{3}{2}\right)$

求める面積を S とする。

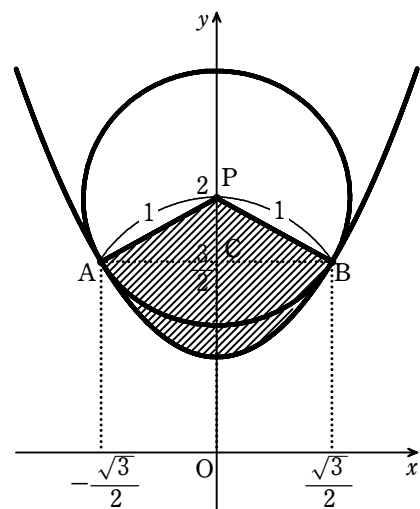
$\triangle PAB$ の面積を S_1 、直線 $y = \frac{3}{2}$ と放物線 $y = x^2 + \frac{3}{4}$ で囲まれた部分の面積を S_2 とすると $S = S_1 + S_2$

ここで、 $C\left(0, \frac{3}{2}\right)$ とすると $CP:AP:AC = \frac{1}{2}:1:\frac{\sqrt{3}}{2} = 1:2:\sqrt{3}$ より、 $\angle APC = 60^\circ$

同様に $\angle BPC = 60^\circ$ だから、 $\angle APB = 120^\circ$

$$\text{よって } S_1 = \frac{1}{2} AP \cdot BP \sin 120^\circ = \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot 1 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{\sqrt{3}}{4}$$

$$\begin{aligned} \text{また } S_2 &= \int_{-\frac{\sqrt{3}}{2}}^{\frac{\sqrt{3}}{2}} \left\{ \frac{3}{2} - \left(x^2 + \frac{3}{4} \right) \right\} dx \\ &= \int_{-\frac{\sqrt{3}}{2}}^{\frac{\sqrt{3}}{2}} \left(-x^2 + \frac{3}{2} \right) dx \\ &= - \int_{-\frac{\sqrt{3}}{2}}^{\frac{\sqrt{3}}{2}} \left(x + \frac{\sqrt{3}}{2} \right) \left(x - \frac{\sqrt{3}}{2} \right) dx \\ &= - \left(-\frac{1}{6} \right) \left\{ \frac{\sqrt{3}}{2} - \left(-\frac{\sqrt{3}}{2} \right) \right\}^3 \\ &= \frac{1}{6} (\sqrt{3})^3 \end{aligned}$$



$$= \frac{1}{6} \cdot 3\sqrt{3} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

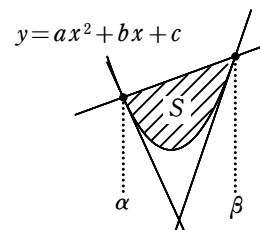
以上により, 求める面積 S は $S = S_1 + S_2 = \frac{\sqrt{3}}{4} + \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{3\sqrt{3}}{4}$

参考 右図において, 放物線と直線で囲まれた部分の面積 S を求める公式

$$S = \frac{|a|}{6} (\beta - \alpha)^3$$

を S_2 で利用すると,

$$S_2 = \frac{|1|}{6} \left\{ \frac{\sqrt{3}}{2} - \left(-\frac{\sqrt{3}}{2} \right) \right\}^3 = \frac{3\sqrt{3}}{6} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$



1 $0 < a < 1$ とし, $f(x) = x^a \log x$ ($x > 0$) とする。次の問いに答えよ。(50点)

問1 関数 $y = f(x)$ の極値を求めよ。

問2 曲線 $y = f(x)$ の変曲点を求めよ。

問3 曲線 $y = f(x)$ の変曲点における接線の y 切片を $g(a)$ とする。 $g(a)$ の最大値と, そのときの a の値を求めよ。

解答

問1 $f'(x) = ax^{a-1} \log x + x^a \cdot \frac{1}{x} = x^{a-1}(a \log x + 1)$

$$f'(x) = 0 \text{ とすると } a \log x + 1 = 0 \text{ より } x = e^{-\frac{1}{a}}$$

$$\text{また, } f\left(e^{-\frac{1}{a}}\right) = \left(e^{-\frac{1}{a}}\right)^a \log e^{-\frac{1}{a}} = e^{-1} \left(-\frac{1}{a}\right) = -\frac{1}{ea}$$

