平成１７年度　　第２回　数学診断テストＢ問題　【解答・解説】

1

次の各問いに答えなさい．

⑴　$(-2x^3y)^2\times(-3xy)$　を計算しなさい．

⑵　$(x+1)^3$ を展開しなさい．

⑶　ax^2-4ay^2 を因数分解しなさい．

⑷　$\dfrac{\sqrt{3}+\sqrt{2}}{\sqrt{3}-\sqrt{2}}$ の分母を有理化しなさい．

⑸　$|x|=3$　のとき，x の値を求めなさい．

【出題のねらい】

⑴　指数の計算ができるか．

⑵　高次式の展開ができるか．

⑶　共通因数をくくり出し，更に公式を利用して因数分解ができるか．

⑷　分母の有理化ができるか．

⑸　絶対値の意味を理解することができているか．

＜解答＞

⑴　$(-2x^3y)^2\times(-3xy)=4x^6y^2\times(-3xy)=-12x^7y^3$

⑵　$(x+1)^3=(x+1)(x^2+2x+1)=x^3+3x^2+3x+1$

⑶　$ax^2-4ay^2=a(x^2-4y^2)=a(x+2y)(x-2y)$

⑷　$\dfrac{\sqrt{3}+\sqrt{2}}{\sqrt{3}-\sqrt{2}}=\dfrac{(\sqrt{3}+\sqrt{2})^2}{(\sqrt{3}-\sqrt{2})(\sqrt{3}+\sqrt{2})}=\dfrac{5+2\sqrt{6}}{3-2}$　$=5+2\sqrt{6}$

⑸　$x>0$　のとき　$x=3$　，$x<0$　のとき　$x=-3$

よって，$x=\pm 3$

2

次の各問いに答えなさい．

⑴　１次不等式 $2(x-1)<3x-5$　を解きなさい．

⑵　２次方程式 $2x^2+3x-1=0$　を解きなさい．

⑶　２次方程式 $x^2-4x+4=0$　の実数解の個数を求めなさい．

⑷　x についての方程式 $x^2+ax+2=0$　が　$x=2$　を解にもつように，定数 a の値を求めなさい．

⑸　x が自然数のとき，不等式 $3x+1>5x-5$　を満たす x の値をすべて求めなさい．

【出題のねらい】

⑴　１次不等式が解けるか．

⑵　２次方程式が解けるか．

⑶　判別式と２次方程式の解の関係が分かるか．

⑷　方程式の解の意味を理解することができているか．

⑸　不等式を満たす自然数を見つけることができるか．

＜解答＞

⑴　$2(x-1)<3x-5$　→　$-x<-3$　→　$x>3$

⑵　$x=\dfrac{-3\pm\sqrt{3^2-4\cdot 2\cdot(-1)}}{2\cdot 2}=\dfrac{-3\pm\sqrt{17}}{4}$

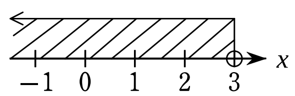
⑶　判別式D＝$(-4)^2-4\cdot 1\cdot 4=16-16=0$　　よって，実数解の個数は１個

