

平成13年度 第2回数学診断テスト 解答・解説 A問題

[必須問題]

1 次の計算をしなさい。

(1) $1 - (-2) \div 2 - 7$ (2) $3^2 \times 3.14$ (3) $\frac{5}{3} - \frac{2}{3} - \frac{2}{3}$

(4) $\sqrt{3} \times \sqrt{3} - \sqrt{8} \div \sqrt{2}$ (5) $(2x+4) - (3x-2)$ (6) $(-3a)^2 \times a^3$

【出題のねらい】
 (1)~(3) 正負の数, 分数, 小数などの四則演算が定着しているか。
 (4) $(\sqrt{3})^2 = 3$ のような変形が定着しているか。

- (1) $1 - (-2) \div 2 - 7 = 1 - (-1) - 7 = -5$
- (3) $\frac{5}{3} - \frac{2}{3} - \frac{2}{3} = \frac{5-2-2}{3} = \frac{1}{3}$
- (5) $(2x+4) - (3x-2) = 2x+4-3x+2 = -x+6$

- (2) $3^2 \times 3.14 = 9 \times 3.14 = 28.26$
- (4) $\sqrt{3} \times \sqrt{3} - \sqrt{8} \div \sqrt{2} = 3 - 2\sqrt{2} \div \sqrt{2} = 3 - 2 = 1$
- (6) $(-3a)^2 \times a^3 = 9a^2 \times a^3 = 9a^5$

2 次の□をうめなさい。

(1) 図1は北海道で計測したある日の気温である。この日の気温で0℃以下になっている時間帯は□ア時から□イ時までである。

また、最高気温になるのは□ウ時で、最低気温になるのは□エ時である。

(2) 定価1,280円の商品に消費税5%を加えて買うときは□オ円払えばよい。

(3) 不等式 $x < 1$ は「 x が1より□カ」ことを表す。

(4) 1個8円のりんごを3個、1本15円のバナナを n 本買ったときの金額が1200円になるということを、等式で表すと□キとなる。

(5) 関数 $y = x^2 + 2x + 5$ において $x = 1$ のときの y の値は□クである。

(6) 整式 $(x+1)(x-7)$ を展開すると□ケである。

(7) 整式 $x^2 - 5x + 6$ を因数分解すると□コとなる。

(8) 無理数 $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$ の分母を有理化すると□サとなる。

(9) 図2のような直角三角形において辺AMの長さは□シである。

(10) 関数 $y = x^2 - 4x + 6$ を $y = (x-p)^2 + q$ の形にすると、 $y =$ □スとなる。

【出題のねらい】
 (1) グラフを読みとることができるか。注1
 (2) 百分率の計算が定着しているか。
 (3) 不等号の意味がわかるか。読みとることができるか。注2
 (4) 等式をたてることのできるか。
 (5) 代入して式の値を求めることのできるか。
 (6) 整式の展開ができるか。
 (7) 整式の因数分解ができるか。
 (8) 分母の有理化ができるか。
 (9) 相似な図形の性質を理解しているか。三角比の学習の基礎ができてきているか。
 (10) 2次関数を標準形に直すことのできるか。

【採点される先生方へ】

注1,2. 2次不等式や2次関数の最大値・最小値を考える場合、どこでつまづいているかを後出の□3と比較してください。

- (1) グラフより1時から7時までが0℃以下となっている。また、最高気温は13時で、最低気温は6時と読みとれる。 □ア… 1, □イ… 7
- (2) $1,280 + 1,280 \times 0.05 = 1,344$ ($1,280 \times 1.05 = 1,344$ としてもよい。) □ウ… 13, □エ… 6
- (3) $x < 1$ は x が1より小さいことを意味する。 □オ… 1,344(円)
- (4) $a \times 3 + 15 \times n$ が1200円になるということだから、 $3a + 15n = 1200$ □カ… 小さい
- (5) $y = 1^2 + 2 \times 1 + 5 = 8$ □キ… $3a + 15n = 1200$
- ク… 8