x	(0)	...	$e^{-\frac{1}{a}}$	...
$f'(x)$		-	0	+
$f(x)$		↘	$-\frac{1}{ea}$	↗

増減表により, $f(x)$ は $x = e^{-\frac{1}{a}}$ で極小値 $-\frac{1}{ea}$ をとり, 極大値はない。

問2 $f''(x) = (a-1)x^{a-2}(a \log x + 1) + x^{a-1} \cdot \frac{a}{x} = x^{a-2}\{(a-1)(a \log x + 1) + a\} = x^{a-2}\{a(a-1) \log x + 2a - 1\}$

$$f''(x) = 0 \text{ とすると } a(a-1) \log x + 2a - 1 = 0 \text{ より } x = e^{\frac{1-2a}{a(a-1)}}$$

$$\text{また, } f\left(e^{\frac{1-2a}{a(a-1)}}\right) = \left(e^{\frac{1-2a}{a(a-1)}}\right)^a \log e^{\frac{1-2a}{a(a-1)}} = \frac{1-2a}{a(a-1)} e^{\frac{1-2a}{a-1}}$$

x	(0)	...	$e^{\frac{1-2a}{a(a-1)}}$	...
$f''(x)$		+	0	-
$f(x)$			$\frac{1-2a}{a(a-1)} e^{\frac{1-2a}{a-1}}$	

よって, 変曲点は $\left(e^{\frac{1-2a}{a(a-1)}}, \frac{1-2a}{a(a-1)} e^{\frac{1-2a}{a-1}}\right)$ である。

問3 $e^{\frac{1-2a}{a(a-1)}} = c$ とする。変曲点における接線の方程式は $y = f'(c)(x - c) + f(c)$ だから,

その y 切片 $g(a)$ は $g(a) = -cf'(c) + f(c)$

$$= -c \cdot c^{a-1}(a \log c + 1) + c^a \log c$$

$$= c^a \{-(a \log c + 1) + \log c\}$$

$$= c^a \{(1-a) \log c - 1\}$$

$$= \left(e^{\frac{1-2a}{a(a-1)}}\right)^a \left\{(1-a) \cdot \frac{1-2a}{a(a-1)} - 1\right\}$$

$$= \left(\frac{2a-1}{a} - 1\right) e^{\frac{1-2a}{a-1}}$$

$$= \frac{a-1}{a} e^{\frac{1-2a}{a-1}} = \left(1 - \frac{1}{a}\right) e^{-2 - \frac{1}{a-1}}$$

$$g'(a) = \left\{ \frac{1}{a^2} + \left(1 - \frac{1}{a}\right) \frac{1}{(a-1)^2} \right\} e^{-2-\frac{1}{a-1}} = \left\{ \frac{1}{a^2} + \frac{a-1}{a} \cdot \frac{1}{(a-1)^2} \right\} e^{-2-\frac{1}{a-1}} = \frac{2a-1}{a^2(a-1)} e^{-2-\frac{1}{a-1}}$$

$$g'(a) = 0 \text{ とすると, } a = \frac{1}{2}$$

$$g\left(\frac{1}{2}\right) = (1-2)e^0 = -1$$

右の増減表により, $g(a)$ は $a = \frac{1}{2}$ で最大値 -1 をとる。

a	(0)	...	$\frac{1}{2}$	...	(1)
$g'(a)$		+	0	-	
$g(a)$		↗	-1	↘	

参考

検討会において, $g'(a)$ の求め方について以下のような意見があった。

$$g(a) = -cf'(c) + f(c)$$

$$\begin{aligned} \text{合成関数の微分を用いて } \frac{d}{da}g(a) &= \frac{d}{dc}\{-cf'(c) + f(c)\} \cdot \frac{dc}{da} \\ &= \{-f'(c) - cf''(c) + f'(c)\} \cdot \frac{dc}{da} \\ &= -cf''(c) \cdot \frac{dc}{da} \end{aligned}$$

c は曲線 $y = f(x)$ の変曲点の x 座標だから $f''(c) = 0$

よって常に $\frac{d}{da}g(a) = 0$ となるが, これは明らかにおかしい。誤った点はどこか?

