

第1回数学診断テスト

1 (必須問題)

(1) 整式 $x-4+ax^2+3x^3-2x^2$ を x について降べきの順に整理しなさい。

〔解説〕
降べき→ x の次数の高い順に並べる。
 $3x^3+(a-2)x^2+x-4$
同類項はまとめる。

(2) $A=x^2+3x-1$, $B=2x^2+4$, $C=-4x^2+4x-5$ とするとき、 $A-B+C$ を求めなさい。

〔解説〕
 $(x^2+3x-1)-(2x^2+4)+(-4x^2+4x-5)$
 $=x^2+3x-1-2x^2-4-4x^2+4x-5=-5x^2+7x-10$

(3) $-(x^3y^2)^2 \times (x^2y)^3$

〔解説〕
 $-(x^3y^2)^2 \times (x^2y)^3 = -x^6y^4 \times x^6y^3 = -x^{12}y^7$

(4) 次の式を展開しなさい。(問題+解説)

① $(2a+3b)(3a-b) = 6a^2 - 2ab + 9ab - 3b^2 = 6a^2 + 7ab - 3b^2$

② $(3a+2b)(9a^2-6ab+4b^2) = 27a^3 + 8b^3$
公式 $(a+b)(a^2-ab+b^2) = a^3+b^3$ を用いる。

③ $(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$ (公式)

④ $(a+b+3)^2$

$(\boxed{a+b}+3)^2 = (A+3)^2 = A^2 + 6A + 9 = (\boxed{a+b})^2 + 6(\boxed{a+b}) + 9$
 $= a^2 + 2ab + b^2 + 6a + 6b + 9$

(5) 次の式を因数分解しなさい。(問題+解説)

① $9x^2-6x+1 = (3x-1)^2$
公式 $a^2-2ab+b^2 = (a-b)^2$ を用いる。

② $9x^2-4y^2 = (3x+2y)(3x-2y)$
公式 $a^2-b^2 = (a+b)(a-b)$ を用いる。

③ $3x^2+5x-2 = (x+2)(3x-1)$
 $\begin{array}{r} 3x^2+5x-2 \\ 3x^2+6x-2 \\ \hline -x-2 \\ -1 \rightarrow -1 \\ \hline 5 \end{array}$

④ $8x^3+1 = (2x+1)(4x^2-2x+1)$
公式 $a^3+b^3 = (a+b)(a^2-ab+b^2)$ を用いる。

⑤ $ax+bx+ay+by = \cancel{ax+ay} + \cancel{bx+by} = \cancel{a}A + \cancel{b}A = xA+yA$
 $= (x+y)A = (x+y)(a+b)$

(6) $(3\sqrt{2}+\sqrt{3})(\sqrt{2}-\sqrt{3})$ を計算しなさい。

$(3\sqrt{2}+\sqrt{3})(\sqrt{2}-\sqrt{3}) = 6 - 3\sqrt{6} + \sqrt{6} - 3 = 3 - 2\sqrt{6}$

(7) $\frac{4}{\sqrt{7}+\sqrt{3}}$ の分母を有理化しなさい。

〔解説〕
 $\frac{4(\sqrt{7}-\sqrt{3})}{(\sqrt{7}+\sqrt{3})(\sqrt{7}-\sqrt{3})} = \frac{4(\sqrt{7}-\sqrt{3})}{4} = \sqrt{7}-\sqrt{3}$

(8) $|2|+|-5|$ の値を求めなさい。

〔解説〕 $2+5=7$

2 (選択問題)

(1) 解答のみ

(2) 次の1次不等式を解きなさい。(問題+解説)

① $2x+3 \geq 5$

$2x \geq 2$

答 $x \geq 1$

② $-4x+7 > -2x+3$

$-2x \leq -4$

〔解説〕 両辺にマイナスの数をかけると不等号の向きが変わる!

答 $x \geq 2$

③ $-\frac{1}{3}x + \frac{1}{2} < -\frac{1}{6}$

$6 \times \left(-\frac{1}{3}x + \frac{1}{2}\right) < 6 \times \left(-\frac{1}{6}\right)$

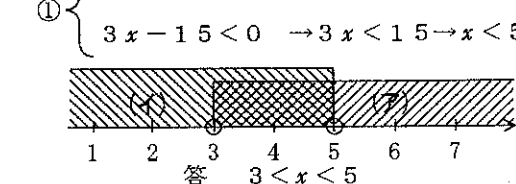
$-2x+3 < -1$

$-2x < -4$

答 $x > 2$

(3) 次の連立不等式を解きなさい。(問題+解説)

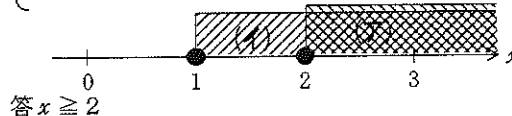
① $\begin{cases} x-3 > 0 & \rightarrow x > 3 \dots (ア) \\ 3x-15 < 0 & \rightarrow 3x < 15 \rightarrow x < 5 \dots (イ) \end{cases}$



