

高校数学教育

沖縄県高等学校数学教育会誌

第61号

2025年（令和7年）7月28日（月）

沖縄県高等学校数学教育会 発行

目 次

沖縄県高等学校数学教育会会長あいさつ	会長 宮城 竜幸	1
沖縄県高等学校数学教育会第 63 回総会・高校数学教育を考える会実施要項		2
沖縄県高等学校数学教育会会則		3
令和 6 年度	会 務 報 告	4
	決 算 報 告	6
	会計監査報告	7
令和 7 年度	役 員	8
	行事計画	9
	予 算 案	10
第 49 回「高校数学教育を考える会」大学入試問題研究		11
第 79 回九州算数・数学教育研究(宮崎)大会発表論文		28
九州数学教育会総会開催地一覧表		31

あ い さ つ

沖縄県高等学校数学教育会
会長 宮城 竜幸

今年度から沖縄県高等学校数学教育会（以下、高数教）会長を務めます、宜野湾高等学校の宮城竜幸と申します。私は、教員の初期の頃は診断テスト委員会に所属し、勤務10年目の頃からは大学入試研究委員会に所属し高校数学教育を考える会の資料作成や全琉模試の作成に携わってきました。時代の変遷とともに、全琉模試がなくなり、診断テストがなくなり寂しい気持ちがありますが、これまで高数教に携わってきたことは、私の教員生活の柱の一つであり誇りでもあります。振り返るなかで、全琉模試の作成や高校数学教育を考える会の資料作成に用いた **Latex** の活用を思い出しました。若い皆さんは知らないと思いますが、数研の **StadyAid** で用いられている数式のベースは **Latex** であり、現在では意識せず数式の入力を行っていますが、当時は **Latex** を猛勉強し、数式の入力から表の作成、関数のグラフの挿入など思考錯誤しながら、テスト問題の作成に励んでいました。大変でしたが出来上がった数式の綺麗さは格別であり、とても感動したことを思い出しました。

前会長の前里先生が、人事異動で久米島高校に異動となり、異動に合わせ高数教事務局長の後任の人選に臨みましたが、ことごとく断られ苦勞しました。結局みつからず引き続き事務局を引き受けて下さいました小禄高校の平良先生には心から感謝申し上げます。ことごとく断られた事を聞いて、職員と高数教の距離がとても広がっている事を痛感しました。診断テストもなくなり、活動自体縮小していることが大きな原因だと思いますが、会長として高数教と数学の教員との距離を縮め、高数教の認識を高める施策をどう打っていくか会長に与えられた大きな使命だと考えています。

もう一つ職員の元気のなさが気になります。働き方改革の下に生徒を主語にではなく、教員自身を主語にする教員が増えているような気がします。いろいろ大変な事は承知の上で、生徒のために難儀をしようという職員が少なくなっている気がします。この傾向は数学に限った話ではなく、全教科に関わる話だと思いますが、元気のない教員ばかりではないはずなので、数学教員の中から元気のある生徒のために頑張ろうという職員発掘に務め、先ほど述べた距離を縮めるためプロジェクトチームの立ち上げに務めたいと考えています。

本日、沖縄県高等学校数学教育会第63回総会・第58回研究大会及び第49回高校数学教育を考える会が開催出来ますことを心から感謝申し上げます。

本日の「研究大会」では、3名の先生方の研究発表があります。九数教発表のリハーサルを兼ねますので、発表をお聞きになり、是非忌憚のないご意見を頂きたいと思います。その意見を基にさらにブラッシュアップし九数教の発表が素晴らしいものになるよう期待しています。

また、「高校数学教育を考える会」では令和7年度琉球大学入試問題に関して、作問や採点に携わった琉球大学の先生方から高校数学教育に対する貴重なご意見・ご助言をうかがえると思いますので、これらを持ち帰って、生徒のために活用してほしいと思います。

結びに、お忙しいなか、ご参加頂いた諸先生方、企画運営にご尽力下さいました役員、事務局の先生方に心より感謝申し上げます。今後とも、本研究会のさらなる活性化に向け、ご理解とご協力をお願い申し上げます。

沖縄県高等学校数学教育会 第63回総会・第58回研究大会および第49回高校数学教育を考える会

1 日 程 令和7年6月27日(金)

受 付	13:00～	
沖数教総会	13:30～14:00	(高数教受付 13:40～)
高校部会総会	14:10～14:40	
高校数学教育を考える会	14:50～15:50	
研究大会	16:00～17:00	

2 会 場 宜野湾高校 視聴覚教室

3 部会総会(14:10～14:40) 司会:研究集会委員

(1)開会のことば 副会長 安仁屋 宗一郎(球 陽)

(2)会長あいさつ 会 長 宮 城 竜 幸(宜野湾)

(3)議 事 ※議長選出

①令和6年度会務報告

②令和6年度決算報告及び監査報告

③令和7年度役員(案)について

④令和7年度行事計画(案)について

⑤令和7年度予算(案)について

⑥その他

・高数教会費の値上げについて

・高数教事務局の輪番制の導入について

(4)閉会のことば 事務局 金 城 徹 也(小禄)

4 高校数学教育を考える会(14:50～15:50) 司会:研究集会委員

(1)開会のことば 副会長 高 原 香 織(浦添商業)

[大学入試問題研究委員会委員長 洲 鎌 啓 祐(糸満)]

令和7年度琉球大学入試問題について

①採点者の感想と高校側への要望

②高校から大学側への要望、質疑応答

③その他

※琉球大学から参加予定の先生方 【伊藤雅彦・橋本康史・杉浦 誠】

(2)閉会のことば 副会長 玉 城 重 光(那覇)

5 研究大会(16:00～17:00) 司会:研究集会委員

(1)研究発表

中村千草(那覇国際) 『「主体的・対話的で深い学び」を実現するための授業実践』

大城 良(那覇国際) 『生きて働く知識・技能の習得から数学的な思考の育成へ』

田口清陽(向 陽) 『2次関数の「数学的探究」により創造性の基礎を育む工夫』

(2)質疑応答

(3)指導助言 仲地範禮(豊見城高校校長)・宮里恵太(教育センター指導主事)

6 大会当日の役員

総務 会 長(案) 宮 城 竜 幸(宜野湾)

副会長(案) 安仁屋 宗一郎(球 陽) 玉 城 重 光(那 覇)

高 原 香 織(浦添商業)

事務局 金 城 徹 也(小 禄)

研究集会委員

沖縄県高等学校数学教育会会則

- 第1条 本会は沖縄県高等学校数学教育会と称す。
- 第2条 本会の事務局は原則として那覇市近郊の高等学校におく。
- 第3条 本会は沖縄県高等学校数学教育会の興隆と会員の相互親睦を図ることを目的とする。
- 第4条 本会は前条の目的を達成するために次の事業を行う。
1、数学教育に関する研究と調査
2、講習会、講演会および研修会などの開催
3、会誌の発行
4、九州数学教育会、日本数学教育学会との連携
5、その他
- 第5条 本会は沖縄県の高等学校数学教師ならびに本会の目的に賛同する者をもって組織する。
- 第6条 本会の目的を達成するために次の機関を置く。
1、総会 2、代議員会 3、理事会 4、各種委員会
- 第7条 総会は会長が召集し、年1回以上開き、次の事項を付議する。
1、代議員会の決定事項および会計監査の承認
2、本会の解散、合併またはそれに準ずる事項
3、その他重要な事項
2 総会の議事は出席者の過半数をもって決する。
- 第8条 代議員会は会長が召集し、この会則の定める事項の他、次の事項を審議決定する。
1、事業計画および予算 2、事業報告および決算
3、会則および内規の改正 4、その他理事会の起案する事項
2 代議員会の議事は出席者の過半数をもって決する。
- 第9条 理事会は会長が召集し、この会則の定める事項の他、次の事項を審議する。
1、代議員会に提案する事項
2、代議員会で決定した事項の執行
2 理事会の議事は出席者の過半数をもって決する。
- 第10条 本会に次の役員をおく。
役員の任期は1年とし、再選を妨げない。
会長 1名 副会長 3名
理事 若干名（うち1名は常任理事）
監事 3名
- 第11条 役員は代議員会において選出する。
1、会長は本会を代表し、会務を総理する。
2、副会長は会長を補佐し、会長に事故あるときは、その職務を代行する
3、理事は理事会を構成し、会務を執行する。
4、常任理事は事務局を構成する。
5、監事は本会の会計を監査する。
- 第12条 代議員は各高等学校において会員中より1名選出し、また必要に応じて会長が委嘱する。
代議員は代議員会を構成する。
- 第13条 本会の会計年度は、4月1日に始まり、翌年3月31日に終わる。
- 第14条 本会の経費は、会費、補助金、およびその他の収入を持ってこれに充てる。
- 第15条 本会の会員は、会費を納入するものとする。
- 第16条 この会則の施行についての細則は、代議員会において決定する。

付 則
この会則は、1967年4月1日より施行する。
一部改正 平成17年4月1日

令和 6 年度 沖縄県高等学校数学教育会 会務報告

令和 6 年

4月11日 第1回 沖数教事務局長会（首里高校）

・令和6年度役員、年間行事計画、会誌51号、総会の持ち方、九数教(大分)大会等について

4月22日 第1回 高数教役員会（泊高校）

・令和6年度役員、年間行事計画、会誌60号の発行等について

5月 9日 第1回 沖数教役員会（首里高校）

・令和6年度役員、理事会・代議員会、会誌51号、総会の持ち方、小中高合同研究会について

5月10日 第1回 高数教理事会・代議員会（書面会議）

5月17日 第1回 高数教理事会・代議員会の書面表決〆切

6月11日 第1回 沖数教理事会・代議員会（書面会議）

6月14日 第1回 沖数教理事会・代議員会の書面表決〆切

6月25日 令和6年度 沖縄県数学教育会総会 第51回総会（琉球大学50周年記念館）

令和6年度 沖縄県高等学校数学教育会 第62回総会

第48回 高校数学教育を考える会

令和6年度琉球大学入試問題について（県内各校より34名参加）

琉球大学【須藤 隆洋・佃 修一・林 正史・伊藤 雅彦・杉浦 誠】

令和6年度 研究大会

発表者【村口 太一・西銘 伸悟・盛田 彬彦】

7月22日 会誌第60号「高校数学教育」発行

7月29日 第78回 九州数学教育会総会並びに九州算数・数学教育研究（大分）大会

～31日 発表者 村口 太一 先生（辺土名高等学校）

『主体的に学ぶ意欲を向上させる数学の授業の工夫』

～タブレット端末を活用した個別指導を通して～

西銘 伸悟 先生（宜野座高等学校）

『主体的に学習に取り組む態度を育むための指導と評価の工夫』

～週末課題による作問学習の実践～

盛田 彬彦 先生（向陽高等学校）

『自律的な学習者を育成する数学の授業実践』

～反転授業による完全習得学習を目指す研究を通して～

指導助言者：山城 康一 先生（琉球大学教育学部准教授）

10月 3日 第2回 沖数教役員会（首里高校）

・九州大会報告について、小中高合同研究会について

10月 8日 第2回 沖数教理事会・代議員会（書面会議）

10月21日 第2回 沖数教理事会・代議員会の書面表決〆切

- 1 1 月 1 8 日 第 4 7 回 小中高合同研究会（東風平中学校）
授 業 者：金城 潤 先生（東風平中学校教諭）
単 元 名：相似な図形「中点連結定理を利用した図形の性質の証明」（3 年生）
授業研究会
研修講話
演 題：「個別最適な学びと協働的な学びの一本化について」
講 師：平田美和子（琉球大学准教授）
- 1 2 月 7 日 九数教事務局長会議・理事会・代表委員会（web 会議）
類比方式による数学 I A 問題集編集会議（web 会議）
算数・数学教育研修会並びに代表委員会
・九州数学教育会総会並びに算数・数学教育研究会（大分）大会報告
・九数教（宮崎）大会に向けて