これに対し, 以下のように考察した。

以下, 偏微分記号に倣い, $\frac{d}{dx}f(x)$ を $f_x(x)$ などのようにかく。

$$f(x) = x^a \log x$$

↓ x で微分
 a は定数扱い

$$f_x(x) = x^{a-1}(a \log x + 1)$$

↓ $x = c$ を代入

$$f_x(c) = c^{a-1}(a \log c + 1)$$

$$f(x) = x^a \log x$$

↓ $x = c$ を代入

$$f(c) = c^a \log c$$

↓ c で微分。 c は a の関数なので a を定数扱いできない。対数微分法を用いる。

$$\log|f(c)| = a \log c + \log|\log c|$$

$$\frac{f_c(c)}{f(c)} = \frac{da}{dc} \cdot \frac{1}{c} + \frac{1}{c \log c}$$

$$f_c(c) = \left(\frac{da}{dc} \cdot \frac{1}{c} + \frac{1}{c \log c} \right) c^a \log c$$

$$= c^{a-1} \left(\frac{da}{dc} \cdot \log c + 1 \right)$$

$$\frac{da}{dc} = \frac{1}{\frac{dc}{da}} = \frac{1}{\left(e^{\frac{1-2a}{a(a-1)}}\right)'} \text{ なので明らかに } a \neq \frac{da}{dc} \text{ よって } f_x(c) \neq f_c(c)$$

$g(a) = -cf'(c) + f(c) = -cf_x(c) + f(c)$ について,

$$\frac{d}{da}g(a) = \frac{d}{dc}\{-cf_x(c) + f(c)\} \cdot \frac{dc}{da} \quad \leftarrow \text{ここまでは正しい}$$

$$= \{-f_x(c) - cf_{xc}(c) + f_c(c)\} \cdot \frac{dc}{da}$$

$f_x(c) \neq f_c(c)$ だから
ここはキャンセルされない

同様に $f_{xx}(c) \neq f_{xc}(c)$ だから,
 $f_{xx}(c) = 0$ であるが $f_{xc}(c) = 0$ とは限らない

2 $a > 0$ とする。曲線 $y = \sin x$ ($0 \leq x \leq \frac{\pi}{2}$) と x 軸および直線 $x = \frac{\pi}{2}$ で囲まれた図形を D とする。次の問いに答えよ。

(50点)

問1 D の面積を求めよ。

問2 曲線 $y = \sin x$ ($0 \leq x \leq \frac{\pi}{2}$) と曲線 $y = a \cos x$ ($0 \leq x \leq \frac{\pi}{2}$) の交点の x 座標を t とする。 $\cos t$ および $\sin t$ を a を用いて表せ。

問3 D は曲線 $y = a \cos x$ ($0 \leq x \leq \frac{\pi}{2}$) によって図形 D_1 , D_2 に分割されるとする。 D_1 と D_2 の面積が等しいとき、 a の値を求めよ。

解答

$$\text{問1} \quad \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin x \, dx = [-\cos x]_0^{\frac{\pi}{2}} = -(0 - 1) = 1$$

$$\text{問2} \quad \sin t = a \cos t \text{ より } \frac{\sin t}{\cos t} = a \quad \text{すなわち} \quad \tan t = a$$

$$1 + \tan^2 t = \frac{1}{\cos^2 t} \text{ より } \cos^2 t = \frac{1}{1 + \tan^2 t} = \frac{1}{1 + a^2}$$

$$0 \leq t \leq \frac{\pi}{2} \text{ より } \cos t \geq 0 \text{ だから } \cos t = \frac{1}{\sqrt{1 + a^2}}$$

$$\text{また, } \sin t = \tan t \cos t = \frac{a}{\sqrt{1 + a^2}}$$

問3 D_1 と D_2 の面積が等しいとき, D_2 の面積は D の面積1の半分 $\frac{1}{2}$ である。

$$\begin{aligned} D_2 \text{ の面積は } \int_t^{\frac{\pi}{2}} (\sin x - a \cos x) \, dx &= [-\cos x - a \sin x]_t^{\frac{\pi}{2}} \\ &= \left(-\cos \frac{\pi}{2} - a \sin \frac{\pi}{2}\right) - (-\cos t - a \sin t) \end{aligned}$$

$$= -a + \frac{1}{\sqrt{1 + a^2}} + a \cdot \frac{a}{\sqrt{1 + a^2}}$$

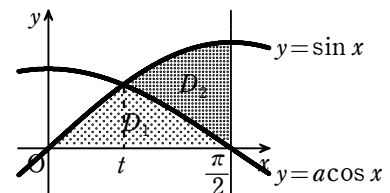
$$= -a + \frac{1 + a^2}{\sqrt{1 + a^2}}$$

$$= -a + \sqrt{1 + a^2}$$

$$\text{よって, } -a + \sqrt{1 + a^2} = \frac{1}{2} \text{ より } \sqrt{1 + a^2} = \frac{1}{2} + a$$

$$1 + a^2 = \left(\frac{1}{2} + a\right)^2$$

$$a = \frac{3}{4}$$



3 数列 $\{a_n\}$ を数直線上の点列とし, $a_1=1$, $a_2=2$, a_n と a_{n+1} を $1:2$ に内分する点を a_{n+2} ($n=1, 2, \dots$) とする。