⑷　方程式 $x^2+ax+2=0$ が $x=2$ を解に持つから，$2^2+2a+2=0$

これを解いて，$a=-3$

⑸　不等式 $3x+1>5x-5$ を解くと，$x<3$

この不等式を満たす自然数は１と２



3

次の各問いに答えなさい．

⑴　放物線 $y=3x^2$ を x 軸方向に２，y 軸方向に -2 だけ平行移動したとき，移動後の放物線をグラフにもつ２次関数を求めなさい．

⑵　２次関数 $y=x^2-4x-6$　を $y=(x-p)^2+q$　の形に変形しなさい．

⑶　２次関数 $y=-2(x-1)^2+3$　$(-1\leqq x\leqq 2)$　の最大値とそのときの x の値を求めなさい．

⑷　頂点が点$(3,1)$で，点$(2,3)$を通る放物線をグラフにもつ２次関数を求めなさい．

⑸　２次不等式 $x^2+5x+6<0$　を解きなさい．

【出題のねらい】

⑴　放物線の平行移動がわかるか．

⑵　２次関数の式変形ができるか．

⑶　２次関数の最大値を求めることができるか．

⑷　２次関数を決定することができるか．

⑸　２次不等式が解けるか．

＜解答＞

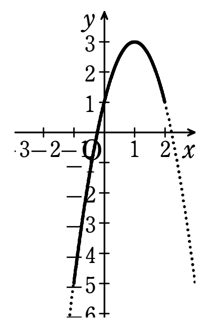
⑴　放物線 $y=3x^2$ の x を $x-2$ で，y を $y+2$ でおき換えると

$y+2=3(x-2)^2$　　よって，求める２次関数は　$y=3(x-2)^2-2$

⑵　$y=x^2-4x-6=(x-2)^2-2^2-6=(x-2)^2-10$

⑶　グラフより

$x=1$ のとき，最大値３をとる．



⑷　頂点が点（３，１）であるから，求める２次関数は $y=a(x-3)^2+1$ と表される．

これが点（２，３）を通るから $3=a(2-3)^2+1$　→　$a=2$

よって，求める２次関数は $y=2(x-3)^2+1=2x^2-12x+19$

⑸　$x^2+5x+6=(x+3)(x+2)<0$ より，

この不等式の解は，$-3<x<-2$

平成１７年度　　第２回　数学診断テストＢ問題　【解答・解説】

4【図形と計量】(選択問題) 次の各問いに答えなさい.

⑴　$\sin 45°$ の値を求めなさい.

⑵　θ が鋭角で，$\sin\theta = \dfrac{4}{5}$ のときの　$\cos\theta$　の値を求めなさい.

⑶　$0° \leqq \theta \leqq 180°$ のとき，$\tan\theta = -\dfrac{1}{\sqrt{3}}$　を満たす θ の値を求めなさい.

⑷　△ABC において，AC$=\sqrt{6}$，∠A=60°，∠B=45°　のとき，辺 BC の長さを求めなさい.

⑸　△ABC において，AB=5，BC$=\sqrt{13}$，CA$=\sqrt{3}$　のとき，∠A の大きさを求めなさい.

【出題のねらい】

⑴　基本的な三角比の値がわかるか.

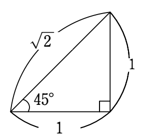
⑵　三角比の相互関係等を利用して $\cos\theta$ の値を求めることができるか.

⑶　三角比の値から θ を求めることができるか.

⑷　正弦定理を利用することができるか.

⑸　余弦定理を利用することができるか.

<解答>

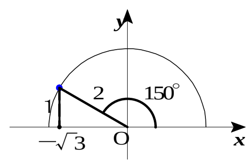
⑴　

図より，　$\sin 45° = \dfrac{1}{\sqrt{2}}$

⑵　三角比の相互関係　$\sin^2\theta + \cos^2\theta = 1$ より $\cos^2\theta = 1 - \sin^2\theta$

$\cos^2\theta = 1 - \left(\dfrac{4}{5}\right)^2 = 1 - \dfrac{16}{25} = \dfrac{9}{25}$　　　θ は鋭角より　$\cos\theta > 0$

よって，$\cos\theta = \dfrac{3}{5}$

⑶　

図より，$\theta = 150°$

⑷　$\dfrac{\text{BC}}{\sin 60°} = \dfrac{\sqrt{6}}{\sin 45°}$　→　BC $\sin 45° = \sqrt{6}\ \sin 60°$　　　よって，BC $=3$

⑸　$\cos A = \dfrac{5^2 + \sqrt{3}^2 - \sqrt{13}^2}{2\cdot 5\cdot\sqrt{3}} = \dfrac{15}{2\cdot 5\cdot\sqrt{3}} = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$　　よって，A ＝ 30°

5【場合の数】(選択問題) 次の各問いに答えなさい.

⑴　${}_5P_4$ の値を求めなさい.