令和 7 年

- 2 月 6 日 第 3 回 沖数教役員会（首里高校）
2 月 1 0 日 第 3 回 沖数教理事会・代議員会（書面会議）
2 月 2 1 日 第 2 回 沖数教理事会・代議員会の書面表決  切
3 月 下旬 第 1 回 大学入試問題研究委員会（第 2 回 4 月下旬予定）

令和6年度 沖縄県高等学校数学教育会 決算

収入	支出	残金
1, 143, 746	666, 381	477, 365

収入の部

項 目	科 目	予 算 額	決算額	△未・過収入額	説 明
1	1 学 校 分 担 金	250, 000	271, 858	21, 858	分担金＋会費 (63校)
	2 会 費				
	3 繰 越 金	646, 263	646, 263	0	前年度からの繰越
	4 補 助 金	10, 000	1, 000	△ 9, 000	九数教からの補助 (類比問題集研究費)
	5 協 賛 金	200, 000	200, 000	0	管理職等からの協賛金 (19名)
	6 雑 収 入	50, 000	24, 289	△ 25, 711	名鉄観光より払戻14, 289 基礎問題集編集委10, 000
	7 通 帳 利 息	8	336	328	
計		1, 156, 271	1, 143, 746	△ 12, 525	

支出の部

項 目	科 目	予 算 額	決 算 額	残 額	説 明
1	運 営 費	85, 000	72, 000	13, 000	
	1 庶 務 費	10, 000	0	10, 000	通信費、消耗品費
	2 会 議 費	3, 000	0	3, 000	会議、大会運営費
	3 手 当	46, 000	46, 000	0	事務局 (40, 000) 監査 (2, 000×3人)
	4 沖 数 教 会 費	26, 000	26, 000	0	振込は3項の沖数教分担金とまとめて行った
2	事 務 費	315, 000	293, 530	21, 470	
	1 研究発表補助費	60, 000	60, 000	0	九州大会 発表補助3名 (10, 000×3人) 参加補助6名 (5, 000×6人)
	2 派 遣 費	160, 000	141, 750	18, 250	九州大会派遣費 (会長、指導助言者)
	3 講習・講演会費	5, 000	0	5, 000	
	4 委員会活動費	25, 000	25, 000	0	各種委員会手当3名
	5 研究調査補助費	5, 000	0	5, 000	
	6 支部活動補助費	0	0	0	
	7 会 誌 発 行 費	60, 000	66, 780	△ 6, 780	会誌印刷費 (53, 350 振込手数料 550含む) 郵送費 (13, 430)
3	沖 数 教 分 担 金	270, 000	270, 550	△ 550	振込手数料550
4	雑 費	0	2, 068	△ 2, 068	琉大教授手土産1, 188 封筒代880
5	全国大会運営委員・ 発表者参加費	0	0	0	
6	九数教沖縄大会積立費	5, 000	5, 000	0	
7	予 備 費	36, 660	23, 233	13, 427	九州大会発表者補填 (3, 633) 九州大会事務局補填 (19, 600)
計		711, 660	666, 381	45, 279	

監査報告書

沖縄県高等学校数学教育会
会長 前里哲寿 殿

令和6年度沖縄県高等学校数学教育会の会計監査の結果を下記の通り報告します。

記

会計監査は、金銭出納簿、証書書類および預金通帳によって実施した。

1. 証書類は、金銭出納簿の通り整理されていた。
2. 残高 477,365円 は、琉球銀行小禄支店普通預金口座 205-278に預金されていることを確認した。
3. 九数教沖縄大会通帳として、琉球銀行小禄支店普通預金口座 470-560に金額 2,778,861円 が預金されていることを確認した。
(※前年度繰越金 2,772,592円 に利息 1,269円。高数教より積立金 5,000円)

以上、監査の結果、異常を認めない。

令和7年3月26日(水)
沖縄県高等学校数学教育会
監査委員

知名 勝史 

仲座 真紀 

前泊 聖子 

令和7年度 沖縄県高等学校数学教育会役員(案)

高数教三役

高数教	名前	勤務先	備考
会長	宮城竜幸	宜野湾	校長
副会長	安仁屋宗一郎	球陽	教頭
	玉城重光	那覇	
	高原香織	浦添商業	
事務局	金城徹也	小禄	教諭
庶務	知花麻由子	小禄	
会計	新垣比呂人	小禄	

高数教理事

高数教		名前	勤務先	備考
理事	各種委員会	洲鎌啓祐	糸満	大学入試問題研究委員長
		玉城 佑	那覇国際	基礎問題集編集委員会委員長
		真栄田義尚	浦添商業	研修集会委員長
		日高輝忠	北谷	特別委員会委員長
	冲数教	嘉手川真子	開邦	冲数教事務局
	校長	喜久本直貴	読谷	
		金城伸子	浦添	
		伊志嶺嘉典	首里東	
		仲地範禮	豊見城	
		山城芳則	糸満	
		前里哲寿	久米島	
		教頭	金城達也	
	宮城広行		コザ(定)	
	金城昭人		北中城	
	真壁義隆		宜野湾(通)	
	金城順也		首里	
	湧川泰成		開邦	
	真喜屋篤		浦添	
	新井孝雄		那工(定)	
	知念 諭		宮古総実	
	永吉和紀		八重山	
	川添貴司	八商工(定)		
	行政	半嶺 満	教育長	教育庁
		崎間恒哉	教育指導統括監	
		新垣公崇	県立学校教育課	
		花城健彰	県立学校教育課	
		渡嘉敷真吾	学校人事課	
		上江洲寿	働き方改革推進課課長	教育センター
		津嘉山誠	生涯学習振興課	
		金城正樹	教育センター所長	
		生島英輝		
		宮里恵太		
		津波古章吾		
	前三盛英明		離島児童生徒支援センター	

冲数教役員(高数教選出)

冲数教	名前	勤務先	備考
副会長	宮城竜幸	宜野湾	校長
理事	前里哲寿	久米島	校長
	伊志嶺嘉典	首里東	
	仲地範禮	豊見城	
代議員	安仁屋宗一郎	球陽	教頭
	金城昭人	北中城	
	高原香織	浦添商業	
	玉城重光	那覇	
	真壁義隆	宜野湾(通)	
	渡嘉敷真吾	学校人事課	教育庁
	新垣公崇	県立学校教育課	
監査	上江洲隆	読谷	教諭

各種委員会

大学入試 問題研究 委員会	◎洲鎌啓祐	糸満	田口清陽	向陽
	石川吉幸	宮古	平良秀史	那覇
	屋富祖直	那覇国際	金城裕介	向陽
	米吉亮一	球陽	金城匡志	南部商業
	徳門 潔	首里	日高輝忠	北谷
基礎問題集 編集委員会	◎玉城 佑	那覇国際	垣花康夫	開邦
	平田直樹	浦添	安座間淳	西原
	城間直美	西原		
研究集会 委員会	◎真栄田義尚	浦添商	大城貴洋	那覇西
	新城拳聖	宮古総合実業	禰保研光	宜野湾
	金城裕介	向陽		
特別委員会 ・観点別評価 ・高数教の方向性について	◎日高輝忠	北谷	豊里力也	コザ
	砂川真木	知念	松元 輝	八重山
	神谷百恵	首里東	小波津哲也	豊見城
	西村松太郎	首里	大城 愛	南風原
	池間昌也	宮古	石川 睦	那覇国際
	金城匡志	南部商業		

高数教監査

監事	知名勝史	那覇商業
	仲座真紀	那覇工業
	前泊聖子	宜野座

令和7年度 行事計画（案）

1. 会員の各種委員会での教育研究活動および親睦
2. 沖数教・九数教・日数教との連携および活動

月	行事予定	説明
4	4/10(木) 第1回沖数教事務局長会 4/30(水) 第1回高数教役員会	17:30 ～ 開邦高校 18:00 ～ 小禄高校
5	5/8(木) 第1回沖数教役員会 5/22(木) 第1回理事・代議員会	17:30 ～ 開邦高校 16:00 ～ 宜野湾高校
6	6/5(木) 第1回沖数教理事会・代議員会 6/27(金) 沖数教 第52回総会 高数教 第63回総会 高校数学教育を考える会 高数教 第58回研究大会 第2回沖数教役員会	17:30 ～ 開邦高校 例年6月下旬頃(期末考査期間) 場所：宜野湾高校
7	7/23(水)～25(金) 第79回九数教（宮崎）大会	沖縄県高等学校部会発表者 那覇国際高校 大城 良 先生 那覇国際高校 中村 千草 先生 向陽高校 田口 清陽 先生
8	8/5(火)～8(金) 第107回全国算数数学教育研究（石川）大会 第1回小中高合同準備委員会	【会誌第61号発行予定】
9	9/18(木) 第2回沖数教役員会 第2回沖数教理事会・代議員会 第2回小中高合同準備委員会	17:30 ～ 開邦高校 書面会議
10	10/ 小中高合同研究会	研究授業小学部会が実施予定
11	九数教理事・代議員会（下旬）	オンライン会議
12		
1		
2	2/5(木) 第3回沖数教役員会 第3回沖数教理事会	17:30 ～ 開邦高校 書面会議
3	大学入試問題研究委員会（下旬）	

※その他必要に応じて役員会予定

令和7年度 沖縄県高等学校数学教育会 予算（案）

収入の部

項 目	科 目	予 算 額	前年度予算額	増 △減	説 明
1	1 学 校 分 担 金	400,000	250,000	150,000	分担金＋会費
	2 会 費				
	3 繰 越 金	477,365	646,263	△ 168,898	前年度からの繰越
	4 補 助 金	1,000	10,000	△ 9,000	九数教からの補助 (類比問題集研究費)
	5 協 賛 金	210,000	200,000	10,000	管理職からの協賛金(21名)
	6 雑 収 入	10,000	50,000	△ 40,000	基礎問題集編集委10,000
計		1,098,365	1,156,263	△ 57,898	

支出の部

項 目	科 目	予 算 額	前年度予算額	増 △減	説 明
1	運 営 費	85,000	85,000	0	
	1 庶 務 費	10,000	10,000	0	通信費 消耗品費
	2 会 議 費	3,000	3,000	0	会議 大会運営費
	3 手 当	46,000	46,000	0	事務局(40,000) 監査(2,000×3人)
	4 沖 数 教 会 費	26,000	26,000	0	沖数教への会費
2	事 務 費	322,000	315,000	7,000	
	1 研 究 発 表 補 助 費	60,000	60,000	0	九州大会 発表補助3名(10,000×3人) 参加補助6名(5,000×6人)
	2 派 遣 費	160,000	160,000	0	九州大会派遣費 (会長、指導助言者)
	3 講 習 ・ 講 演 会 費	5,000	5,000	0	
	4 委 員 会 活 動 費	25,000	25,000	0	各種委員会手当3名
	5 研 究 調 査 補 助 費	5,000	5,000	0	
	6 支 部 活 動 補 助 費	0	0	0	
	7 会 誌 発 行 費	67,000	60,000	7,000	会誌印刷費 郵送費
3	沖 数 教 分 担 金	270,550	270,000	550	振込手数料550
4	雑 費	0	0	0	
5	全 国 大 会 運 営 委 員 ・ 発 表 者 参 加 費	0	0	0	
6	九数教沖縄大会積立費	5,000	5,000	0	
7	予 備 費	415,815	36,660	379,155	
計		1,098,365	711,660	386,705	