次の問いに答えよ。(50点)

問1 $b_n = a_{n+1} - a_n$ とおくことにより数列 $\{b_n\}$ を定める。 b_{n+1} を b_n の式で表せ。

問2 一般項 b_n を n の式で表せ。

問3 一般項 a_n を n の式で表せ。

解答

$$\text{問1} \quad a_{n+2} = \frac{2a_n + 1 \cdot a_{n+1}}{1+2} \text{ より, } a_{n+2} = \frac{1}{3}a_{n+1} + \frac{2}{3}a_n$$

$$\text{これを变形して} \quad a_{n+2} - a_{n+1} = -\frac{2}{3}(a_{n+1} - a_n)$$

$$\text{よって} \quad b_{n+1} = -\frac{2}{3}b_n$$

$$\text{問2} \quad b_1 = a_2 - a_1 = 2 - 1 = 1$$

$$\text{よって, } \{b_n\} \text{ は初項 } 1, \text{ 公比 } -\frac{2}{3} \text{ の等比数列であるから } b_n = \left(-\frac{2}{3}\right)^{n-1}$$

$$\begin{aligned} \text{問3} \quad n \geq 2 \text{ のとき} \quad a_n &= a_1 + \sum_{k=1}^{n-1} b_k \\ &= 1 + \sum_{k=1}^{n-1} \left(-\frac{2}{3}\right)^{k-1} \\ &= 1 + \frac{1 - \left(-\frac{2}{3}\right)^{n-1}}{1 - \left(-\frac{2}{3}\right)} \\ &= 1 + \frac{3}{5} \left\{ 1 - \left(-\frac{2}{3}\right)^{n-1} \right\} \\ &= \frac{8}{5} - \frac{3}{5} \left(-\frac{2}{3}\right)^{n-1} \end{aligned}$$

$$\text{これは } n=1 \text{ のときも成り立つから, } a_n = \frac{8}{5} - \frac{3}{5} \left(-\frac{2}{3}\right)^{n-1}$$

- 4 当たり 3 本を含む 9 本のくじがある。9 人が順にこのくじを 1 本ずつ引く。引いたくじは、もとに戻さないものとする。次の問いに答えよ。(50 点)

問1 2 番目の人が当たりを引く確率を求めよ。

問2 3 番目の人が、2 本目の当たりを引く確率を求めよ。

問3 2 本目の当たりを引く確率が最も大きいのは何番目にくじを引く人が答え、そのときの確率を求めよ。

解答

問1 1 番目の人が当たりを引いて 2 番目の人が当たりを引くか、

または 1 番目の人がはずれを引いて 2 番目の人が当たりを引く確率だから

$$\frac{3}{9} \times \frac{2}{8} + \frac{6}{9} \times \frac{3}{8} = \frac{24}{72} = \frac{1}{3}$$

問2 1 番目が当たり、2 番目がはずれ、3 番目が当たりを引くか、

または 1 番目がはずれ、2 番目が当たり、3 番目が当たりを引く確率だから

$$\frac{3}{9} \times \frac{6}{8} \times \frac{2}{7} + \frac{6}{9} \times \frac{3}{8} \times \frac{2}{7} = \frac{1}{14} + \frac{1}{14} = \frac{1}{7}$$