⑵　男子４人，女子２人の６人が１列に並ぶとき，女子２人が隣り合う並び方は何通りありますか.

⑶　６個の数字０，１，２，３，４，５を重複を許して並べてできる３桁の整数の個数を求めなさい.

⑷　正六角形の頂点のうち，４個の頂点を結んでできる四角形の個数を求めなさい.

⑸　ＢＡＮＡＮＡの６文字をすべて使って文字列を作るとき，何通りの文字列ができますか.

【出題のねらい】

⑴　${}_nP_r$ の計算ができるか.

⑵　順列を理解しているか.

⑶　重複順列を理解しているか.

⑷　組み合わせの考え方を理解しているか.

⑸　同じものを含む順列を理解しているか.

<解答>

⑴　${}_5P_4 = 5\cdot 4\cdot 3\cdot 2 = 120$

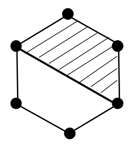
⑵　男子４人　□ □ □ □　　女子２人　○ ○

□(○○)□□□

(女子２人を１人とみなして) × (女子２人の並べ替え)
5！ × 2！ =240 (通り)

⑶　百　十　一

百		十		一	
1から5の5通り	×	0から5の6通り	×	0から5の6通り	
5	×	6	×	6	=180 (個)

⑷　
図のように６個の頂点から４個を選べば四角形が１個できるので，${}_6C_4 = {}_6C_2 = \dfrac{6\cdot 5}{2\cdot 1} = 15$ (個)

⑸　$\dfrac{6!}{3!2!1!} = \dfrac{6\cdot 5\cdot 4\cdot 3\cdot 2\cdot 1}{3\cdot 2\cdot 1\cdot 2\cdot 1\cdot 1} = 60$ (通り)

6【確率】(選択問題) 次の各問いに答えなさい.

⑴　１個のさいころを投げるとき，偶数の目が出る確率を求めなさい.

⑵　２個のさいころを同時に投げるとき，目の和が５の倍数になる確率を求めなさい.

⑶　赤玉３個と白玉４個の入った袋から，同時に３個の玉を取り出すとき，３個とも白玉が出る確率を求めなさい.

⑷　１から 100 までの番号札から１枚引くとき，３の倍数でない番号札を引く確率を求めなさい.

⑸　１枚の硬貨を５回投げるとき，表がちょうど３回出る確率を求めなさい.

【出題のねらい】

⑴　簡単な事象の確率を求めることができるか.

⑵　和事象の確率を求めることができるか.

⑶　組み合わせの総数を用いた確率を求めることができるか.

⑷　余事象の確率を求めることができるか.

⑸　独立な試行の確率を求めることができるか.

<解答>

⑴　$\dfrac{3}{6} = \dfrac{1}{2}$

⑵　目の和が５になるのは（１，４），（２，３），（３，２），（４，１）の４通り

目の和が 10 になるのは（４，６），（５，５），（６，４）の３通り

よって，求める確率は　$\dfrac{4+3}{36} = \dfrac{7}{36}$

⑶　全部の７個から３個取る組み合わせは，${}_7C_3$ 通りある.

白玉４個から３個取る組み合わせは，${}_4C_3$　通りある.

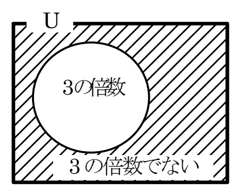
よって，求める確率は $\dfrac{{}_4C_3}{{}_7C_3} = \dfrac{4}{35}$

⑷　「３の倍数でない」という事象は，

「３の倍数である」という事象の余事象である.

３の倍数を引く確率は　$\dfrac{33}{100}$

よって，求め確率は　$1 - \dfrac{33}{100} = \dfrac{67}{100}$



⑸　硬貨を１枚投げるとき，表が出る確率は　$\dfrac{1}{2}$

よって，５回投げて表がちょうど３回出る確率は

$${}_5C_3\left(\frac{1}{2}\right)^3\left(1-\frac{1}{2}\right)^{5-3} = 10\times\left(\frac{1}{2}\right)^3\times\left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{5}{16}$$