※九州大会発表者3名、全国大会参加者1名分の旅費は県費対応

令和 7 年度

第 4 9 回高校数学教育を考える会 (沖縄県高等学校数学教育会・琉球大学)

目次

令和 7 年度	琉球大学入試試験問題についての感想と質問 (高数教 大学入試問題検討委員会)	
前期日程	甲	1 1
前期日程	乙	1 2
後期日程		1 3
令和 7 年度	琉球大学入試問題 解答例 (高数教 大学入試問題検討委員会)	
前期日程	甲	1 4 ～ 2 0
前期日程	乙	2 1 ～ 2 2
後期日程		2 3 ～ 2 7

令和 7 年度（2025）琉球大学入試問題（前期・甲）に関する質問事項

問題	範囲	分野	難易度	質問事項
1 問 1 問 2 問 3 問 4	数Ⅲ 数Ⅲ 数Ⅲ 数Ⅲ	微分法 微分法 微分法 微分法	易 標準 難 難	・ 数学的帰納法の方針を立てられていたか。また、論述はできていたか。
2 問 1 問 2 問 3	数Ⅲ 数Ⅲ 数Ⅲ	積分法 積分法 微分法	標準 標準 難	・ 問 3 の最後、最小値の項をまとめる計算ができていたか。
3 問 1 問 2 問 3	数 C 数 C 数 C	空間ベクトル 空間ベクトル 空間ベクトル	標準 やや難 難	・ 計算量が多い印象だが、最後まで解き切れていたか。 ・ 問 3 「空間における 2 直線が交わる条件」を理解できていたか。
4 問 1 問 2 問 3	数 A 数 A 数 A	確率 確率 確率	易 標準 標準	・ 1 ～ 3 と比較して易しい印象だが、正答率は高かったか。
全体 証明を論述する力や、複雑な計算をやり切る計算力が必要な内容だった。 特に正答率の高い問題や低い問題はあったか。				

（注：易・標準・難は教科書レベルにおいて）

令和7年度(2025)琉球大学入試問題(前期・乙)に関する質問事項

問題	範囲	分野	難易度	質 問 事 項
1 問1 問2 問3	数Ⅰ 数Ⅰ 数Ⅱ	数と式 数と式 複素数と方程式	標準 易 標準	・問1 $1/37 + 32/22$ を表す循環小数をどのように求めているか。 ・問2 $21!$ の素因数分解をどのように求めているか。
2 問1 問2	数Ⅱ 数Ⅱ	微分法 微分法	標準 標準	・問1「3次関数の導関数は2次関数なので、異なる a, b で $f'(a)=f'(b)=0$ であればその前後で $f'(x)$ の符号が変わるのは自明であり、増減表による十分性の確認は不要」という意見があるが、どのような基準で採点したか。
全体 ・例年に比べ易しい印象があるが、正答率は高かったか。				

(注：易・標準・難は教科書レベルにおいて)

令和 7 年度（2025）琉球大学入試問題（後期）に関する質問事項

問題	範囲	分野	難易度	質問事項
1 問 1 問 2	数Ⅲ 数Ⅲ	微分法 微分法	標準 標準	・ 標準的な微分法の問題であったが、正答率は高かったか。
2 問 1 問 2 問 3	数Ⅱ 数Ⅱ 数Ⅲ	三角関数 三角関数 積分法	標準 やや難 難	・ 三角関数の対称性 $\sin(3\pi/5)=\sin(2\pi/5)$ は理解できていたか。
3 問 1 問 2 問 3	数 B 数 B 数 B	数列 数列 数列	易 難 標準	・ 余りの性質は新課程で取り扱われる機会が少なくなっているが、生徒はどれくらいできていたか。 ・ 問 2 の証明の論述はできていたか。
4 問 1 問 2 問 3	数 A 数 A 数 B	確率 確率 数列	易 標準 標準	・ 標準的な確率漸化式の問題で比較的易しいと感じたが、正答率は高かったか。
全体 今後も整数分野（余りの性質や不定方程式など）の出題はあるか。				

（注：易・標準・難は教科書レベルにおいて）

1 n を自然数, $f_n(x) = 1 + \sum_{k=1}^n \frac{x^k}{k!}$ とする。次の問いに答えよ。(50点)

問1 $f_2(x)$ の導関数を求めよ。

問2 $x \geq 0$ のとき, $e^x \geq f_1(x)$ を示せ。

問3 $x \geq 0$ のとき, すべての自然数 $n \geq 1$ に対して不等式 $e^x \geq f_n(x)$ を示せ。

問4 $0 \leq x \leq 1$ のとき, すべての自然数 $n \geq 1$ に対して不等式 $e^x \leq f_n(x) + \frac{x^n}{n!}$ を示せ。

(解説)

問1 $f_2(x) = 1 + \sum_{k=1}^2 \frac{x^k}{k!} = 1 + \frac{x}{1!} + \frac{x^2}{2!} = 1 + x + \frac{x^2}{2}$ より, $f_2'(x) = 1 + x$

問2 $g_1(x) = e^x - f_1(x)$ とおく。

$$g_1'(x) = e^x - (1 + x) \text{ より, } g_1'(x) = e^x - 1$$

$$x > 0 \text{ のとき } e^x > 1 \text{ だから, } g_1'(x) > 0$$

よって, $x \geq 0$ において $g_1(x)$ は単調に増加する。

また $g_1(0) = e^0 - 1 = 0$ より, $x \geq 0$ のとき $g_1(x) \geq 0$ すなわち $e^x \geq f_1(x)$ となる。

問3 $g_n(x) = e^x - f_n(x)$ ($x \geq 0$) において, すべての自然数 n に対して $g_n(x) \geq 0$ となることを数学的帰納法により示す。

[1] $n=1$ のときは, 問2により示されている。

[2] ある自然数 l に対して, $g_l(x) \geq 0$ であると仮定する。

$$\text{ここで, } f'_{l+1}(x) = \left\{ 1 + x + \frac{x^2}{2} + \cdots + \frac{x^{l+1}}{(l+1)!} \right\}' = 1 + x + \cdots + \frac{x^l}{l!} = f_l(x)$$

であることに注意すると,

$$g_{l+1}'(x) = \{e^x - f_{l+1}(x)\}' = e^x - f_l(x) = g_l(x)$$

仮定により $g_l(x) \geq 0$ だから, $g_{l+1}'(x) \geq 0$

よって $x \geq 0$ において $g_{l+1}(x)$ は単調に増加する。

$$\text{また } g_{l+1}(0) = e^0 - f_{l+1}(0) = 1 - 1 = 0 \text{ より, } x \geq 0 \text{ のとき } g_{l+1}(x) \geq 0$$

[1], [2] により, すべての自然数 n に対して $g_n(x) \geq 0$ すなわち $e^x \geq f_n(x)$ となる。

問4 $h_n(x) = \left\{ f_n(x) + \frac{x^n}{n!} \right\} - e^x$ ($0 \leq x \leq 1$) において, すべての自然数 n に対して $h_n(x) \geq 0$ となる

ことを数学的帰納法により示す。

[1] $n=1$ のとき

$$h_1(x) = \left\{ f_1(x) + \frac{x^1}{1!} \right\} - e^x = 1 + 2x - e^x$$

$$h_1'(x) = 2 - e^x$$

$$0 < x < 1 \text{ で } h_1'(x) = 0 \text{ とすると, } e^x = 2 \text{ より } x = \log 2$$

よって $h_1(x)$ の増減表は右のようになり、
 $h_1(1)=3-e>0$ から、 $h_1(x)$ は $x=0$ で
 最小値0をとる。
 よって $h_1(x)\geq 0$

x	0	...	$\log 2$	...	1
$h_1'(x)$		+	0	-	
$h_1(x)$	0	↗	極大	↘	$3-e$

[2] ある自然数 l に対して、 $h_l(x)\geq 0$ であると仮定する。

$$h_{l+1}'(x) = \left[\left\{ f_{n+1}(x) + \frac{x^{l+1}}{(l+1)} \right\} - e^x \right]' = f_l'(x) + \frac{x^l}{l!} - e^x = h_l(x)$$

仮定により $h_l(x)\geq 0$ だから、 $h_{l+1}'(x)\geq 0$

よって $x\geq 0$ において $h_{l+1}(x)$ は単調に増加する。

また $h_{l+1}(0)=f_{l+1}(0)+0-e^0=1-1=0$ より、 $x\geq 0$ において $h_{l+1}(x)\geq 0$

[1], [2] により、すべての自然数 n に対して $h_n(x)\geq 0$ すなわち $e^x \leq f_n(x) + \frac{x^n}{n!}$ となる。

参考

問4の不等式は $e^x - \frac{x^n}{n!} \leq f_n(x)$ と変形できるから、問3の不等式と合わせて

$$0 \leq x \leq 1 \text{ のとき } e^x - \frac{x^n}{n!} \leq f_n(x) \leq e^x$$

が成り立つ。ここで、 $0 \leq x \leq 1$ のとき $0 \leq \frac{x^n}{n!} \leq \frac{1}{n!}$ であり、 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n!} = 0$ から $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{x^n}{n!} = 0$

よって $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(e^x - \frac{x^n}{n!} \right) = e^x$ だから、はさみうちの原理により

$$0 \leq x \leq 1 \text{ のとき } \lim_{n \rightarrow \infty} f_n(x) = e^x$$

すなわち $e^x = 1 + x + \frac{x^2}{2} + \cdots + \frac{x^n}{n!} + \cdots \quad \cdots (*)$

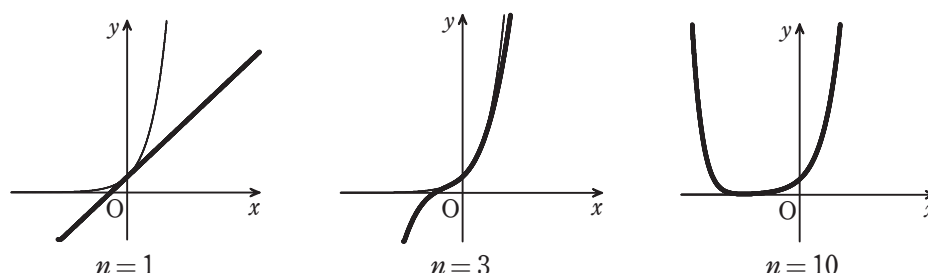
が成り立つ。

発展

マクローリン展開により、任意の実数 x に対し、 e^x は次のように表せる。

$$e^x = 1 + x + \frac{x^2}{2!} + \cdots + \frac{x^{n-1}}{(n-1)!} + R_n, \quad R_n = \frac{x^n}{n!} e^{\theta x} \quad (0 < \theta < 1)$$

ここで $\lim_{n \rightarrow \infty} R_n = 0$ (※ 証明は下記) だから、等式(*)は $0 \leq x \leq 1$ だけでなく、すべての実数 x に対して成り立つ。