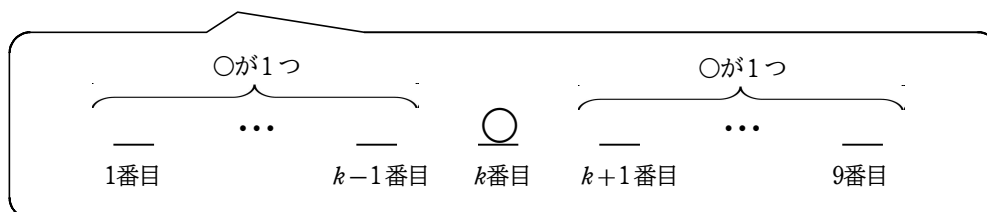
問3 k 番目の人が 2 本目の当たりを引く確率を P_k とする。

1 番目と 9 番目は 2 本目の当たりを引くことはできないので、 $2 \leq k \leq 8$ とする。

当たりを ○、はずれを × を書くと、9 人のくじの引き方は 3 個の ○ と 6 個の × を 1 列に並べる順列に対応する。その総数は ${}_9C_3$

このうち、「 k 番目の人が 2 本目の当たりを引く」くじの引き方に対応するのは

1 ~ ($k-1$) 番目までに ○ が 1 つ並び、 k 番目に ○ が並び、($k+1$) ~ 9 番目に ○ が 1 つ並び
順列で、その総数は $(k-1)(9-k)$



$$\text{よって、} P_k = \frac{(k-1)(9-k)}{{}_9C_3} = \frac{1}{84}(-k^2 + 10k - 9) = \frac{1}{84}\{-(k-5)^2 + 16\} = -\frac{1}{84}(k-5)^2 + \frac{4}{21}$$

P_k は $k=5$ で最大値 $\frac{4}{21}$ をとる。

よって、2 本目のあたりを引く確率が最も大きいのは 5 番目にくじを引く人で、その確率は $\frac{4}{21}$

第 78 回九州算数・数学教育研究（大分）大会発表論文

発表論文

村口 太一 先生（辺土名高校）・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・ 3 0

研究主題 『主体的に学ぶ意欲を向上させる数学の授業の工夫』

副 第 ～タブレット端末を活用した個別指導を通して～

西銘 伸悟 先生（宜野座高校）・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・ 3 1

研究主題 『主体的に学習に取り組む態度を育むための指導と評価の工夫』

副 題 ～週末課題による作問学習の実践～

盛田 彬彦 先生（向 陽高校）・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・ 3 2

研究主題 『自律的な学習者を育成する数学の授業実践』

副 題 ～反転授業による完全習得学習を目指す研究を通して～

『主体的に学ぶ意欲を向上させる数学の授業の工夫』

～タブレット端末を活用した個別指導を通して～

沖縄県立辺土名高等学校 発表者氏名：村口太一

1 テーマ設定の理由

1人1台端末を活用した授業を模索する中で、数学が苦手な生徒であってもタブレットであれば前時の授業内容の確認や動画等のコンテンツの視聴が比較的容易なことから学習により前向きに取り組む様子が見られた。自ら学習を調整しながら粘り強く学習に取り組む態度を育成の手立てとして、様々なウェブサービス等を活用して個々の理解度に合わせて学習を進めることができるタブレット端末は相性が良く、主体的に学ぶ意欲の向上が見込めるのではないかと考え、本テーマを設定した。

2 研究仮説

数学の授業において、生徒の実態に合わせたデジタルノートを作成する。デジタルノートは基礎的な問題から応用的な問題まで作成し、解法動画も準備する。各自が自身のペースで進めることで生徒1人1人のレベルに合った学習が可能となり、主体的に学ぶ意欲の向上につながるのではないかと考える。

3 研究方法

- (1) 生徒の実態把握のための事前アンケート実施
- (2) 「OneNote Class Notebook」の活用
- (3) 事後アンケートの実施と分析

4 研究の実際

(1) 実態調査

事前アンケートの結果より、半数の生徒は数学に対してポジティブな感情を持っていることが分かった。またタブレット端末を利用した授業についても「興味がある」と答えた生徒が過半数であった。

(2) 授業実践

「OneNote Class Notebook」を利用して、毎時間分のデジタルノートを作成し、授業の始めに一斉配布を行った。デジタルノートには例題については事前に解法動画を掲載した。また、補充問題やその時間のデジタルノートに対応した副読本の範囲や大学入試の問題も追加することで多様な生徒への対応も考慮した。当初は、各自で取り組むよう指示していたが一週間程度経過したところでデジタルワークシートを利用して個別に学習する集団とは別に、教室の前方で少人数の一斉授業を希望する生徒を集め同時並行で授業を展開するハイブリッド形式へと変更した。また、生徒の特性

に配慮し、授業ではタブレット端末、ノートのいずれも利用可能であることを伝えた。授業終了後は教師端末から生徒のデジタルノートの確認を行い学級全体の理解度や進度の最適化を随時行った。