答 $3 < x < 5$

B問題解答・解説

② $\begin{cases} x \geq 2 & \dots (ア) \\ 2x+3 \geq 5 & \rightarrow 2x \geq 2 \rightarrow x \geq 1 \dots (イ) \end{cases}$



答 $x \geq 2$

(4) 次の2次方程式を解きなさい。

① $x^2-3x+2=0$

〔解説〕 $(x-1)(x-2)=0$ より $x=1, 2$

② $x^2+3x-1=0$

〔解説〕

解の公式

$ax^2+bx+c=0$ の解は $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2-4ac}}{2a}$

を用いる。 $a=1, b=3, c=-1$ をそれぞれ代入して計算すると

$x = \frac{-3 \pm \sqrt{3^2-4 \cdot 1 \cdot (-1)}}{2 \cdot 1} = \frac{-3 \pm \sqrt{13}}{2}$

(5) 連続した2つの自然数で、それぞれの2乗の和が85になるものを求めなさい。

〔解説〕 連続した2つの自然数を $n, n+1$ とする。

$n^2+(n+1)^2=85$

$n^2+n^2+2n+1=85$

左辺に移項してまとめると $2n^2+2n-84=0$

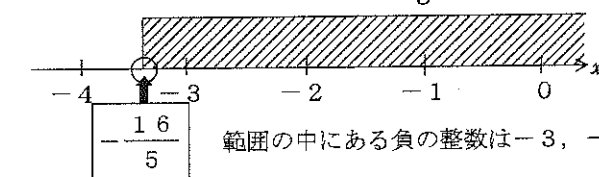
$n^2+n-42=0$

$(n+7)(n-6)=0$

n は自然数なので $n=6$ 答6と7

(6) 不等式 $3x+19 > -2x+3$ を満たす負の整数をすべて求めなさい。

〔解説〕 $5x > -16 \rightarrow x > -\frac{16}{5}$ となる。 $-\frac{16}{5} = -3.2$



範囲の中にある負の整数は-3, -2, -1

3 (選択問題)

(1) 次の集合を要素を書き並べる方法で表しなさい。(解答のみ)

① 12の正の約数全体の集合A

$A = \{1, 2, 3, 4, 6, 12\}$

② 1以上20以下の5の倍数の集合B

$B = \{5, 10, 15, 20\}$

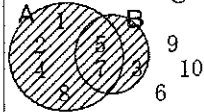
(2) (問題+解説)

$U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$ を全体集合とする。

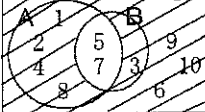
$A = \{1, 2, 4, 5, 7, 8\}$, $B = \{3, 5, 7\}$ について、

次の集合を要素を書き並べる方法で表しなさい。

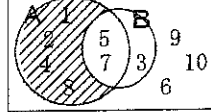
① $A \cup B$



② $A \cap B$



③ $A \cap \overline{B}$



$A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 5, 7, 8\}$ $\overline{A \cap B} = \{1, 2, 3, 4, 6, 8, 9, 10\}$ $A \cap \overline{B} = \{1, 2, 4, 8\}$

上記のように答えはベン図の斜線の部分になります。

(3) 全体集合Uの部分集合A, Bがあり、 $n(U)=20$, $n(A)=6$, $n(B)=12$, $n(A \cap B)=4$ のとき、次の値を求めなさい。

(ただし $n(A)$ は集合Aの要素の個数を表す。)

① $n(A \cup B)$

〔解説〕
 $n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$
 $= 6 + 12 - 4 = 14$

② $n(\overline{A \cup B})$

〔解説〕
ト・タカノの法則から $\overline{A \cup B} = \overline{A \cap B}$
 $n(\overline{A \cup B}) = n(\overline{A \cap B}) = n(U) - n(A \cap B) = 20 - 4 = 16$

(4) 大小2個のさいころを同時に投げるとき、目の和が5または10になる場合の数を求めなさい。

〔解説〕
目の和が5: (1,4) (4,1) (2,3) (3,2) 4通り
目の和が10: (4,6) (6,4) (5,5) 3通り 計7通り

(5) 女子2人と男子3人が横に1列に並んで写真をとるとき、女子2人が隣り合う並び方は何通りありますか。

〔解説〕
 $\boxed{\text{女}} \boxed{\text{女}} \boxed{\text{男}} \boxed{\text{男}} \boxed{\text{男}}$ $4! \times 2 = 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 \cdot 2 = 48$ 通り
↑
1人とみる 女子a 女子bの並べ替え

(6) A, B, C, D, Eの5枚のカードから3枚選んで並べるときの並び方は何通りありますか。

〔解説〕
 ${}_5P_3 = 5 \cdot 4 \cdot 3 = 60$ 通り