※ $\lim_{n \rightarrow \infty} R_n = 0$ の証明

$x=0$ のときは明らかなので、 $x \neq 0$ の場合を考える。

$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{x^n}{n!} = 0$ が言えればよい。 $m = [2|x|] + 1$ ($[\]$ はガウス記号) とおくと

$$\begin{aligned}
 n > m \text{ のとき } \left| \frac{x^n}{n!} \right| &= \left| \frac{x^{n-m}}{n(n-1)(n-2)\cdots(m+1)} \cdot \frac{x^m}{m!} \right| \\
 &= \frac{|x|^{n-m}}{n(n-1)(n-2)\cdots(m+1)} \cdot \left| \frac{x^m}{m!} \right| \\
 &\leq \underbrace{\frac{|x|^{n-m}}{m \cdot m \cdot \cdots \cdot m}}_{(n-m)\text{個}} \cdot \left| \frac{x^m}{m!} \right| \\
 &= \left(\frac{|x|}{m} \right)^{n-m} \cdot \left| \frac{x^m}{m!} \right| \\
 &\leq \left(\frac{|x|}{2|x|} \right)^{n-m} \left| \frac{x^m}{m!} \right| \quad (\because m = [2|x|] + 1 \geq 2|x| > 0) \\
 &= \left(\frac{1}{2} \right)^{n-m} \left| \frac{x^m}{m!} \right|
 \end{aligned}$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{2} \right)^{n-m} \left| \frac{x^m}{m!} \right| = 0 \text{ だから } \lim_{n \rightarrow \infty} \left| \frac{x^n}{n!} \right| = 0 \quad \text{よって } \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{x^n}{n!} = 0$$

2 $a > 0$ として, $g(a) = \int_a^{a+1} (x - \log x) dx$ とする。次の問いに答えよ。(50点)

問1 不定積分 $\int \log x dx$ を求めよ。

問2 $g(a)$ を求めよ。

問3 $g(a)$ の最小値とそのときの a の値を求めよ。

解説

$$\begin{aligned} \text{問1} \quad \int \log x dx &= \int (x)' \log x dx \\ &= x \log x - \int x (\log x)' dx \\ &= x \log x - \int x \cdot \frac{1}{x} dx \\ &= x \log x - x + C \quad \text{ただし, } C \text{ は積分定数} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{問2} \quad g(a) &= \left[\frac{x^2}{2} - (x \log x - x) \right]_a^{a+1} \\ &= \left\{ \frac{(a+1)^2}{2} - \frac{a^2}{2} \right\} - \{ (a+1) \log(a+1) - a \log a \} + \{ (a+1) - a \} \\ &= a + \frac{3}{2} - (a+1) \log(a+1) + a \log a \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{問3} \quad g'(a) &= 1 - \left\{ 1 \cdot \log(a+1) + (a+1) \cdot \frac{1}{a+1} \right\} + \left(1 \cdot \log a + a \cdot \frac{1}{a} \right) \\ &= 1 - \log(a+1) - 1 + \log a + 1 \\ &= 1 - \log \left(1 + \frac{1}{a} \right) \end{aligned}$$

$$a > 0 \text{ で } g'(a) = 0 \text{ とおくと, } \log \left(1 + \frac{1}{a} \right) = 1 \text{ より } 1 + \frac{1}{a} = e$$

$$\text{すなわち } a = \frac{1}{e-1}$$

よって, $a > 0$ における $g(a)$ の増減表は右のように

なるから, $g(a)$ は $a = \frac{1}{e-1}$ で最小となる。

a	0	...	$\frac{1}{e-1}$	...
$g'(a)$		-	0	+
$g(a)$		↘	極小	↗

$$\text{また, } g(a) = a + \frac{3}{2} - a \log(a+1) - \log(a+1) + a \log a$$

$$= \frac{3}{2} - \log(a+1) - a \left\{ 1 - \log \left(1 + \frac{1}{a} \right) \right\}$$

$$= \frac{3}{2} - \log(a+1) - a g'(a)$$

であり, $g' \left(\frac{1}{e-1} \right) = 0$ だから

$$g \left(\frac{1}{e-1} \right) = \frac{3}{2} - \log \left(\frac{1}{e-1} + 1 \right) = \frac{3}{2} - \log \frac{e}{e-1} = \frac{3}{2} - \{ 1 - \log(e-1) \} = \frac{1}{2} + \log(e-1)$$

以上により, $g(a)$ は $a = \frac{1}{e-1}$ で最小値 $\frac{1}{2} + \log(e-1)$ をとる。

- 3 四面体 OABC の辺の長さを $OA=3$, $OB=\sqrt{5}$, $OC=\sqrt{6}$, $AB=2\sqrt{2}$ とする。 $\overrightarrow{OA}=\vec{a}$, $\overrightarrow{OB}=\vec{b}$, $\overrightarrow{OC}=\vec{c}$ として, $\vec{a}\cdot\vec{c}=3$, $\vec{b}\cdot\vec{c}=3$ とする。次の問いに答えよ。(50点)

問1 $\vec{a}$ と $\vec{b}$ の内積 $\vec{a}\cdot\vec{b}$ を求めよ。

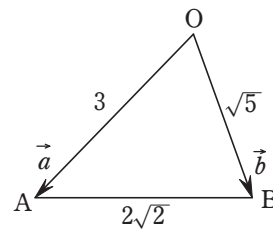
問2 点 O から平面 ABC に垂線を下ろしその交点を H とする。このとき, $\overrightarrow{OH}$ を $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$ を用いて表せ。

問3 点 A から平面 OBC に垂線を下ろしその交点を K とする。このとき, 直線 OH と直線 AK は交わることを示せ。また, その交点を M とするとき, $\overrightarrow{OM}$ を $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$ を用いて表せ。

解説

問1 $|\vec{b}-\vec{a}|^2=|\vec{b}|^2-2\vec{a}\cdot\vec{b}+|\vec{a}|^2$ より

$$\begin{aligned}\vec{a}\cdot\vec{b} &= \frac{1}{2}(|\vec{b}|^2+|\vec{a}|^2-|\vec{b}-\vec{a}|^2) \\ &= \frac{1}{2}(OB^2+OA^2-AB^2) \\ &= \frac{1}{2}\{(\sqrt{5})^2+3^2-(2\sqrt{2})^2\}=\frac{6}{2}=3\end{aligned}$$

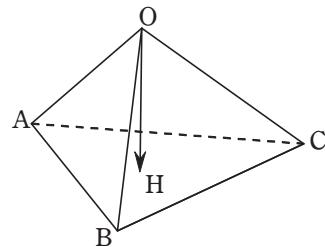


別解 $\triangle OAB$ で余弦定理により $\cos \angle AOB = \frac{3^2 + (\sqrt{5})^2 - (2\sqrt{2})^2}{2 \cdot 3 \cdot \sqrt{5}} = \frac{6}{6\sqrt{5}} = \frac{1}{\sqrt{5}}$

$$\text{したがって } \vec{a}\cdot\vec{b}=|\vec{a}||\vec{b}|\cos \angle AOB=3\cdot\sqrt{5}\cdot\frac{1}{\sqrt{5}}=3$$

問2 H は平面ABC 上にあるから, 実数 s , t を用いて $\overrightarrow{AH}=s\overrightarrow{AB}+t\overrightarrow{AC}$ と表せる。

$$\begin{aligned}\text{よって } \overrightarrow{OH} &= \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{AH} \\ &= \overrightarrow{OA} + s\overrightarrow{AB} + t\overrightarrow{AC} \\ &= \vec{a} + s(\vec{b}-\vec{a}) + t(\vec{c}-\vec{a}) \\ &= (1-s-t)\vec{a} + s\vec{b} + t\vec{c}\end{aligned}$$



$$\overrightarrow{OH} \perp \overrightarrow{AB} \text{ より } \overrightarrow{OH} \cdot \overrightarrow{AB} = 0 \text{ だから } \{(1-s-t)\vec{a} + s\vec{b} + t\vec{c}\} \cdot (\vec{b}-\vec{a}) = 0$$

$$(1-s-t)\vec{a}\cdot\vec{b} - (1-s-t)|\vec{a}|^2 + s|\vec{b}|^2 - s\vec{a}\cdot\vec{b} + t\vec{b}\cdot\vec{c} - t\vec{a}\cdot\vec{c} = 0$$

$$(1-s-t) \cdot 3 - (1-s-t) \cdot 3^2 + s(\sqrt{5})^2 - s \cdot 3 + t \cdot 3 - t \cdot 3 = 0$$

$$\text{整理すると } 4s + 3t = 3 \cdots \textcircled{1}$$

$$\overrightarrow{OH} \perp \overrightarrow{AC} \text{ より } \overrightarrow{OH} \cdot \overrightarrow{AC} = 0 \text{ だから } \{(1-s-t)\vec{a} + s\vec{b} + t\vec{c}\} \cdot (\vec{c}-\vec{a}) = 0$$

$$(1-s-t)\vec{a}\cdot\vec{c} - (1-s-t)|\vec{a}|^2 + s\vec{b}\cdot\vec{c} - s\vec{a}\cdot\vec{b} + t|\vec{c}|^2 - t\vec{a}\cdot\vec{c} = 0$$

$$(1-s-t) \cdot 3 - (1-s-t) \cdot 3^2 + s \cdot 3 - s \cdot 3 + t(\sqrt{6})^2 - t \cdot 3 = 0$$

$$\text{整理すると } 2s + 3t = 2 \cdots \textcircled{2}$$

$$\textcircled{1}, \textcircled{2} \text{ を解くと } s = \frac{1}{2}, \quad t = \frac{1}{3}$$

$$\text{よって } \overrightarrow{OH} = \left(1 - \frac{1}{2} - \frac{1}{3}\right)\vec{a} + \frac{1}{2}\vec{b} + \frac{1}{3}\vec{c} \quad \text{すなわち} \quad \overrightarrow{OH} = \frac{1}{6}\vec{a} + \frac{1}{2}\vec{b} + \frac{1}{3}\vec{c}$$

問3 点 K は平面 OBC 上にあるから、実数 u, v を用いて $\overrightarrow{OK} = u\overrightarrow{OB} + v\overrightarrow{OC}$ と表せる。

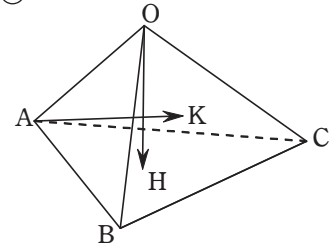
$$\text{よって } \overrightarrow{AK} = \overrightarrow{AO} + \overrightarrow{OK} = -\overrightarrow{OA} + u\overrightarrow{OB} + v\overrightarrow{OC} = -\vec{a} + u\vec{b} + v\vec{c}$$

$$\begin{aligned} \overrightarrow{AK} \perp \overrightarrow{OB} \text{ より } \overrightarrow{AK} \cdot \overrightarrow{OB} &= 0 \text{ だから, } (-\vec{a} + u\vec{b} + v\vec{c}) \cdot \vec{b} = 0 \\ &-\vec{a} \cdot \vec{b} + u|\vec{b}|^2 + v\vec{b} \cdot \vec{c} = 0 \\ &-3 + u(\sqrt{5})^2 + v \cdot 3 = 0 \\ &5u + 3v = 3 \cdots \textcircled{3} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \overrightarrow{AK} \perp \overrightarrow{OC} \text{ より } \overrightarrow{AK} \cdot \overrightarrow{OC} &= 0 \text{ だから, } (-\vec{a} + u\vec{b} + v\vec{c}) \cdot \vec{c} = 0 \\ &-\vec{a} \cdot \vec{c} + u\vec{b} \cdot \vec{c} + v|\vec{c}|^2 = 0 \\ &-3 + u \cdot 3 + v(\sqrt{6})^2 = 0 \\ &3u + 6v = 3 \cdots \textcircled{4} \end{aligned}$$

$$\textcircled{3}, \textcircled{4} \text{ を解いて } u = \frac{3}{7}, v = \frac{2}{7}$$

$$\text{よって } \overrightarrow{AK} = -\vec{a} + \frac{3}{7}\vec{b} + \frac{2}{7}\vec{c}$$



