平成9年度 第2回 数学診断テスト(1年生) B問題解答解説

<共通問題>

1 次の関数について( )内の定義域における値域を求めなさい。

(1) $y=-x+2$ $(-3\leqq x\leqq 2)$　　(2) $y=x^2-2x+3$ $(0\leqq x\leqq 3)$

2 (1) 次の2次方程式を解きなさい。

$3x^2-x-1=0$

(2) 次の2次方程式が重解をもつように，定数mの値を求めなさい。

$3x^2-2mx-m=0$

3 2次関数 $y=x^2-px+q$ のグラフが点 (1, 1) を通るとき，次の各問いに答えなさい。

(1) 定数p, qの間に成り立つ関係式を求めなさい。

(2) さらに，x軸と接するとき，p, qの値を求めなさい。

4 不等式 $x^2+x-2>0$ ・・・・・①　$x^2+2x-8<0$ ・・・・・②

について，次の問いに答えなさい。

(1) ①の解を求めなさい。　(2) ①，②を同時に満たす整数xの値を求めなさい。

<出題のねらい>

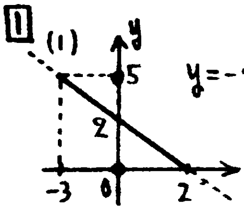
1 グラフを利用して値域を求めることができるか。

2 (1) 解の公式を利用して2次方程式を解くことができるか。
(2) 重解をもつための条件が分かるか

3 文章題が解けるか

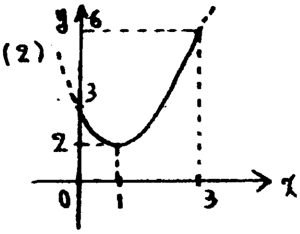
4 連立不等式が解けるか。

1 (1)



$0\leqq y\leqq 5$

(2)



$y=(x-1)^2+2$

$2\leqq y\leqq 6$

2 (1) $b^2-4ac=(-1)^2-4\cdot 3(-1)=13$ より，解の公式から $x=\dfrac{1\pm\sqrt{13}}{2}$

(2) $b'^2-ac=0$ より，$(-m)^2-3(-m)=m^2+3m=m(m+3)=0$, $m=0,-3$

3 (1) 条件より，$x=1$, $y=1$ を代入すると，$1=1-p+q$

$\therefore$ $p-q=0$ または $p=q$ でもよい。

(2) x軸と接することより，$b^2-4ac=0$

$(-p)^2-4q=0$, $p^2-4q=0$

$p=q$ より，

$p^2-4p=0$, $p(p-4)=0$ $\therefore p=0,4$

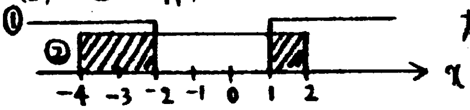
ゆえに，(1)から

$p=0$ のとき，$q=0$

$p=4$ のとき，$q=4$

4 (1) ①を解くと，$(x+2)(x-1)>0$ より，$x<-2$, $1<x$

(2) ②を解くと，$(x+4)(x-2)<0$ より，$-4<x<2$



左図より①，②を同時に満たす整数は，

$x=-3$ となる。

〈H9．12月実施〉　　　　　　　　　　　沖縄県高等学校数学教育会

【選択問題】

〈数と式〉，〈三角比〉，〈個数の処理〉，〈数列〉の４領域から２領域を選択し，解答用紙の選択欄に○印をつけて解答して下さい。

＜数と式＞

1 次の式を計算しなさい。

(1) $x^2\times xy^2\times(xy^3)^2$　　　　(2) $(a-2b)^3$

2 次の式を因数分解しなさい。

(1) $2x^2-7x+3$　　　　(2) $xy-3x-2y+6$

3 次の式を簡単にしなさい。

(1) $|\sqrt{2}-1|+|2\sqrt{2}-3|$　　　　(2) $\dfrac{\sqrt{3}+1}{\sqrt{3}-1}$

〈出題のねらい〉

1 (1) 指数法則を理解しているか。

(2) 公式を利用できるか。

2 基本的な因数分解ができるか

3 (1) 絶対値をはずすことができるか

(2) 分母の有理化ができるか。

1 (1) $(xy^3)^2=x^2y^6$ より，与式 $=x^3\times xy^2\times x^2y^6=x^6y^8$

(2) $(a-2b)^3=a^3-3a^2(2b)+3a(2b)^2-(2b)^3=a^3-6a^2b+12ab^2-8b^3$

2 (1) $2x^2-7x+3=(2x-1)(x-3)$

$$\begin{array}{ccc|c} 2 & \times & -1 & -1 \\ 1 & & -3 & -6 \\ \hline 2 & & 3 & -7 \end{array}$$