(3) 事後アンケートと分析

タブレット端末を利用して自分のペースで学習した生徒の過半数は「前よりも集中して取り組めるようになった」という回答であった。ノートを利用した生徒に関しては自分のペースで学習することに対して約80%が特に変わらないと答えており、この回答の差がデジタルプリントの例題の解法動画の視聴や補充問題等が生徒にとって有用であったことを示していると考ええる。さらに教室前方で行った少人数授業のアンケートに関してはタブレット端末、ノートの利用に拘わらず、約72%の生徒が「以前よりも集中して取り組めた」という回答であった。これは少人数授業の参加者同士での教え合いが自然的に発生し、授業に対する満足度が高まったことが要因だと考える。

5 まとめと今後の課題

今回行ったデジタルワークシートを利用した授業は生徒に概ね好評であったと考える。特に、自身の理解のペースに合わせて取り組める点、通常授業と比較して板書等を写す必要がなく問題を解く時間が確保されている点、事前に授業のゴールが可視化されるため自己調整しやすい点、以上の3点は生徒にとって大きな利点となっている。また、想定していなかった少人数の一斉授業やノートの利用についても、数学が苦手な生徒の目線に合わせた授業作りや生徒の特性に合わせて、多様な学びの手段を提供していくという気づきを得ることができた。しかしながら、今後も継続する上で情報機器担当との連携や教材準備の負担、協働的な学びの実施に課題を感じた。今後も継続して様々な授業形態を研究し、生徒が主体的に学ぶ意欲を向上させる授業作りに取り組みたい。

6 参考文献・参考 Web サイト

稲垣忠・佐藤和紀(2021). ICT 活用の理論と実践 DX 時代の教師をめざして. 北大路書房
溝上慎一(2020). 令和の日本型学校教育における 「個別最適な学び」「協働的な学び」についての概念的考察

1. テーマ設定の理由

本校の目指す生徒像である「なりたい自分づくりのために主体的に行動することができる生徒」として、意欲的に学習し、深い理解と多様な考え方を身につけるためにも、作問学習を取り入れた実践を行うこととした。

本研究では、週末課題に作問学習を組み込ませることにより、主体的に学習に取り組む態度の育成と改善にどのような効果があるのかを検証し、実践を通して数学力の向上に役立てたいと本テーマを設定した。

2. 研究仮説

週末課題として作問学習を行う。授業で例題1を学習したならば、例題1の類題を作問するとともに解答も作成する。この活動を通して、主体的に学習に取り組むことができると考える。また、問題の構成の理解、解法に対する理解の向上、また、自身の行う問題設定及び問題解決や学習対象そのものに対する学習態度の改善、問題の吟味による問題への興味関心や創作意欲の促進が期待できる。

3. 研究の実際

(1) 週末課題を通した作問学習の実践

週末課題として、授業で習った内容に応じたオリジナル問題の作問・解答を行わせた。提出された課題に対しては、次の作問へ生かせられるよう以下の助言を行った。

- ①作問した問題の解答が正しいかのチェック（毎回）
- ②返却時に助言（その都度）

(2) 結果と考察

1学期は、簡単な例題の数値を変更した作問が多かった。しかし2学期に入り、難易度を上げた数値への変更の作問をする生徒が多くなってきた。また、4元1次方程式に挑戦した生徒も出て、全体的により難しい作問に挑戦する生徒が増えていった。

【1学期】

★オリジナル
① 2次方程式の係数、次数を書きなさい。

① $8x^2$	② y	③ $-a^2y^2$	④ $-3abc$	⑤ $6x^2$
⑥ 3	⑦ 1	⑧ 5	⑨ 3	⑩ 2
⑪ 8	⑫ 1	⑬ -1	⑭ -3	⑮ b

★オリジナル
① 2次方程式で「 x 」内の文字に着目したとき、

① $3bx^2(x)$	② $4a^2bc^2(a)$	③ $-6ax^2y(y)$
④ 5	⑤ 2	⑥ 1
⑦ $3b$	⑧ $4bc^2$	⑨ $-6ax^2$

ふりかえり

・オリジナルにかえてもよかったが、もっと進んだものでもやってみよう！

【2学期】

(練習2) 2次関数 $f(x) = x^2 - 2x + 1$ において、 x の値を求めよ。

$$(1) f(3) = 9 - 6 + 1 = 4 \quad (2) f(0) = 0 - 0 + 1 = 1 \quad (3) f(-1) = 1 + 2 + 1 = 4$$

$$(4) f(-2) = 4 + 4 + 1 = 9 \quad (5) f(-a) = a^2 + 2a + 1 \quad (6) f(a+1) = (a+1)^2 - 2(a+1) + 1 = a^2 + 2a + 1 - 2a - 2 + 1 = a^2$$

