$\boxed{1}$ (1) $(x-y)(x-2y)(x+2y)(x+y)=(x^2-y^2)(x^2-4y^2)$

$=(x^2)^2-5x^2y^2+4(y^2)^2=\underline{x^4-5x^2y^2+4y^4\ \ (答)}$

(2) $x^5-x^3+8x^2-8=x^3(x^2-1)+8(x^2-1)=(x^2-1)(x^3+8)$

$\underline{=(x+1)(x-1)(x+2)(x^2-2x+4)\ \ (答)}$

(3) $-6y^2+xy+11y+x^2+2x-3$

$=x^2+(y+2)x-(6y^2-11y+3)$

$=x^2+(y+2)x-(2y-3)(3y-1)$

$=\{x-(2y-3)\}(x+3y-1)\underline{=(x-2y+3)(x+3y-1)\ (答)}$

(4) $x=\dfrac{2+\sqrt{3}}{2-\sqrt{3}}=\dfrac{(2+\sqrt{3})^2}{(2-\sqrt{3})(2+\sqrt{3})}=7+4\sqrt{3}$,

$y=\dfrac{2-\sqrt{3}}{2+\sqrt{3}}=\dfrac{(2-\sqrt{3})^2}{(2+\sqrt{3})(2-\sqrt{3})}=7-4\sqrt{3}$ であるから,

$x+y=(7+4\sqrt{3})+(7-4\sqrt{3})\underline{=14\ \ (答)}$

$xy=(7+4\sqrt{3})(7-4\sqrt{3})=49-48\underline{=1\ \ (答)}$

$2x^2-xy+2y^2=2x^2+4xy+2y^2-5xy=2(x+y)^2-5xy$

$=2\cdot14^2-5\cdot1\underline{=387\ \ (答)}$

$\dfrac{2}{x}+\dfrac{2}{y}=\dfrac{2(x+y)}{xy}=\dfrac{2\cdot14}{1}\underline{=28\ \ (答)}$

(5) $\dfrac{1}{\sqrt{5}+\sqrt{2}}=\dfrac{\sqrt{5}-\sqrt{2}}{(\sqrt{5}+\sqrt{2})(\sqrt{5}-\sqrt{2})}=\dfrac{\sqrt{5}-\sqrt{2}}{3}$,

$\dfrac{1}{\sqrt{8}+\sqrt{5}}=\dfrac{\sqrt{8}-\sqrt{5}}{(\sqrt{8}+\sqrt{5})(\sqrt{8}-\sqrt{5})}=\dfrac{\sqrt{8}-\sqrt{5}}{3}$ より,

$\dfrac{1}{\sqrt{5}+\sqrt{2}}+\dfrac{1}{\sqrt{8}+\sqrt{5}}=\dfrac{\sqrt{5}-\sqrt{2}}{3}+\dfrac{\sqrt{8}-\sqrt{5}}{3}$

$=\dfrac{-\sqrt{2}+\sqrt{8}}{3}=\dfrac{-\sqrt{2}+2\sqrt{2}}{3}\underline{=\dfrac{\sqrt{2}}{3}\ \ (答)}$

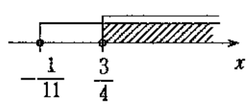
(6) まず, $\dfrac{x-1}{4}\leqq3x$ より, $x-1\leqq12x$

よって, $-11x\leqq1$ ゆえに, $x\geqq-\dfrac{1}{11}$ ……①

次に, $2x+1<6x-2$ より, $-4x<-3$ ゆえに, $x>\dfrac{3}{4}$ ……②

①, ②の共通範囲を求めて,

$\underline{x>\dfrac{3}{4}\ \ (答)}$



(7) 解の公式 $x=\dfrac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$ より,

$x=\dfrac{-(-7)\pm\sqrt{(-7)^2-4\cdot2\cdot1}}{2\cdot2}\underline{=\dfrac{7\pm\sqrt{41}}{4}\ \ (答)}$

解の公式 $x=\dfrac{-b'\pm\sqrt{b'^2-ac}}{a}$ より,

$x=\dfrac{-(-1)\pm\sqrt{(-1)^2-3\cdot(-7)}}{3}\underline{=\dfrac{1\pm\sqrt{22}}{3}\ \ (答)}$

(8) $\sqrt{4}<\sqrt{6}<\sqrt{9}$ より, $2<\sqrt{6}<3$ よって, $5<3+\sqrt{6}<6$

ゆえに, $\underline{a=5\ \ (答)}$, $b=(3+\sqrt{6})-a\underline{=\sqrt{6}-2\ \ (答)}$

$b^2+4b=b(b+4)=(\sqrt{6}-2)(\sqrt{6}+2)=6-4\underline{=2\ \ (答)}$

(9) $2\sqrt{3}=\sqrt{12}$, $3\sqrt{2}=\sqrt{18}$ より, $2\sqrt{3}<3\sqrt{2}$ であるから,