- (6) $(x+1)(x-7) = x^2 - 7x + x - 7 = x^2 - 6x - 7$ □ク… $x^2 - 6x - 7$
- (7) $x^2 - 5x + 6 = (x-3)(x-2)$ □コ… $(x-3)(x-2)$
- ※ かけて6, たして-5になる2数の組を求めると、-3と-2の組が考えられることから。 または $(x-2)(x-3)$
- (8) $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{2} \times \sqrt{3}}{\sqrt{3} \times \sqrt{3}} = \frac{\sqrt{6}}{3}$ □サ… $\frac{\sqrt{6}}{3}$
- (9) $\triangle ABC \sim \triangle AMN$ より、 $AB : BC = AM : MN$ によって、 $6 : 3 = AM : 2$ であるから、 $AM = 4$ □シ… 4
- (10) $y = x^2 - 4x + 6 = (x-2)^2 - 4 + 6 = (x-2)^2 + 2$ □ス… $(x-2)^2 + 2$

3 図3は2次関数 $y = x^2 - 8x + 12$ のグラフである。これを参考にして、次の問いに答えなさい。

(1) 2次不等式 $x^2 - 8x + 12 < 0$ を解きなさい。

(2) 次の□をうめなさい。この関数の x の値の範囲を $1 \leq x \leq 6$ とすると、 $x =$ □ア のとき、最大値 □イ をとり、 $x =$ □ウ のとき、最小値 □エ をとる。

【出題のねらい】
 (1) グラフから不等式の表す範囲を読みとることかできるか。
 (2) グラフを参考にして、最大値と最小値をとる際の x を読みとることができるか。また、その x を用いて最大値と最小値を求めることができるか。

- (1) $y = x^2 - 8x + 12$ のグラフが x 軸よりも低い範囲を読みとると、 $2 < x < 6$ □答
- (2) 定義域が $1 \leq x \leq 6$ のとき、 $y = x^2 - 8x + 12$ の値が最も大きくなるのは、グラフより $x = 1$ のときである。このときの y の値を求めると、 $y = 1^2 - 8 \times 1 + 12 = 5$ □ア… 1, □イ… 5
- 同様に、 $y = x^2 - 8x + 12$ の値が最も小さくなるのは、グラフより $x = 4$ (6ではない!) のときであるから、このときの y の値を求めると、 $y = 4^2 - 8 \times 4 + 12 = -4$ □ウ… 4, □エ… -4

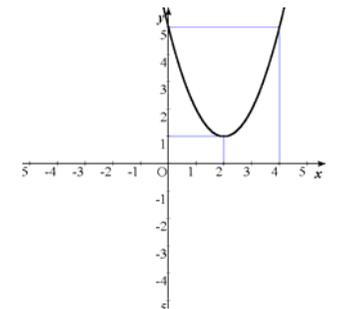
4 2次関数 $y = (x-2)^2 + 1$ について、次の問いに答えなさい。

(1) 頂点の座標と軸の方程式をそれぞれ求めなさい。

(2) グラフをかきなさい。

【出題のねらい】
 (1) 標準形の式から頂点や軸を読み取れるか。
 (2) 関数の特徴を理解し、グラフにすることができるか。

- (1) $y = (x-p)^2 + q$ のとき、頂点 (p, q) 、軸 $x = p$ なので、
 頂点 $(2, 1)$ 、軸 $x = 2$ □答
- (2) 頂点や軸の方程式は(1)を参照。下に凸、 y 切片5の放物線であるから、右図のようになる。



【採点される先生方へ】

- ・ 頂点が正しく、下に凸のグラフをかいている → 1点
- ・ グラフが軸に関して対象な曲線(放物線)になっている → 2点
- ・ y 切片を含めた正しい2点(頂点を除く)を通っている → 2点 を目安に採点されて下さい。