★オリジナル

$$(7) f(x+y+2) = (x+y+2)^2 - 2(x+y+2) + 1 = x^2 + y^2 + 2x + 2y + 4 - 2x - 2y - 4 + 1 = x^2 + y^2 + 2x + 2y + 1$$

(3) 事前事後アンケート結果より考察

事前及び事後アンケートの質問それぞれの各項目において、事前調査よりも事後調査の数値が高くなっており、数学に対する

意欲と得意意識が向上している。勉強時間についても、0.4～0.6時間で増加しており、主体的に勉強に取り組む姿勢が育まれていると考えられる。

作問学習が楽しいと感じた生徒の平均は3.9(5段階評価)であり、「難しい問題を作っていて、やりがいが大きかったから」「自分の好きな答えを作るのが楽しかった」など、作問学習の楽しさを実感しているような意見が多くみられた。

また、「その答えになるために逆算した」「解ける問題と解けない問題を見分けられた」「作る方が頭使うから」などの回答から、学習者たちは、作問学習を通して問題の理解が深まり、学力向上の手応えを感じたと見られる。

5. まとめと今後の課題

作問学習により、主体的に学習に取り組むことができたと考える。継続して毎週作問させたことにより、創作意欲の向上に繋がったと考える。学習者それぞれの振り返りコメントからは、楽しさや理解度が上がっていると思われる意見が多く、作問学習の効果を学習者自身が実感し、それが主体的に取り組むことができた要因であると考えられる。

6. 参考文献

平嶋 宗 「問題を作ることによる学習」の分類と知的支援の方法
(教育システム情報学会研究報告、Vol. 20、NO. 3、pp. 3-10)

＜オリジナル問題＞

$$\begin{cases} a+b+c+d=6 & \dots ① \\ 8a+4b+2c+d=5 & \dots ② \\ 3a+2b+c & = 0 & \dots ③ \\ 12a+4b+c & = 0 & \dots ④ \end{cases}$$

『自律的な学習者を育成する数学の授業実践』

～反転授業による完全習得学習を目指す研究を通して～

沖縄県立向陽高校 発表者氏名：盛田彬彦

1 テーマ設定の理由

本校の生徒の特徴として、基本的に受け身で物事に対峙し、与えられた範囲でしか学習しようとしないう部分が見える。また、進学校として難関校を目標にするような生徒もいるが、数学に対してかなり理解力が不足している生徒も1つの生徒集団に存在し、どの生徒に合わせて授業を進めるかがかなり難しいと感じている。そんな中、反転授業における個別学習の中で完全習得学習を目指す学習することで、自律的な態度が身につくという実践を知った。本校の課題解決に適した実践だと感じ、授業実践を考えた。

2 研究仮説

授業を反転授業の形式で実施することで、生徒1人1人がその場に応じて何に取り組めばいいのかを考えて行動し、受け身な姿勢から自律的な行動ができる生徒への変容がみられると考える。

3 研究の実際

(1) 反転授業の試験的運用

まず、本校の生徒に適した反転授業の方式を検証するため試験的運用を行い「完全習得学習型」の反転授業を目指すこととした。以下のように授業形態を実施した。

予習の方法は、事前に授業の内容を収録した動画教材をTeamsを用いてFormsで作成した課題と一緒に配信し、受け取った生徒は、動画で授業内容を確認しながら課題に取り組む。授業では、まず5分程度で予習内容の確認を行い、予習内容とほとんど同じ内容の課題を含むワークシートを配布し取り組んでもらう。ワークシートには確認問題、演習問題、応用問題等セクションが分けられており、授業の目標は確認問題を理解することであり、確認問題を終えた生徒は必ず教師にチェックをしてもらう。チェックの際に理解度を確認する。また、細かい部分として、動画は長くても15分程度、動画の作成方法はiPadのアプリを活用し、動画のアップロードはStreamやGoogleDriveを利用する。演習の時間では、確認問題を終わることを優先し、教師からチェックをもらった後の活動は各自で工夫するように伝えることとした。

(2) 活動実践

9月からすべてのクラスで反転授業を行うことにした。また、反転授業に慣れ始めた時期を見計らって、本研究の本題である「自律的な行動」について、授業の中で説明を行った。家庭学習としての予習課題への取り組み方を考える事も、授業の中で自分自身に必要なことが何かを考えて行動

