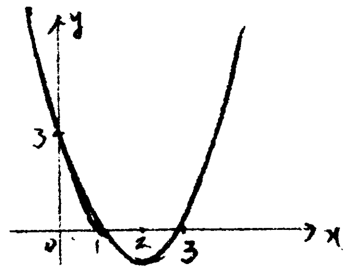
1　2次関数$y=\chi^2-4\chi+a$（aは定数）のグラフが右図のようになっている。次の各問いに答えなさい。



(1)　グラフより，定数aの値をいいなさい。
(2)　グラフより，$y=0$となるχの値を求めなさい。
(3)　グラフより，$y>0$となるχの値の範囲を求めなさい。
(4)　グラフより，$\chi=\frac{1}{2}$　のときのyの値y_1と$\chi=\frac{3}{2}$のときのyの値y_2はいずれが大きいかを答えなさい。
(5)　グラフより，yの値が増加しているχの範囲をいいなさい。
(6)　グラフより$0\leqq\chi\leqq3$のとき，yの値の範囲を求めなさい。

[出題のねらい]
(1)（グラフとy軸上の）交点が関数式の定数と結び付けられるか
(2) グラフより，y座標が0となるxの値が読み取れるか
(3) グラフより，y座標が正となるxの範囲を捉えきれるか
(4) グラフから，各xのにたいする関数値yの大小比較ができるか
(5) グラフより，関数のその本質であるyの変化の様子どう捉えるか。
(6) グラフより，ある範囲でのxの変化によるyの変化の範囲を捉え，記述できるか。

〈解答解説〉
(1)　グラフより，y軸との交点は3だから，求める値は$a=3$
(2) グラフとx軸との共有点は（1，0），（3，0）だから，x座標を採って，　$x=1$，$x=3$
(3) グラフがx軸より上方にあるようなxの値の範囲を見て採って，　$x<1$，$3<x$　(答)
(4) グラフより，$y_1>y_2$
(5) グラフより，$x>2$
(6) グラフより，$-1\leqq x\leqq3$

2　2次関数$y=-\chi^2+2\chi+k$（kは定数）について，次の問いに答えなさい。
(1)　$k=0$のときのグラフとχ軸との共有点の個数を求めなさい。
(2)　そのグラフとχ軸との共有点の個数を求めなさい。

[出題のねらい]
kの値によって，共有点の個数が異なることが理解でき，b^2-4ac（判別式という）により，その個数が調べられるか。

〈解答解説〉
(1) $k=0$のとき，この2次関数は$y=-\chi^2+2\chi$となり，$b^2-4ac=4$となり，2個の共有点をもつ。
(2) $b^2-4ac=4+4k=4(k+1)$　だから，$k<-1$のとき0個，　$k=-1$のとき共有点1個，
$-1<k$のとき共有点2個

3 2次関数$y=x^2-3x+1$のグラフは右図の通りである。グラフにより次の各問いに答えなさい
(1) x軸との共有点の座標を求めなさい。
(2) 2次不等式 $x^2-3x+1<0$を解きなさい。

[出題のねらい]
(1)（2次関数のグラフとx軸との）共有点を求めるには2次方程式を解けばよいことが理解され，実際にそれが解けるかどうか。
(2) 2次関数$y=x^2-3x+1$のグラフと2次不等式と結び付け，それが解けるか

〈解答解説〉
(1) 2次方程式$x^2-3x+1=0$を解いて $x=\dfrac{3+\sqrt{5}}{2}$ ， $\dfrac{3-\sqrt{5}}{2}$

したがって， 共有点は $\left(\dfrac{3+\sqrt{5}}{2}, 0\right)$ ， $\left(\dfrac{3-\sqrt{5}}{2}, 0\right)$

(2) グラフにおいて，$y<0$となるxの範囲を求めればよいから， $\dfrac{3-\sqrt{5}}{2}<x<\dfrac{3+\sqrt{5}}{2}$

4 2次関数$y=x^2-4x+5$について，，次の各問いに答えなさい 。
(1) グラフをかきなさい。（頂点の座標，y軸との交点も明示すること）
(2) 定義域$0\leqq x\leqq 3$のとき，yの最大値と最小値を求めなさい。