(2) $xy-3x-2y+6=x(y-3)-2(y-3)=(x-2)(y-3)$

3 (1) $\sqrt{2}-1>0$，$2\sqrt{2}-3<0$ より，

与式 $=\sqrt{2}-1-(2\sqrt{2}-3)=2-\sqrt{2}$

(2) 分母，分子に $\sqrt{3}+1$ を掛けて，与式 $=\dfrac{(\sqrt{3}+1)^2}{2}=\dfrac{2(2+\sqrt{3})}{2}=2+\sqrt{3}$

＜三角比＞

1 次の値を求めなさい。

(1) $\tan 60^\circ$　　　　(2) $\cos 135^\circ$

2 次の問いに答えなさい。

(1) $\sin\theta=\dfrac{1}{3}$ のとき，$\cos\theta$ の値を求めなさい。ただし，θ は鋭角とする。

(2) $\tan\theta=-\dfrac{1}{\sqrt{3}}$ のとき，θ を求めなさい。ただし，$0^\circ\leqq\theta\leqq180^\circ$ とする。

3 $A=60^\circ$，$AC=3$，$AB=4$ の三角形ABCにおいて，次の問いに答えなさい。

(1) 辺BCの長さを求めなさい。

(2) 三角形ABCの面積を求めなさい。

〈出題のねらい〉

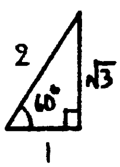
1 三角比の値を求められるか

2 (1) 三角比の相互関係を利用できるか

(2) 三角方程式が解けるか

3 余弦定理，面積の公式が利用できるか

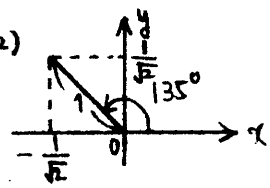
1 (1)



左図より，

$\tan 60^\circ=\sqrt{3}$

(2)



左図より，

$\cos 135^\circ=-\dfrac{1}{\sqrt{2}}$

B問題 解答解説続き

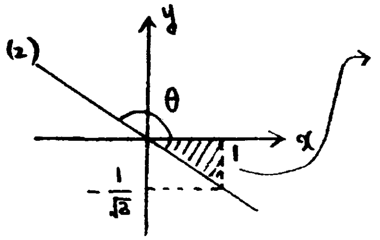
<三角比>

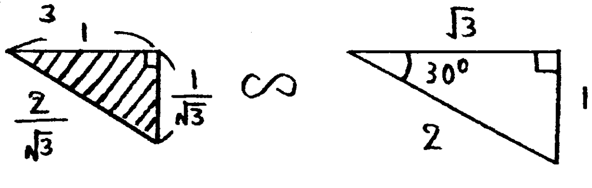
2 (1) $\sin^2\theta + \cos^2\theta = 1$ より, $\cos^2\theta = 1 - \sin^2\theta = 1 - \left(\frac{1}{3}\right)^2 = \frac{8}{9}$

$\cos\theta = \pm\frac{2\sqrt{2}}{3}$, θは鋭角なので $\cos\theta > 0$.

ゆえに, $\cos\theta = \frac{2\sqrt{2}}{3}$

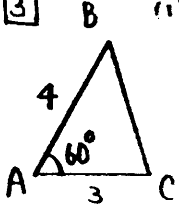
(2)





図より, $\theta = 180^\circ - 30^\circ = 150^\circ$

3 (1) 余弦定理から,



$BC^2 = 3^2 + 4^2 - 2\cdot3\cdot4\cos60^\circ = 25 - 12 = 13$

$BC > 0$ より, $BC = \sqrt{13}$.