直線 OH 上の点を P, 直線 AK 上の点を Q とすると、実数 k, l を用いて

$$\overrightarrow{OP} = k\overrightarrow{OH}, \overrightarrow{OQ} = \overrightarrow{OA} + l\overrightarrow{AK}$$

と表せる。すなわち

$$\overrightarrow{OP} = k\left(\frac{1}{6}\vec{a} + \frac{1}{2}\vec{b} + \frac{1}{3}\vec{c}\right) = \frac{k}{6}\vec{a} + \frac{k}{2}\vec{b} + \frac{k}{3}\vec{c}$$

$$\overrightarrow{OQ} = \vec{a} + l\left(-\vec{a} + \frac{3}{7}\vec{b} + \frac{2}{7}\vec{c}\right) = (1-l)\vec{a} + \frac{3}{7}l\vec{b} + \frac{2}{7}l\vec{c}$$

$\overrightarrow{OP} = \overrightarrow{OQ}$ が成り立つような実数 k, l が存在すれば、2直線 OH, AK は交わるといえる。

4点 O, A, B, C は同じ平面上にないから、 $\overrightarrow{OP} = \overrightarrow{OQ}$ となるのは

$$\begin{cases} \frac{k}{6} = 1-l \\ \frac{k}{2} = \frac{3}{7}l \\ \frac{k}{3} = \frac{2}{7}l \end{cases}$$

が成り立つことと同値である。

この連立方程式はただ1組の解 $k = \frac{3}{4}, l = \frac{7}{8}$ をもつ。

よって2直線 OH, AK はただ1点で交わる。その交点 M については

$$\overrightarrow{OM} = \frac{3}{4}\overrightarrow{OH} \text{ より } \overrightarrow{OM} = \frac{1}{8}\vec{a} + \frac{3}{8}\vec{b} + \frac{1}{4}\vec{c}$$

- 4 赤玉3個と白玉3個が入っている袋がある。まず3枚のコインを投げ、表が k 枚出たとき、この袋に赤玉を k^2 個追加し、次のその袋から玉を2個同時に取り出すという試行を行う。例えば、コイン投げで表が2枚、裏が1枚出たときは、赤玉4個を追加して、赤玉7個と白玉3個が入っている袋から玉を2個同時に取り出す。コイン投げで3枚とも裏が出たときは、赤玉の追加はなく、赤玉3個と白玉3個が入っている袋から玉を2個同時に取り出す。次の問いに答えよ。(50点)

- 問1 コイン投げで3枚とも表でありかつ袋から取り出した玉が2個とも赤玉である確率を求めよ。
 問2 袋から取り出した玉が2個とも赤玉である確率を求めよ。
 問3 袋から取り出した玉が2個とも赤玉であったとき、コイン投げで3枚とも表であったという条件付き確率を求めよ。

解説

- 問1 コイン投げで3枚とも表である確率は $\left(\frac{1}{2}\right)^3$

このとき袋には $3^2=9$ 個の赤玉は追加され、赤玉12個、白玉3個となる。

ここから赤玉2個を取り出す確率は $\frac{{}_{12}C_2}{{}_{15}C_2}$

よって、求める確率は $\left(\frac{1}{2}\right)^3 \times \frac{{}_{12}C_2}{{}_{15}C_2} = \frac{1}{8} \times \frac{12 \cdot 11}{2 \cdot 1} \times \frac{2 \cdot 1}{15 \cdot 14} = \frac{11}{140}$

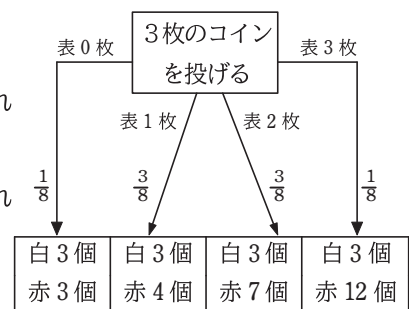
- 問2 コイン投げで出る表の枚数は0枚、1枚、2枚、3枚のいずれかである。それぞれの事象を順に X_0, X_1, X_2, X_3 とする。このとき、袋の中の様子は

X_0 が起こった場合 赤玉3個、白玉3個のまま

X_1 が起こった場合 袋には $1^2=1$ 個の赤玉が追加され
赤玉4個、白玉3個

X_2 が起こった場合 袋には $2^2=4$ 個の赤玉が追加され
赤玉7個、白玉3個

X_3 については問1で既に求めている。



また、袋から取り出した玉が2個とも赤玉である事象を Y とすると

$$P(X_0 \cap Y) = P(X_0) \times P_{X_0}(Y) = \left(\frac{1}{2}\right)^3 \times \frac{{}_3C_2}{{}_6C_2} = \frac{1}{40}$$

$$P(X_1 \cap Y) = P(X_1) \times P_{X_1}(Y) = {}_3C_1 \frac{1}{2} \left(\frac{1}{2}\right)^2 \times \frac{{}_4C_2}{{}_7C_2} = \frac{3}{28}$$

$$P(X_2 \cap Y) = P(X_2) \times P_{X_2}(Y) = {}_3C_2 \left(\frac{1}{2}\right)^2 \frac{1}{2} \times \frac{{}_7C_2}{{}_{10}C_2} = \frac{7}{40}$$

$$\text{問1より } P(X_3 \cap Y) = \frac{11}{140}$$

よって、求める確率は

$$\begin{aligned} P(Y) &= P(X_0 \cap Y) + P(X_1 \cap Y) + P(X_2 \cap Y) + P(X_3 \cap Y) \\ &= \frac{1}{40} + \frac{3}{28} + \frac{7}{40} + \frac{11}{140} = \frac{7+30+49+22}{280} = \frac{108}{280} = \frac{27}{70} \end{aligned}$$

- 問3 求める条件付き確率は $P_Y(X_3) = \frac{P(X_3 \cap Y)}{P(Y)} = \frac{11}{140} \times \frac{70}{27} = \frac{11}{54}$

1 次の問いに答えよ。(50点)

問1 $\frac{1}{37}$ を小数で表したとき、小数第100位の数字を求めよ。また $\frac{1}{37} + \frac{32}{33}$ を小数で表したとき、小数第100位の数字を求めよ。

問2 21の階乗21!を素因数分解せよ。

問3 多項式 $P(x)$ を x^2-1 で割ったときの余りが $2x$ 、 x^2-x-6 で割ったときの余りが $3x+2$ である。このとき、 $P(x)$ を x^2-4x+3 で割ったときの余りを求めよ。

解説

問1 $\frac{1}{37}=0.\dot{0}2\dot{7}$ より、 $\frac{1}{37}$ は0, 2, 7の3個の数が循環する循環小数で表される。

100を3で割った余りは1だから、小数第100位の数は循環節の1番目である0

また、 $\frac{32}{33}=0.\dot{9}6$ だから、右のように計算して $\frac{1}{37}=0.027027027027\cdots$

$$\begin{array}{r} \frac{1}{37} + \frac{32}{33} = 0.\dot{9}672\dot{3} \\ +) \frac{32}{33} = 0.9696969696\cdots \\ \hline 0.996723996723\cdots \end{array}$$

よって $\frac{1}{37} + \frac{32}{33}$ は9, 9, 6, 7, 2, 3の6個の数が循環する循環小数で表される。

100を6で割った余りは4だから、小数第100位の数は循環節の4番目である7

別解 $\frac{1}{37} + \frac{32}{33} = \frac{27027}{999999} + \frac{969696}{999999} = \frac{996723}{999999} = 0.\dot{9}9672\dot{3}$ としても求められる。

問2 $21! = 21 \times 20 \times 19 \times 18 \times 17 \times 16 \times 15 \times 14 \times 13 \times 12 \times 11 \times 10 \times 9 \times 8 \times 7 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1$
 $= 3 \cdot 7 \times 2^2 \cdot 5 \times 19 \times 2 \cdot 3^2 \times 17 \times 2^4 \times 3 \cdot 5 \times 2 \cdot 7 \times 13 \times 2^2 \cdot 3 \times 11 \times 3^2 \times 2^3 \times 7 \times 2 \cdot 3 \times 5 \times 2^2 \times 3 \times 2$
 $= 2^{18} \cdot 3^9 \cdot 5^4 \cdot 7^3 \cdot 11 \cdot 13 \cdot 17 \cdot 19$

別解 $21 \div 2 = 10 \cdots 1$, $21 \div 4 = 5 \cdots 1$, $21 \div 8 = 2 \cdots 5$, $21 \div 16 = 1 \cdots 5$

となるから、21!は2で最大 $10+5+2+1=18$ 回割れる。

$$21 \div 3 = 7 \quad , \quad 21 \div 9 = 2 \cdots 3$$

となるから、21!は3で最大 $7+2=9$ 回割れる。

$$21 \div 5 = 4 \cdots 1 \quad \text{となるから、21!は5で最大4回割れる。}$$

$$21 \div 7 = 3 \quad \text{となるから、21!は7で最大3回割れる。}$$

$$11, 13, 17, 19 \text{ はそれぞれ最大で1回しか割れないため、} 21! = 2^{18} \cdot 3^9 \cdot 5^4 \cdot 7^3 \cdot 11 \cdot 13 \cdot 17 \cdot 19$$

問3 $P(x)$ を x^2-1 で割ったときの商を $Q_1(x)$ 、 x^2-x-6 で割ったときの商を $Q_2(x)$ とおくと

$$P(x) = (x^2-1)Q_1(x) + 2x = (x+1)(x-1)Q_1(x) + 2x \cdots \textcircled{1}$$

$$P(x) = (x^2-x-6)Q_2(x) + 3x+2 = (x+2)(x-3)Q_2(x) + 3x+2 \cdots \textcircled{2}$$

また、 $P(x)$ を x^2-4x+3 で割ったときの商を $Q(x)$ 、余りを $ax+b$ とおくと

$$P(x) = (x^2-4x+3)Q(x) + ax+b = (x-1)(x-3)Q(x) + ax+b \cdots \textcircled{3}$$

③で $x=1$ として $P(1)=a+b$, $x=3$ として $P(3)=3a+b$

また、①で $x=1$ として $P(1)=2 \cdot 1=2$

②で $x=3$ として $P(3)=3 \cdot 3+2=11$

$$\text{よって} \begin{cases} a+b=2 \\ 3a+b=11 \end{cases} \text{これを解くと} \quad a=\frac{9}{2}, \quad b=-\frac{5}{2}$$

よって、求める余りは $\frac{9}{2}x - \frac{5}{2}$

2 関数 $f(x)=x^3+ax^2+bx+c$ を考える。次の問いに答えよ。(50点)

問1 $f(x)$ が $x=1$ と $x=2$ で極値をとるとき、 a と b の値を求めよ。

問2 a と b を問1で求めた値とする。さらに曲線 $y=f(x)$ が直線 $y=6x-2$ に接するとき、 c の値を求めよ。

(解説)