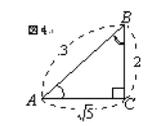
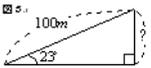
[選択問題]

【三角比】

(1) 図4の直角三角形において次の値を求めなさい。
 ① $\sin A$ ② $\cos B$

(2) 次の三角比の値を求めなさい。
 ① $\cos 45^\circ$ ② $\tan 30^\circ$

(3) 図5のような坂道を100m進んだとき、元の地点から何m高くなったことになるかを求めなさい。
 ただし、次の三角比のいずれかを用いることとする。
 $\sin 23^\circ = 0.39$, $\cos 23^\circ = 0.92$, $\tan 23^\circ = 0.42$

【出題のねらい】

- (1) 正弦と余弦の定義を理解しているか。
- (2) 基本となる三角比を覚えているか。
- (3) 三角比を、測量の場面で利用することができるか。

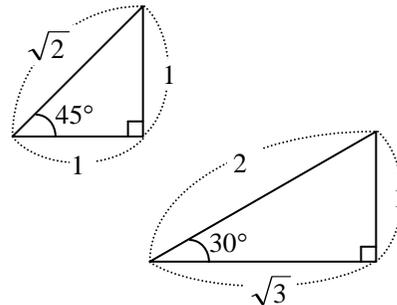
(1) ① 正弦の定義より、 $\sin A = \frac{\angle A \text{の対辺}}{\text{斜辺}}$ であるから、 $\sin A = \frac{2}{3}$ …**答**

② 余弦の定義より、 $\cos B = \frac{\angle B \text{の隣辺}}{\text{斜辺}}$ であるから、 $\cos B = \frac{2}{3}$ …**答**

(2) 一つの角が 45° , 30° の直角三角形の辺の比はそれぞれ右の図のようになることを利用する。

① $\cos 45^\circ = \frac{1}{\sqrt{2}}$ …**答** ($= \frac{\sqrt{2}}{2}$)

② $\tan 30^\circ = \frac{1}{\sqrt{3}}$ …**答** ($= \frac{\sqrt{3}}{3}$)



(3) 高さを $x(m)$ とおくと、 $\frac{x}{100} = \sin 23^\circ$ である。

また、 $\sin 23^\circ = 0.39$ であることから、 $\frac{x}{100} = 0.39$

この式の両辺に100をかけて、 $x = 0.39 \times 100 = 39$ …**答**…39m **注3**

② 大小のさいころの目の組を (大, 小) と表すことにすると、条件を満たしている組は、(2, 6), (3, 5), (4, 4), (5, 3), (6, 2) となるから、全部で5通り。

答…5通り **注3**

(2) ① ${}_5P_2 = 5 \times 4 = 20$

答…20

② $4! = 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24$

答…24

(3) 順列の定義から、 ${}_6P_3 = 6 \times 5 \times 4 = 120$

答…120個 **注3**

[採点される先生方へ]

注3. 今回は、単位をかいていない場合も正解としますが、注意が必要です。

【整数の処理】

(1) 大小2つのさいころを同時に投げるとき、次の問いに答えなさい。
 ① 目の出方は全部で何通りあるかを求めなさい。
 ② 2つの目の和が8になる場合は何通りあるかを求めなさい。

(2) 次の値を求めなさい。
 ① ${}_6P_2$ ② $4!$

(3) 6枚のカード ①, ②, ③, ④, ⑤, ⑥ から、3枚を並べてできる3けたの整数はいくつあるかを求めなさい。

【出題のねらい】

- (1) 与えられた条件を整理して場合の数を求めることができるか。
- (2) ① 順列の計算を理解しているか。
 ② 階乗の計算が理解しているか。
- (3) 順列の考え方を身近な例で利用することができるか。

(1) ① 大きい方のさいころの目の出方が6通り、小さい方のさいころの目の出方も6通りであるから、これらが続けて起こる場合の数は $6 \times 6 = 36$ …**答**…36通り **注3**