(2) 面積の公式から, △ABCの面積をSとすると,

$S = \frac{1}{2}AB\cdot AC\sin60^\circ = \frac{1}{2}\,4\cdot3\cdot\frac{\sqrt{3}}{2} = 3\sqrt{3}$

<個数の処理>

1 5人の男子と2人の女子が1列に並ぶとき，次の問いに答えなさい。

(1) 並び方は全部で何通りあるか求めなさい。

(2) 女子が隣り合う並び方は何通りあるか求めなさい。

2 男子4人，女子3人の中から3人を選ぶとき，次の問いに答えなさい。

(1) 選び方は全部で何通りあるか求めなさい。

(2) 女子を少なくとも1人含むような選び方は全部で何通りあるか求めなさい。

3 両親と子供4人の合計6人が円形のテーブルに着席するとき，次の問いに答えなさい。

(1) 着席する方法は何通りあるか求めなさい。

(2) 両親が向かい合う並び方は何通りあるか求めなさい。

1 (1) ${}_7P_7 = 7\cdot6\cdot5\cdot4\cdot3\cdot2\cdot1 = 5040$ 通り

(2) 2人の女子を1人と考えて,

${}_6P_6 \times \underset{\uparrow}{2} = 1440$ 通り

女子の入れ換えの分

<出題のねらい>

1 (1) 並び方(順列)を求められるか。

(2) 隣り合う並び方を求められるか。

2 (1) 選び方(組合せ)を求められるか。

(2)「少なくとも~」の選び方を求められるか。

3 (1) テーブルに着席する方法(円順列)を求められるか

(2) 円順列の応用問題が解けるか.

男子	女子
0	3
1	2
2	1
3	0

2 (1) ${}_7C_3 = \dfrac{7\cdot6\cdot5}{3\cdot2\cdot1} = 35$ 通り

(2) すべての選び方から，男子だけの選び方を引けばよいので，

${}_7C_3 - {}_4C_3 = 35 - 4 = 31$ 通り

3 (1) $(6-1)! = 5! = 5\cdot4\cdot3\cdot2\cdot1 = 120$ 通り

(2) 両親は向かい合うので，子供4人の並び方が問題になる。よって，並び方は

$4! = 4\cdot3\cdot2\cdot1 = 24$ 通り

＜数列＞

初項が 1，第4項が 10の等差数列について，次の問いに答えなさい。

(1) 公差を求めなさい。　　(2) 第10項を求めなさい。

初項が3，公比が2の等比数列 $\{a_n\}$ について，次の問いに答えなさい。

(1) 一般項 a_n を求めなさい。

(2) 初項から第n項までの和が93のとき，nを求めなさい。

(1) $\dfrac{1}{k(k+1)} = \dfrac{a}{k} - \dfrac{b}{k+1}$ を満たすa，bの値を求めなさい。

(2) (1)を利用して，次の和を求めなさい。

$\dfrac{1}{1\cdot2} + \dfrac{1}{2\cdot3} + \dfrac{1}{3\cdot4} + \cdot\cdot\cdot\cdot\cdot + \dfrac{1}{11\cdot12}$

〈出題のねらい〉

1 等差数列の意味を理解しているか。

2 等比数列の，一般項と和を求められるか

3 部分分数分解を利用して，数列の和を求められるか

1 (1) 公差を d とすると，

$1 + 3d = 10$ より，　$d = 3$

(2) 第10項 $= 1 + 9d = 1 + 9\cdot3 = 28$

(1) $a_n = 3\cdot2^{n-1}$

(2) 初項から第n項までの和を S_n とすると，

$S_n = \dfrac{3(2^n-1)}{2-1} = 3(2^n-1)$，$3(2^n-1) = 93$ より，$2^n - 1 = 31$

$2^n = 32$

よって，$n = 5$

(1) 右辺を通分すると，$\dfrac{a(k+1) - bk}{k(k+1)} = \dfrac{(a-b)k + a}{k(k+1)}$

左辺と比較して，$a - b = 0$，$a = 1$　よって，$a = b = 1$

(2) (1)を利用して，

与式 $= \left(\dfrac{1}{1} - \dfrac{1}{2}\right) + \left(\dfrac{1}{2} - \dfrac{1}{3}\right) + \cdots + \left(\dfrac{1}{10} - \dfrac{1}{11}\right) + \left(\dfrac{1}{11} - \dfrac{1}{12}\right) = 1 - \dfrac{1}{12} = \dfrac{11}{12}$