する事も、この反転授業で身に付けて欲しい「自律的な行動」であると伝えた。

予習課題の取り組み状況は70%程度となった。予習課題に全く取り組まない生徒がいたが、大多数の生徒は基本的にはできるだけ取り組もうとしている印象だった。

演習の取り組みは、ほとんどの生徒が予習をした内容に基づき取り組み、予習を行えなかった生徒や予習内容をもう一度確認したい生徒は、自身のスマホや学校のiPadで動画を確認して確認問題に取り組んでいた。生徒がチェックをもらう際には、いつもは滅多に質問をしない生徒からも内容についての質問がよく出るようになったと感じた。また、確認問題を終えた生徒の活動については、プリントに用意された演習問題に取り組む生徒が多いが、自分で考えて教科書を遡って復習に取り組む生徒や副読本を使い応用的な問題を解く生徒もいた。

4 まとめと今後の課題

まず、反転授業の印象として生徒からの反応が予想以上に良かったことに驚いた。アンケートでは、ほとんどの生徒が今後も続けて欲しいと回答している。また、自律的な活動という点においても、授業内ではほとんど教師からの指示がない中で各々が考えて学ぼうとしている様子は、数学を学ぶとはどういうことなのかを改めて考える機会になった。さらに、教師の目線からも生徒との関係性が変わったように感じている。とくに、1人1人の答案をチェックする作業を通して、生徒全員とコミュニケーションが取れているため、生徒理解が以前より深まっているように感じる。ただし、反転授業を通して自律的な行動に対してアプローチしてきたのだが、それがテストの点数に反映されているかという点とそういうわけではなく、目立った伸びは感じる事ができなかった。もう1つ反転授業の難点を挙げるとすれば、準備に必要な作業や時間が膨大であるということである。生徒の声から今後も継続して続けていきたいが、テスト点に反映できるような授業計画の見直しや準備に必要な作業の見直しをしていきたい。

5 参考文献

反転授業研究会編集 芝池宗克・中西洋介著 2014『反転授業が変える教育の未来』明石書店
ジョナサン・バーグマン、アーロン・サムズ著 山内祐平、大浦弘樹 序文・監修 上原裕美子 訳 2014『反転授業』オデッセイコミュニケーションズ

九数教大会開催地一覧

年度	回	開催地	年度	回	開催地
昭和22	1	熊本市	61	40	武雄市
23	2	別府市	62	41	福岡市（日数教全国大会）
24	3	宮崎市	63	42	佐世保市
25	4	佐賀市	平成元	43	鹿児島市
26	5	福岡市（日数教全国大会）	2	44	熊本市
27	6	長崎市	3	45	浦添市・西原町
28	7	鹿児島市	4	46	大分市
29	8	別府市	5	47	宮崎市
30	9	熊本市	6	48	唐津市
31	10	宮崎市	7	49	北九州市
32	11	佐賀市	8	50	長崎市（日数教全国大会）
33	12	福岡市	9	51	鹿児島市
34	13	佐世保市	10	52	熊本市
35	14	鹿児島市	11	53	浦添市・那覇市
36	15	熊本市	12	54	大分市
37	16	別府市	13	55	宮崎市
38	17	宮崎市	14	56	佐賀市
39	18	武雄市	15	57	福岡市
40	19	北九州市	16	58	鹿児島市（日数教全国大会）
41	20	長崎市	17	59	佐世保市
42	21	鹿児島市	18	60	熊本市
43	22	大分市	19	61	宜野湾市・那覇市
44	23	熊本市（日数教全国大会）	20	62	大分市
45	24	宮崎市	21	63	宮崎市
46	25	唐津市	22	64	佐賀市
47	26	福岡市（日数教全国大会）	23	65	長崎市
48	27	佐世保市	24	66	北九州市（日数教全国大会）
49	28	鹿児島市	25	67	鹿児島市
50	29	熊本市	26	68	熊本市
51	30	那覇市	27	69	浦添市・那覇市・西原町
52	31	大分市	28	70	大分市
53	32	宮崎市（日数教全国大会）	29	71	宮崎市
54	33	佐賀市	30	72	佐賀県武雄市
55	34	北九州市	令和元	73	那覇市・宜野湾市（日数教全国大会）
56	35	長崎市	2	74	福岡市（中止）
57	36	鹿児島市	3	75	佐世保市（中止）
58	37	熊本市	4	76	鹿児島
59	38	大分市	5	77	熊本市
60	39	宮崎市	6	78	大分市