問1 $f'(x)=3x^2+2ax+b$

$f(x)$ が $x=1$ と $x=2$ で極値をとるとき、 $f'(1)=f'(2)=0$ が成り立つから

$$\begin{cases} 3+2a+b=0 \\ 12+4a+b=0 \end{cases}$$

これを解くと $a=-\frac{9}{2}$, $b=6$

このとき、 $f'(x)=3x^2-9x+6=3(x^2-3x+2)=3(x-1)(x-2)$

となり、右の増減表から $f(x)$ は $x=1$ と $x=2$ で極値をとる。

以上により、 $a=-\frac{9}{2}$, $b=6$

	...	1	...	2	...
$f'(x)$	+	0	-	0	+
$f(x)$	↗	極大	↘	極小	↗

問2 問1の結果により $f(x)=x^3-\frac{9}{2}x^2+6x+c$

$g(x)=6x-2$ とする。曲線 $y=f(x)$ と直線 $y=g(x)$ が接するとき、接点の x 座標を t とすると

$$f(t)=g(t) \cdots \textcircled{1}, \quad f'(t)=g'(t) \cdots \textcircled{2}$$

が成り立つ。

$$\textcircled{1} \text{より} \quad t^3 - \frac{9}{2}t^2 + 6t + c = 6t - 2 \cdots \textcircled{3}$$

$$\textcircled{2} \text{より} \quad 3t^2 - 9t + 6 = 6$$

$$3t^2 - 9t = 0$$

$$3t(t-3)=0$$

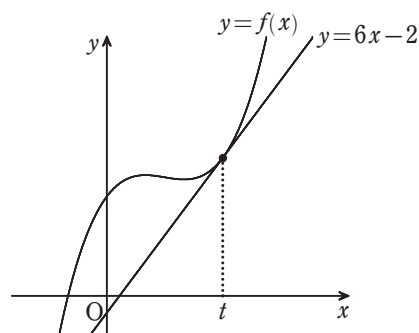
$$t=0, 3$$

$$t=0 \text{ のとき } \textcircled{3} \text{より} \quad c=-2$$

$$t=3 \text{ のとき } \textcircled{3} \text{より} \quad 27 - \frac{81}{2} + 18 + c = 18 - 2$$

$$c = \frac{23}{2}$$

以上により、求める c の値は $c=-2, \frac{23}{2}$



1 関数 $f(x)$ は、 $\int_0^x f(t)dt = \frac{x^2}{2} - \cos x + \sin x + 1$ を満たすとする。ただし $0 < x < 2\pi$ とする。次の

問いに答えよ。(50点)

問1 $f(x)$ の極値を求めよ。

問2 曲線 $y=f(x)$ の変曲点を求めよ。

(解説)

問1 与えられた等式の両辺を微分して $f(x) = x + \sin x + \cos x$

$$\text{よって } f'(x) = 1 + \cos x - \sin x = 1 - \sqrt{2} \sin\left(x - \frac{\pi}{4}\right)$$

$$f'(x) = 0 \text{ とすると } \sin\left(x - \frac{\pi}{4}\right) = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$0 < x < 2\pi \text{ より } -\frac{\pi}{4} < x - \frac{\pi}{4} < \frac{7}{4}\pi \text{ だから } x - \frac{\pi}{4} = \frac{\pi}{4}, \frac{3}{4}\pi$$

$$\text{すなわち } x = \frac{\pi}{2}, \pi$$

よって、 $f(x)$ の増減表は右のようになるから、 $f(x)$ は

$$x = \frac{\pi}{2} \text{ で極大値 } \frac{\pi}{2} + 1$$

$$x = \pi \text{ で極小値 } \pi - 1$$

をとる。

x	0	...	$\frac{\pi}{2}$	...	π	...	2π
$f'(x)$		+	0	-	0	+	
$f(x)$		↗	$\frac{\pi}{2} + 1$	↘	$\pi - 1$	↗	

問2 $f''(x) = -\sin x - \cos x = -\sqrt{2} \sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right)$

$$f''(x) = 0 \text{ とすると } \sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right) = 0$$

$$\frac{\pi}{4} < x + \frac{\pi}{4} < \frac{9}{4}\pi \text{ より } x + \frac{\pi}{4} = \pi, 2\pi$$

$$\text{すなわち } x = \frac{3}{4}\pi, \frac{7}{4}\pi$$

よって、 $f''(x)$ の符号と $f(x)$ の凹凸は右の表のようになるから、
曲線 $y=f(x)$ の変曲点は

$$\left(\frac{3}{4}\pi, \frac{3}{4}\pi\right), \left(\frac{7}{4}\pi, \frac{7}{4}\pi\right)$$

x	0	...	$\frac{3}{4}\pi$	...	$\frac{7}{4}\pi$	...	2π
$f''(x)$		-	0	+	0	-	
$f(x)$		上に凸	$\frac{3}{4}\pi$	下に凸	$\frac{7}{4}\pi$	上に凸	

2 次の問いに答えよ。(50点)

問1 $\sin 3\theta$ を $\sin \theta$ を用いて表せ。

問2 等式 $\sin \frac{3\pi}{5} = \sin \frac{2\pi}{5}$ を利用して, $\cos \frac{\pi}{5}$ の値を求めよ。

問3 $0 \leq x \leq \frac{\pi}{2}$ において, 曲線 $y = \sin 2x$, $y = \sin 3x$, 直線 $x = \frac{\pi}{2}$ で囲まれる部分の面積を求めよ。

(解説)

$$\begin{aligned} \text{問1 } \sin 3\theta &= \sin(\theta + 2\theta) \\ &= \sin \theta \cos 2\theta + \cos \theta \sin 2\theta \\ &= \sin \theta (1 - 2\sin^2 \theta) + \cos \theta \cdot 2\sin \theta \cos \theta \\ &= \sin \theta (1 - 2\sin^2 \theta) + 2\sin \theta \cos^2 \theta \\ &= \sin \theta (1 - 2\sin^2 \theta) + 2\sin \theta (1 - \sin^2 \theta) \\ &= 3\sin \theta - 4\sin^3 \theta \end{aligned}$$

$$\text{問2 } \text{問1の結果により } \sin \frac{3\pi}{5} = 3\sin \frac{\pi}{5} - 4\sin^3 \frac{\pi}{5}$$

$$\text{また, } \sin \frac{2\pi}{5} = 2\sin \frac{\pi}{5} \cos \frac{\pi}{5}$$

$$\text{よって, } \sin \frac{3\pi}{5} = \sin \frac{2\pi}{5} \text{ より}$$

$$3\sin \frac{\pi}{5} - 4\sin^3 \frac{\pi}{5} = 2\sin \frac{\pi}{5} \cos \frac{\pi}{5}$$

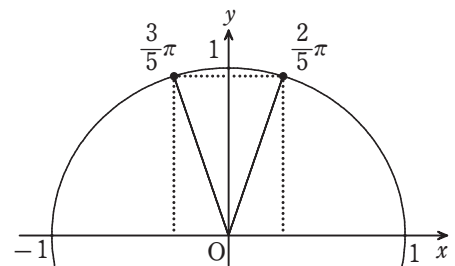
$$\sin \frac{\pi}{5} > 0 \text{ であるから, 両辺を } \sin \frac{\pi}{5} \text{ で割って}$$

$$3 - 4\sin^2 \frac{\pi}{5} = 2\cos \frac{\pi}{5}$$

$$3 - 4\left(1 - \cos^2 \frac{\pi}{5}\right) = 2\cos \frac{\pi}{5}$$

$$4\cos^2 \frac{\pi}{5} - 2\cos \frac{\pi}{5} - 1 = 0$$

$$0 < \cos \frac{\pi}{5} < 1 \text{ より, } \cos \frac{\pi}{5} = \frac{1 + \sqrt{5}}{4}$$



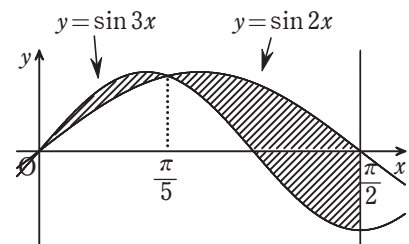
$$\begin{aligned} \sin \frac{3}{5}\pi &= \sin\left(\pi - \frac{2}{5}\pi\right) = \sin \frac{2}{5}\pi \\ \cos \frac{3}{5}\pi &= \cos\left(\pi - \frac{2}{5}\pi\right) = -\cos \frac{2}{5}\pi \end{aligned}$$

問3 $y = \sin 2x$, $y = \sin 3x$ のグラフは右の図のようになり,

$$\sin \frac{3\pi}{5} = \sin \frac{2\pi}{5} \text{ より, 2つのグラフの } 0 < x < \frac{\pi}{2} \text{ に}$$

おける交点の x 座標は $\frac{\pi}{5}$ である。

よって, 求める面積を S とおくと



$$S = \int_0^{\frac{\pi}{5}} (\sin 3x - \sin 2x) dx + \int_{\frac{\pi}{5}}^{\frac{\pi}{2}} (\sin 2x - \sin 3x) dx$$

$$= \left[-\frac{\cos 3x}{3} + \frac{\cos 2x}{2} \right]_0^{\frac{\pi}{5}} + \left[-\frac{\cos 2x}{2} + \frac{\cos 3x}{3} \right]_{\frac{\pi}{5}}^{\frac{\pi}{2}}$$

$$= -\frac{1}{3} \left(\cos \frac{3}{5} \pi - 1 \right) + \frac{1}{2} \left(\cos \frac{2}{5} \pi - 1 \right) - \frac{1}{2} \left(-1 - \cos \frac{2}{5} \pi \right) + \frac{1}{3} \left(0 - \cos \frac{3}{5} \pi \right)$$

$$= \frac{1}{3} - \frac{2}{3} \cos \frac{3}{5} \pi + \cos \frac{2}{5} \pi$$

ここで, $\cos \frac{3}{5} \pi = \cos \left(\pi - \frac{2}{5} \pi \right) = -\cos \frac{2}{5} \pi$ であるから

$$S = \frac{1}{3} - \frac{2}{3} \left(-\cos \frac{2}{5} \pi \right) + \cos \frac{2}{5} \pi = \frac{1}{3} + \frac{5}{3} \cos \frac{2}{5} \pi$$

$$\cos \frac{2}{5} \pi = 2 \cos^2 \frac{\pi}{5} - 1 = 2 \left(\frac{\sqrt{5} + 1}{4} \right)^2 - 1 = \frac{\sqrt{5} - 1}{4} \text{ であるから}$$

$$S = \frac{1}{3} + \frac{5}{3} \cdot \frac{\sqrt{5} - 1}{4} = \frac{5\sqrt{5} - 1}{12}$$

- 3 数列 $\{a_n\}$ を, 条件 $a_1=2$, $a_2=1$, $a_{n+2}=a_{n+1}+a_n$ ($n=1, 2, 3, \dots$) によって定める. 次の問いに答えよ. (50点)

問1 $a_3, a_4, a_5, a_6, a_7, a_8$ を5で割った余りを求めよ.

問2 すべての $n \geq 1$ に対して, a_n を5で割った余りと a_{n+k} を5で割った余りが等しくなるような最小の自然数 k を求めよ.

問3 a_{2025} を5で割った余りを求めよ.