$\sqrt{(2\sqrt{3}-3\sqrt{2})^2}=|2\sqrt{3}-3\sqrt{2}|=-(2\sqrt{3}-3\sqrt{2})$

$\underline{=3\sqrt{2}-2\sqrt{3}\ \ (答)}$

(10) $|x+1|>3$ より, $x+1<-3$ または, $3<x+1$

よって, $\underline{x<-4\ \ または,\ 2<x\ \ (答)}$

(11) 最大の整数をxとおくと, 連続する3つの整数は,

$x-2$, $x-1$, xと表される。

条件より, $(x-2)^2+(x-1)^2=x^2$

よって, $x^2-4x+4+x^2-2x+1=x^2$

$\therefore\ x^2-6x+5=0$ $\qquad\therefore\ (x-1)(x-5)=0$

$\therefore\ x=1, 5$

$x=1$のとき, 連続する3数は, -1, 0, 1

$x=5$のとき, 連続する3数は, 3, 4, 5

$\underline{-1,\ 0,\ 1\ \ または\ \ 3,\ 4,\ 5\ (答)}$

$\boxed{2}$ (1) 解の1つが2であるから,

$2^2-3m\cdot2-4m^2=0$ $\quad\therefore\ 4m^2+6m-4=0$

$\therefore\ 2m^2+3m-2=0$ $\quad\therefore\ (m+2)(2m-1)=0$

$m>0$であるから, $\underline{m=\dfrac{1}{2}\ \ (答)}$

このとき, 方程式は, $x^2-\dfrac{3}{2}x-1=0$

すなわち, $2x^2-3x-2=0$ $\quad\therefore\ (x-2)(2x+1)=0$

$\therefore\ x=2, -\dfrac{1}{2}$ よって, 他の解は, $\underline{x=-\dfrac{1}{2}\ \ (答)}$

(2) $f(a)=f(a-4)$より,

$3a^2+6a+10=3(a-4)^2+6(a-4)+10$

$\therefore\ 3a^2+6a+10=3a^2-24a+48+6a-24+10$

$\therefore\ 24a=24$ $\qquad$ よって, $\underline{a=1\ \ (答)}$

(3) $a<0$であるから, この関数は減少関数である。

よって, $x=-1$で, 最大値$y=8$をとり,

$x=3$で, 最小値$y=0$をとる。

ゆえに, $-a+b=8$ ……①, $3a+b=0$ ……②

②−①より, $4a=-8$ $\quad\therefore\ a=-2$ これと②より, $b=6$

$\underline{a=-2,\ b=6\ \ (答)}$

(4) $y=-x^2+6x-13=-(x^2-6x)-13$

$=-\{(x-3)^2-9\}-13=-(x-3)^2+9-13=-(x-3)^2-4$

より, この放物線の頂点は, 点$(3,-4)$である。

点$(3,-4)$をx軸方向に-3, y軸方向に2だけ平行移動した

点は, 点$(0,-2)$である。

よって, 求める2次関数は, $\underline{y=-x^2-2\ \ (答)}$

(5) 判別式をDとおくと,

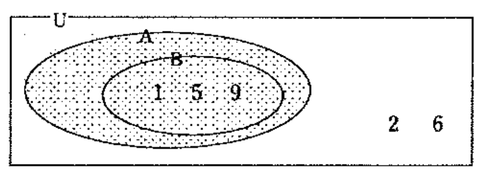
$\dfrac{D}{4}=(a-1)^2-2(-3a+11)=a^2-2a+1+6a-22$

$=a^2+4a-21=(a+7)(a-3)$

重解をもつための条件は$D=0$であるから,

$(a+7)(a-3)=0$ $\quad\therefore\underline{a=-7,\ 3\ \ (答)}$

$\boxed{3}$ (1) 条件をベン図に表すと,



となるので, 残りの要素3, 4, 7, 8は 部分に属する。

よって, $\underline{A=\{1, 3, 4, 5, 7, 8, 9\},}$

$\underline{A\cup B=\{1, 3, 4, 5, 7, 8, 9\}\ \ (答)}$

(2) Xの要素の個数を$n(X)$で表す。

$100\div2=50$より, $\underline{n(X)=50\ \ (答)}$

$\overline{X}\cap Y$は,

「5の倍数であるが2の倍数でない数」全体の集合であるから,

$\overline{X}\cap Y=\{5, 15, 25, 35, \cdots\cdots, 95\}$となる。

よって, $\underline{n(\overline{X}\cap Y)=10\ \ (答)}$

(3) $x=1$のとき, $(y,z)=(1,8), (2,7), (3,6), \cdots\cdots, (8,1)$の8通り。

$x=2$のとき, $(y,z)=(1,7), (2,6), (3,5), \cdots, (7,1)$の7通り。

同様にして, $x=3$のとき, 6通り。

$x=4$のとき, 5通り。……。$x=8$のとき, 1通り。

全部で, $8+7+6+5+4+3+2+1\underline{=36通り\ \ (答)}$

(4) A町とD町を結ぶ経路は

i) A→B→D, ii) A→C→D, iii) A→D

の3種類に分けられる。

積の法則により, i) の場合は, 2×3=6(通り)

ii) の場合は, 3×1=3(通り)

また, iii) の場合が, 1(通り) ある。

よって, 和の法則により, 求める場合の数は,

$6+3+1\underline{=10(通り)\ \ \ (答)}$