[出題のねらい]
(1)標準形に式を変えて，頂点を捉え，グラフがかけるか。
(2)グラフよりyの変化を確認し，その最大値と最小値をいえるか。

〈解答解説〉
(1)変形して$y=(x-2)^2+1$。よって，頂点は（2，1）で下に凸の放物線 。（図は略）
(2)グラフより，定義域$0\leqq x\leqq 3$のときの，yの値域は $1\leqq y\leqq 5$ だから，最大値は5，最小値は1

5 次関数$y=x^2-6x+a$のグラフがx軸の上方にあるように定数aの値の範囲を求めなさい。

[出題のねらい]
$y=0$とおいたとき，その2次方程式のb^2-4ac（判別式という）を応用して，グラフとx軸との位置関係がわかるか。

〈解答解説〉
グラフは下に凸であるから，$b^2-4ac<0$であればよい。$y=0$より，$x^2-6x+a=0$のb^2-4aは$b^2-4ac=36-4a$。よって，$36-4a<0$を解いて，$a>9$

＜数と式＞

1 $A=\chi^2-4\chi+1$，$B=-\chi^2+3\chi-1$，$C=3\chi-4$のとき，
$3A-(2B-C)$を求めなさい。

2 $(\chi^2+\chi-1)(\chi^2+\chi+3)-12$を因数分解しなさい。

3 ある整式を$2\chi^2-3$で割ると，商は$3\chi^2-2\chi+4$，余りは$\chi+5$である。
この整式を求めなさい。

4 $a=-3$，$b=1$のとき，$(|a|+|b|)^2-|a+b|^2$の値を求めなさい。

（解説）

1 与式$=3A-2B+C=3(\chi^2-4\chi+1)-2(-\chi^2+3\chi-1)+(3\chi-4)$
$=3\chi^2-12\chi+3+2\chi^2-6\chi+2+3\chi-4=5\chi^2-15\chi+1$

2 $\chi^2+\chi=A$とおくと，
与式$=(A-1)(A+3)-12=(A^2+2A-3)-12=A^2+2A-15$
$=(A+5)(A-3)=(\chi^2+\chi+5)(\chi^2+\chi-3)$

3 ある整式を$P(\chi)$とおくと，題意より
$P(\chi)=(2\chi^2-3)(3\chi^2-2\chi+4)+\chi+5$とおける。さらに，右辺を計算すると
右辺$=6\chi^4-4\chi^3-\chi^2+7\chi-7$より，
$\therefore P(\chi)=6\chi^4-4\chi^3-\chi^2+7\chi-7$

＜三角比とその応用＞

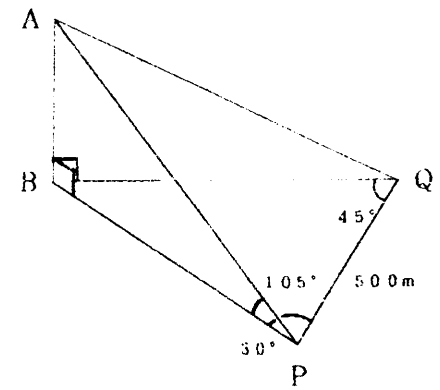
1 θを鋭角として，$\cos\theta=\frac{1}{2}$ を満たすθの値を求めなさい。

2 △ＡＢＣにおいて，$b=3$，$c=4$，$A=60^\circ$ のとき，次の問いに答えなさい。

（１）ａの値を求めなさい

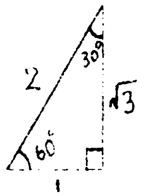
（２）△ＡＢＣの面積を求めなさい

3 ある山の頂上Ａの高さを知るために右の図のように，同一平面上で500m離れたＰ，Ｑから水平角や仰角をったところ，$\angle APB=30^\circ$，$\angle BPQ=105^\circ$，$\angle BQP=45^\circ$ であった。このとき山の高さＡＢを求めなさい。