(解説)

問1 $a_3 = a_2 + a_1 = 1 + 2 = 3$ $a_4 = a_3 + a_2 = 3 + 1 = 4$
 $a_5 = a_4 + a_3 = 4 + 3 = 7$ $a_6 = a_5 + a_4 = 7 + 4 = 11$
 $a_7 = a_6 + a_5 = 11 + 7 = 18$ $a_8 = a_7 + a_6 = 18 + 11 = 29$
より, これらを5で割った余りは順に3, 4, 2, 1, 3, 4

問2 問1の結果では, a_n を5で割った余りは2, 1, 3, 4の4個の数が繰り返し現れているので,

$$k \geq 4$$

一般に, $a_{n+4} = a_n$ が成り立つことが予想される. これを数学的帰納法により示す.

以下, 5を法とする合同式で考える.

[1] 問1より $a_5 \equiv a_1$, $a_6 \equiv a_2$ だから, $n=1, 2$ のとき予想は成り立つ.

[2] ある自然数 l に対して $n=l, l+1$ のとき予想が成り立つ, すなわち

$$a_{l+4} \equiv a_l, \quad a_{(l+1)+4} \equiv a_{l+1} \text{ が成り立つと仮定する.}$$

$$\text{このとき, } a_{l+6} \equiv a_{l+5} + a_{l+4}$$

$$\equiv a_{l+1} + a_l$$

$$\equiv a_{l+2}$$

よって $a_{(l+2)+4} \equiv a_{l+2}$ だから $n=l+2$ のときも予想は成り立つ.

[1], [2] より, すべての n に対して $a_{n+4} = a_n$ が成り立つから, 求める k の値は $k=4$

(別解) 一般に $a_{4n-3}, a_{4n-2}, a_{4n-1}, a_{4n}$ を5で割った余りが順に2, 1, 3, 4となることを数学的帰納法により示す.

[1] $n=1$ のとき 問1より成り立つ.

[2] ある自然数 l に対して $a_{4l-3} \equiv 2, a_{4l-2} \equiv 1, a_{4l-1} \equiv 3, a_{4l} \equiv 4$ と仮定すると

$$a_{4(l+1)-3} \equiv a_{4l+1} \equiv a_{4l} + a_{4l-1} \equiv 4 + 3 \equiv 7 \equiv 2$$

$$a_{4(l+1)-2} \equiv a_{4l+2} \equiv a_{4l+1} + a_{4l} \equiv 2 + 4 \equiv 6 \equiv 1$$

$$a_{4(l+1)-1} \equiv a_{4l+3} \equiv a_{4l+2} + a_{4l+1} \equiv 1 + 2 \equiv 3$$

$$a_{4(l+1)} \equiv a_{4l+4} \equiv a_{4l+3} + a_{4l+2} \equiv 3 + 1 \equiv 4$$

よって, $n=l+1$ のときも予想は成り立つ.

[1], [2] よりすべての n に対して予想が成り立つから, 求める k の値は $k=4$

問3 $2025 = 4 \cdot 506 + 1$ より $a_{2025} \equiv a_1 \equiv 2 \pmod{5}$

よって, 求める余りは2

- 4 数直線上の4点1, 2, 3, 4を動く点Pが1の位置にある。サイコロを投げて, 1, 2, 3, 4の目が出たらその目が表す数字の位置に移動し, 5, 6の目が出たら移動はせず, 現在の位置にとどまる。例えば, 1回目に3の目, 2回目に5の目が出たとき, その2回の試行の後, 点Pは3の位置にある。この試行を繰り返し, n 回目の試行の後に, 点Pが1の位置にある確率を p_n とする。次の問いに答えよ。(50点)

問1 p_1 および p_2 を求めよ。

問2 p_{n+1} を p_n の式で表せ。

問3 p_n の一般項を求めよ。また, $\sum_{k=1}^n p_k$ を求めよ。

(解説)

問1 p_1 はサイコロを1回投げて1, 5, 6の目が出る確率だから $p_1 = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$

p_2 は, サイコロを2回投げて

「2回とも1, 5, 6の目が出る」

または

「1回目は2, 3, 4の目が出て, 2回目は1の目が出る」

確率だから $p_2 = \left(\frac{3}{6}\right)^2 + \frac{3}{6} \cdot \frac{1}{6} = \frac{12}{36} = \frac{1}{3}$

問2 p_{n+1} は, サイコロを $(n+1)$ 回投げて

「 n 回目の移動後に点Pが1の位置にあり, $(n+1)$ 回目で1, 5, 6の目が出る」

または

「 n 回目の移動後に点Pが1以外の位置にあり, $(n+1)$ 回目で1の目が出る」

確率だから $p_{n+1} = p_n \cdot \frac{3}{6} + (1 - p_n) \cdot \frac{1}{6}$

すなわち $p_{n+1} = \frac{1}{3}p_n + \frac{1}{6}$

問3 問2の結果の式を変形して $p_{n+1} - \frac{1}{4} = \frac{1}{3}\left(p_n - \frac{1}{4}\right)$

よって数列 $\left\{p_n - \frac{1}{4}\right\}$ は公比 $\frac{1}{3}$, 初項 $p_1 - \frac{1}{4} = \frac{1}{2} - \frac{1}{4} = \frac{1}{4}$ の等比数列だから

$$p_n - \frac{1}{4} = \frac{1}{4} \left(\frac{1}{3}\right)^{n-1}$$

よって $p_n = \frac{1}{4} + \frac{1}{4} \left(\frac{1}{3}\right)^{n-1}$

また $\sum_{k=1}^n p_k = \sum_{k=1}^n \left\{ \frac{1}{4} + \frac{1}{4} \left(\frac{1}{3}\right)^{k-1} \right\}$

$$= \frac{1}{4}n + \frac{1}{4} \cdot \frac{1 - \left(\frac{1}{3}\right)^n}{1 - \frac{1}{3}} = \frac{1}{4}n + \frac{3}{8} \left\{ 1 - \left(\frac{1}{3}\right)^n \right\}$$

第 79 回九州算数・数学教育研究（宮崎）大会発表論文

発表論文

中村 千草 先生（那覇国際高校）・・・・・・・・・・・・・・・・・・ 28

研究主題 『「主体的・対話的で深い学び」を実現するための授業実践』

副 題 ～追求したくなる「問い」の設定やペア・グループ学習を通して～

大城 良 先生（那覇国際高校）・・・・・・・・・・・・・・・・・・ 29

研究主題 『生きて働く知識・技能の習得から数学的な思考力の育成へ』

副 題 ～問題設定の工夫による「探究的な授業」を通して（1 学年）～

田口 清陽 先生（向陽高校）・・・・・・・・・・・・・・・・・・ 30

研究主題 『2 次関数の「数学的探究」により創造性の基礎を育む工夫』

副 題 ～生成 A I や I C T の活用とブルーム・タキソノミーを通して（1 学年）～

『主体的・対話的で深い学び』を実現するための授業実践』

—追求したくなる「問い」の設定やペア・グループ学習を通して—

沖縄県立那覇国際高等学校教諭 中 村 千 草

この研究は令和6年度沖縄県立高等学校中堅教諭等資質向上研修で行った研究の内容をまとめたものである。

1 テーマ設定の理由

昨年度担当した2学年文系のクラスでは授業態度は真面目であり、課題の提出状況も良好であった。ただ数学を苦手としている生徒が多く、難しい問題にぶつかると解法を暗記するという生徒も散見された。一方、ペア・グループ活動で考えさせる機会を与えると活発に話し合い、教え合い、互いを尊重し合う様子も見られた。昨今の変化の激しい社会において、協働的に対話を深めていくことは重要である。毎回の授業で取り入れることができ、継続し続けることで深い学びの精度を上げることができる。そのためしっかり対話を通して理解し、主体的に課題に向き合っていく生徒を育てたいという意図からこのテーマを設定した。

2 研究仮説

追求したくなる「問い」を設定することで、学習意欲が高まるのではないかな。また、一人で考えてよくわからなかったりあいまいな理解をしたりしているものでも、ペアやグループになってアウトプットすることで、対話的でより深い学びを行い、主体的に数学に取り組む姿勢を育むことができるのではないかと考えた。

3 研究の実際

① 追求したくなる「問い」の設定

追求したくなる「問い」のひとつは、日常生活で疑問に感じることを数学の視点で解決していくことであると考えた。教科書を開いて問題を見せる前に導入として、具体例を持ち出して考えさせる時間をとった。

② 指導計画

追求したくなる「問い」をたてたり、ペア・グループ学習をしたりするためには、毎時間の指導計画が重要だと感じた。まず教材を確認したら、(1)伝えたいゴールを明確化(2)既習事項・考えさせるべき事項・作業させるべき事項の指導区分を明確化することで生徒に伝わりやすい授業ができた。

③ 既習事項を発問やペア学習により引き出す

応用的な問題を解くためには、その単元の基本事項を理解し、活用することができなければならない。そのため授業のはじめに应用問題を解くために必要な既習問題の確認を行った。前時に学んだ教科書の例題(解説がすぐ見えるもの)をペアで解説しあう時間をとった。ペアで出席番号の小さいほうが(1)、大きいほうが(2)を解説しようと指示を明確

に出すとスムーズにペア学習に入る事ができ、授業の始めから活発な学びあいを行うことができた。

④ 発問

発問をこまめに行うことで、生徒の興味・関心を引いたり、思考を促進したり、気づき・発見を促したりした。生徒がつまずきやすい箇所をあらかじめ想定し、丁寧に発問を繰り返して対話することで、生徒に問題解決の思考プロセスを示していった。発問する際には、生徒に伝わる言葉で、端的に、欲しい答えが明確になるよう意識した。また、発問に答えた生徒に対しては必ず褒めて承認するようにした。発問して答えがなかなか返ってこないような場合は1分間ペアで話し合う時間をとったりもした。すると、全体の場ではあがらなかった声がペアの中であがることもあったり、そこで新たな疑問が生まれたりして深い学びにつながっていると感じた。

4 研究後のアンケート結果

「Q1 ペア学習によって深い学びにつながったと感ずるか?」「Q2 授業での発問によって思考力が促進したと感ずるか?」「Q3 数学に対して主体的に取り組むようになったと感ずるか?」のアンケートに対して、3項目とも『とてもそう思う』『まあまあそう思う』の生徒が9割以上となった。またその理由は『自分では考えられなかった考え方や様々な解き方を学べるため(Q1)』『基礎をしっかりと押さえ、自然と何度も復習をさせてくれるような発問だったため基礎が定着するから(Q2)』『苦手だった数学が好きになってとても伸びたので、モチベーションが上がったから(Q3)』があった。

5 成果と課題

この課題研究を通して、「主体的・対話的で深い学び」を実現することができたと感ずる。数学に苦手意識を持ち、よくわからないけど暗記して答えを出せば点数が取れるという認識から、「なぜ」を考えともに学びあっていく環境作りができた。また、答えを出すまでの過程を言語化することにより深い学びにつながり、ペア学習により別の視点を取り入れることができると答えた生徒もいた。この期間を通して協働的に対話しながら学びを深めることは向上したと感ずる。

今後の課題は、授業では理解してもなかなか自立して学習計画を実行することができないという生徒がいることである。変化の激しい社会で必要な「生きる力」を育むため、主体的に自立して学習していく態度は重要である。その事を伝え続け、自立した主体的学習者を育てるために私自身も日々研鑽していきたい。