（解説）

1



左図の直角三角形より，
$\theta=60^\circ$

2 （１）余弦定理より，

$a^2=3^2+4^2-2\cdot3\cdot4\cdot\cos60^\circ=9+16-12=13$

$a^2=13$，$a=\pm\sqrt{13}$，$a>0$より　$a=\sqrt{13}$

（２）面積の公式から△ＡＢＣの面積をＳとすると，

$S=\frac{1}{2}\cdot3\cdot4\cdot\sin60^\circ=3\sqrt{3}$

3 $\angle PBQ=180^\circ-(45^\circ+105^\circ)=30^\circ$ より，正弦定理から

$\frac{500}{\sin30^\circ}=\frac{BP}{\sin45^\circ}$，$BP=\frac{500}{\sin30^\circ}\times\sin45^\circ=500\sqrt{2}$

さらに$AB=BP\tan30^\circ$ より，$AB=500\sqrt{2}\times\frac{1}{\sqrt{3}}=\frac{500\sqrt{6}}{3}$ m

＜個数の処理＞

1 ４３人の生徒に，２題のテストを行ったところ，１番ができた生徒の数は３１人
２番ができた生徒の数は２３人であった。また，両方正解した生徒の数は１３人
だったという。２題ともできなかった生徒の数は何人か求めなさい。

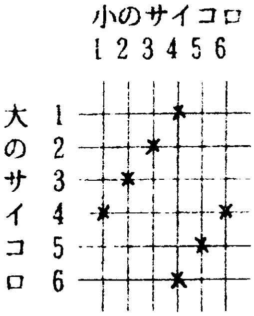
2 大，小２つのサイコロを同時に投げるとき，目の和が５の倍数になる場合は
何通りあるか求めなさい。

3 a, b, c, d, e　の５文字を１列に並べるとき，次の問いに答えなさい。
（１）並べ方は全部で何通りあるか求めなさい
（２）ｃとｅが隣り合う並べ方は何通りあるか求めなさい

（解説）

1 １番ができた生徒の集合をＡ，２番ができた生徒の集合をＢ，全体集合をＵとすると
$n(A)=31$，$n(B)=23$，$n(A\cap B)=13$，$n(U)=43$である。
すると，求める生徒の集合は$\overline{A\cup B}$より，ド・モルガンの法則から，
$n(\overline{A\cup B})=n(U)-n(A\cup B)=43-(31+23-13)=2$
∴ ２人

2 大のサイコロの目の数をx，小のサイコロの目の数をyで表すと，
求める場合の数(x, y)は
（１，４）（２，３）（３，２）（４，１）（４，６）（５，５）（６，４）の７通りとなる。



左の図で考えると良くわかる。

3 （１）求める並べ方は，５！通りあるので５！＝　　５・４・３・２・１＝１２０通り
（２）ｃとｅを１文字と考えて，４文字の並べ方は
４！＝　２４　通りある。さらに　ｃとｅの入れ替えも考えないといけないので
求める場合の数は
２４　×２＝　４８　通り

＜数列＞

1 第４項が－１，第７項が－１０である等差数列 $\{a_n\}$ について，次の問いに答えなさい。

（１）一般項 a_n を求めなさい

（２）この数列の初項から第ｎ項までの和を求めなさい

2 第２項が１５，第５項が４０５である等比数列 $\{a_n\}$ について，次の問いに答えなさい。

（１）一般項 a_n を求めなさい

（２）この数列の初項から第ｎ項までの和を求めなさい

（解説）

1 （１）初項をａ，公差をｄとすると，題意より

$$\begin{cases} a+3d=-1 \\ a+6d=-10 \end{cases}$$

この連立方程式を解いて，$a=8$，$d=-3$

$\therefore a_n=8+(n-1)\times(-3)=-3n+11$

$\therefore a_n=-3n+11$

（２）初項８，公差－３の等差数列の第ｎ項までの和 S_n より，

$$S_n=\frac{n\{2\cdot 8+(n-1)\times(-3)\}}{2}=\frac{n(-3n+19)}{2}$$

2 （１）初項をａ，公比をｒとすると，題意より

$ar=15$，$ar^4=405$．

$ar^4=ar\cdot r^3$ から，$15r^3=405$，$r^3=27$，　$\therefore r=3$

$3a=15$ より，$a=5$．

$\therefore a_n=5\cdot 3^{n-1}$

（２）初項５，公比３の等比数列の第ｎ項までの和 S_n より，

$$S_n=\frac{5(1-3^n)}{1-3}=\frac{5(3^n-1)}{2}$$