『生きて働く知識・技能の習得から数学的な思考力の育成へ』

— 問題設定の工夫による「探究的な授業」を通して（第1学年） —

沖縄県立那覇国祭高等学校教諭 大城 良

1 テーマ設定の理由

平成30年告示『高等学校学習指導要領解説 数学編 理数編』（以下『解説数学編』）より授業では、これまで以上に思考力を含めた資質・能力の育成が求められている。そこで、本研究における授業の改善として、これまで知識・技能を受動的に習得してきた授業から、既習の知識・技能を生きて働かせる数学的活動を実践する。解説数学編において数学的活動とは「事象を数理的に捉え、数学の問題を見だし、問題を自立的、協働的に解決する過程を遂行すること」とある。数学的活動を通して、思考力等の育成を目指すのである。私の授業で特に「問題を自立的、協働的に解決する過程を遂行する」を補完すべきであると考え、実践研究に取り組むことにした。

2 探究的な授業の実践について

知識・技能を身に付ける過程の質を重視するために、指導内容を未知の問題として提示し、数学的事象の発見・解決の過程の中で生きて働く知識・技能として習得する活動に取り組む。同時に、その過程において数学的な思考力を育むことを「探究的な授業」で実践する。

3 問題設定の工夫について

探究的な授業の実践のために、「問題設定の工夫」を「既習内容を用いて、未習内容を考えるように問題の提示方法や、学習場面の工夫を行う」と定義する。

4 自力解決について

未習の問題に対して自力で解決に取り組むことで、習得してきた学習内容の振り返りや、学習の到達度を自己計測するなど、自己を顧みる機会を得ることができる。また、既習内容を用いて解決を試みることで、その既習内容で得ていた知識・技能が「生きて働く」ものとして解決の手立てとなり得ることが考えられる。

5 協働的な解決について

協働的に解決する場において、対話的活動を取り入れることで自己の考えを伝え、他者の考えに傾聴することで思索を深めることができると考える。

6 数学的な思考力の育成について

本研究では、数学的な思考力として「数学の未知の事象に関わる問題発見・解決を既習の知識及び技能を基にして論理的に考察し、思考の過程を振り返ってその本質や他の事象との関係を認識し、統合的・発展的に考察した後、適切なことばや数、式、図、表、グラフなどを選択し、道筋を立てて表現する力」と定義して、その育成する方法を研究する。

7 実践

授業冒頭に提示する問題を未習の2次不等式を解く問題と設定した。生徒は、2次不等式の左辺を平方完成したり、因数分解や解の公式を用いて2次方程式のように解を求めたりして、既習の計算方法を用いて解法を練っていた。因数分解のあとの計算で止まっている生徒がいたので取り上げて、「この後の計算はどうすれば良いだろうか」と全体に問いかけてみると、因数の積とみて、不等式を満たすような因数の符号を考えている生徒が出てきたので発表させた。（図4）このような式の見方は、この単元の問題解決に限らず、これから扱う問題にも適応できる価値ある見方であることを共有することができた。また、「不等式の解とは、どういう意味だろうか」と問いかけてみると、 x に具体的な値を代入して、不等号の成立を確認し、それを表に整理する生徒が出てきた。表を用いて2次不等式の解の意味を確認した上で、表では不十分であることを認識し、グラフを用いて考えることの有用性に気付かせることができた。（図5）未習である2次不等式の解法を自力で考えるように設定し、思考を推進させるように投げかける「問い」に工夫を行うことで、本時の目標に迫るものになることが出来た。

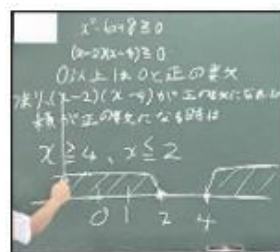


図4 2次不等式の左辺を因数の積と見た生徒の発表

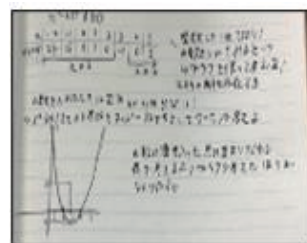


図5 2次不等式を2次関数のグラフを用いて考える生徒のノート

8 成果と課題

(1) 問題設定を工夫することで、自力解決、協働的な解決を促すことができ、探究的な授業のデザイン構築を行うことができた。また、探究的な授業を実践することで、身に付けた知識・技能の中から問題解決するのに適したものを選択し、適用することを考えるような活動ができ、数学的な思考力を高めることができた。

(2) 生徒の気付きや問いを上手く発生させるような問題と授業デザインの研究・開発、生徒の考えを出来るだけ多く予想し、その考えに対する手立てを準備しておくこと。

(3) 問題解決に繋がるように上手く考えを拾い上げたり、考えを引き出す発問をしたりすること。

『2次関数の「数学的探究」により創造性の基礎を育む工夫』

～生成AIやICTの活用とブルーム・タキソノミーを通して（第1学年）～

沖縄県立向陽高等学校教諭 田 口 清 陽

この研究は令和6年度沖縄県総合教育センター前期長期研修で行った研究の内容をまとめたものである。

1 テーマ設定の理由

人工知能（AI）等の先端技術が高度化し、Society5.0と呼ばれる新たな時代が到来しつつある。急激に変化していく予測困難な時代を迎える上で『高等学校学習指導要領（平成30年告示）解説数学編理数編』（以下、『解説数学編』）では、生徒を「生涯にわたって探究を深める未来の創り手として送り出していくことが、これまで以上に重要」であり、コンピュータなどを積極的に活用することや創造性の基礎を養うことが必要であると示されている。そこで、生成AIやICTを活用した「数学的探究」を行うことで、予測困難な時代にも活躍できるような創造性の基礎を育むことができると考え、本テーマを設定した。

2 数学的探究について

本研究では、「数学的探究」とは「教科書で学ぶ導入・例題・問題演習を踏まえた発展的・創造的な学習」とする。

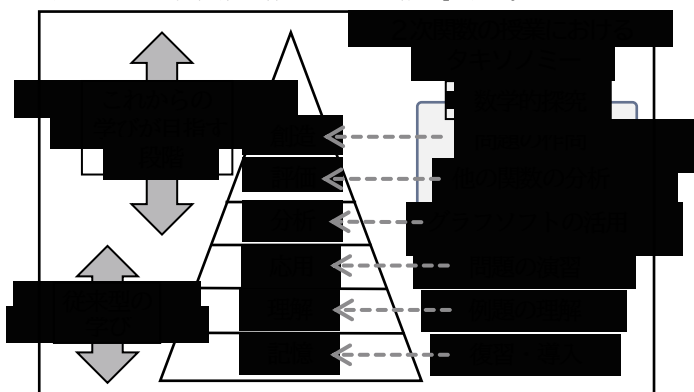
3 創造性の基礎について

『解説数学編』では、「高等学校数学科では、数学の学習を単に知識や技能などの内容の習得にとどめるのではなく、数学的活動を重視して創造性の基礎を養い、すべての高校生の人間形成に資する数学教育を意図している」とある。また、創造性の基礎について「①知識及び技能を活用して問題を解決すること②知的好奇心③豊かな感性④想像力⑤直観力⑥洞察力⑦論理的な思考力⑧批判的な思考力⑨粘り強く考え抜く力（抜粋）」としており、以上①～⑨の力がついたかを検証する。

4 ブルーム・タキソノミー（※1）について

「数学的探究」を行うにあたり、生徒に育成する力を体系的に考えるためにブルーム・タキソノミーを用いる。ブルーム・タキソノミーとは、アメリカの心理学者ブルームが教育目標を6つの領域に分けた分類である。教科書の学習である「記憶・理解・応用」の3領域に加え、生成AIやICTを活用した「数学的探究」により「分析・評価・創造」の3領域の学びを行う。数学の学習において、前者の3領域は「教科書の導入・例題の説明・問題の演習」である。本研究では、グラフソフトを用いて2次関数のグラフの動きや変化を「分析」し、2次関数以外の様々なグラフを分析することで、改めて2次関数のグラフの特徴を「評価」する。さらに、生成AIやICT、思考ツールを活用し自分の進路・趣味・部活

等に応じた2次関数の作問を行い「創造」する。



5 研究仮説

2次関数の学習において、生成AIやICTを活用した「数学的探究」を、ブルーム・タキソノミーに沿って行うことで創造性の基礎を育成することができるだろう。

6 実践

授業内容にあわせて、授業後半の15分程度を使って以下のような「数学的探究」を行う。

（1）生成AIの活用…生成AIを活用して、「関数って何の役に立つの？」などと調べた。

（2）グラフソフト活用（『タキソノミー』の「分析」）…グラフソフト「GeoGebra」を活用し、二次関数のグラフの平行移動・変化を見た

（3）他の関数の分析（『タキソノミー』の「評価」）…「GeoGebra」を用いて3次関数等の分析を行った。

（4）2次関数の問題を作問（『タキソノミー』の「創造」）…イメージマップやキャンディチャートの思考ツールを使いながら二次関数の作問をした。

生徒の作問例…「銃撃戦のゲームで、攻めようとするとき撃たれるリスクも上がる。攻めるレベルを300、安全性を100でプレイしていて、攻めるレベルをxあげると安全性がx下がる。（ゲームで勝つ可能性 y ）＝（攻めるレベル $300+x$ ）×（安全性 $100-x$ ）とする。 y が最大になるのはxがどんなときか？」 答… $x=-100$ のときに最大値40000

7 成果と課題

3で記載した創造性の基礎①～⑨の多くの項目で増加がみられた。教科書で学習しない関数を調べたり、思考ツールを使い2次関数の作問を行ったことやICTを活用して他人の考えを共有した成果であると考えられる。

※1 石川一郎 2020 『学校の大問題』 S B新書

九数教大会開催地一覧

年度	回	開催地	年度	回	開催地
昭和22	1	熊本市	62	41	福岡市（日数教全国大会）
23	2	別府市	63	42	佐世保市
24	3	宮崎市	平成元	43	鹿児島市
25	4	佐賀市	2	44	熊本市
26	5	福岡市（日数教全国大会）	3	45	浦添市・西原町
27	6	長崎市	4	46	大分市
28	7	鹿児島市	5	47	宮崎市
29	8	別府市	6	48	唐津市
30	9	熊本市	7	49	北九州市
31	10	宮崎市	8	50	長崎市（日数教全国大会）
32	11	佐賀市	9	51	鹿児島市
33	12	福岡市	10	52	熊本市
34	13	佐世保市	11	53	浦添市・那覇市
35	14	鹿児島市	12	54	大分市
36	15	熊本市	13	55	宮崎市
37	16	別府市	14	56	佐賀市
38	17	宮崎市	15	57	福岡市
39	18	武雄市	16	58	鹿児島市（日数教全国大会）
40	19	北九州市	17	59	佐世保市
41	20	長崎市	18	60	熊本市
42	21	鹿児島市	19	61	宜野湾市・那覇市
43	22	大分市	20	62	大分市
44	23	熊本市（日数教全国大会）	21	63	宮崎市
45	24	宮崎市	22	64	佐賀市
46	25	唐津市	23	65	長崎市
47	26	福岡市（日数教全国大会）	24	66	北九州市（日数教全国大会）
48	27	佐世保市	25	67	鹿児島市
49	28	鹿児島市	26	68	熊本市
50	29	熊本市	27	69	浦添市・那覇市・西原町
51	30	那覇市	28	70	大分市
52	31	大分市	29	71	宮崎市
53	32	宮崎市（日数教全国大会）	30	72	佐賀県武雄市
54	33	佐賀市	令和元	73	那覇市・宜野湾市（日数教全国大会）
55	34	北九州市	2	74	福岡市（中止）
56	35	長崎市	3	75	佐世保市（中止）
57	36	鹿児島市	4	76	鹿児島
58	37	熊本市	5	77	熊本市
59	38	大分市	6	78	大分市
60	39	宮崎市	7	79	宮崎市
61	40	武雄市			