**1．次の各問いに答えなさい。**

(1) $3x^2y\times(-2x^3y^2)$ を計算しなさい。

(2) $(a+b+c)^2$ を展開しなさい。

(3) $6x^2+7x-10$ を因数分解しなさい。

(4) $(\sqrt{2}-\sqrt{3})^2$ を計算しなさい。

(5) $\dfrac{2}{\sqrt{3}-1}$ の分母を有理化しなさい。

【出題のねらい】

(1) 指数の計算ができるか。
(2) 多項式の展開ができるか。
(3) たすきがけを用いて，因数分解ができるか。
(4) 平方根の四則演算ができるか。
(5) 分母の有理化ができるか。

【解答】

(1) $3x^2y\times(-2x^3y^2)=3\times(-2)\cdot x^{2+3}\cdot y^{1+2}=-6x^5y^3$ 答

(2)
$$(a+b+c)^2=\{(a+b)+c\}^2$$
$$=(a+b)^2+2\cdot(a+b)\cdot c+c^2$$
$$=a^2+2ab+b^2+2ac+2bc+c^2$$
$$=a^2+b^2+c^2+2ab+2bc+2ca$$ 答

(3) $6x^2+7x-10$

| | | |
|---|---|---|
| 6 | −5 → | −5 |
| 1 | 2 → | 12 |
| 6 | −10 | 7 |

$=(6x-5)(x+2)$ 答

(4) $(\sqrt{2}-\sqrt{3})^2=(\sqrt{2})^2-2\sqrt{2}\cdot\sqrt{3}+(\sqrt{3})^2=2-2\sqrt{6}+3$

$=5-2\sqrt{6}$ 答

(5) $\dfrac{2}{\sqrt{3}-1}=\dfrac{2\times(\sqrt{3}+1)}{(\sqrt{3}-1)(\sqrt{3}+1)}=\dfrac{2(\sqrt{3}+1)}{(\sqrt{3})^2-1^2}=\dfrac{2(\sqrt{3}+1)}{2}=\sqrt{3}+1$ 答

**2．次の各問いに答えなさい。**

(1) 1次不等式 $\dfrac{x}{4}\geqq x-3$ を解きなさい。

(2) 連立不等式 $\begin{cases}5x+5>3x+1\\-x+4\geqq 2(x-1)\end{cases}$ を解きなさい。

(3) 2次方程式 $2x^2-3x-1=0$ を解きなさい。

(4) 2次方程式 $x^2+(k-3)x+k=0$ が重解をもつような定数$k$の値を求めなさい。

(5) 絶対値を含む方程式 $|x+1|=4$ を解きなさい。

【出題のねらい】

(1) 1次不等式が解けるか。
(2) 1次連立不等式が解けるか。
(3) 2次方程式を解の公式を用いて，解くことができるか。
(4) 2次方程式の重解の意味を理解し，
(5) 絶対値を含む方程式が解けるか。

【解答】

(1) $\dfrac{x}{4}\geqq x-3\Leftrightarrow x\geqq 4(x-3)\Leftrightarrow x\geqq 4x-12$

移項して整理すると　$-3x\geqq -12$　よって　$x\leqq 4$ 答

(2) $5x+5>3x+1$ から　$2x>-4$　よって　$x>-2$ ・・・①

$-x+4\geqq 2(x-1)$ から　$-3x\geqq -6$　よって　$x\leqq 2$ ・・・②

①と②の共通範囲を求めて　$-2<x\leqq 2$ 答

(3) $x=\dfrac{-(-3)\pm\sqrt{(-3)^2-4\cdot 2\cdot(-1)}}{2\cdot 2}=\dfrac{3\pm\sqrt{17}}{4}$ 答

(4) 2次方程式$ax^2+bx+c=0$ が重解をもつ$\Leftrightarrow b^2-4ac=0$

$x^2+(k-3)x+k=0$ が重解をもつ

$\Leftrightarrow b^2-4ac=(k-3)^2-4\cdot 1\cdot k=(k^2-6k+9)-4k=k^2-10k+9$

$=(k-1)(k-9)=0$　よって　$k=1,9$ 答

(5) $c>0$のとき，方程式$|x|=c$ の解は　$x=\pm c$

$|x+1|=4\Leftrightarrow x+1=\pm 4\ \Leftrightarrow x=-1\pm 4$

よって　$x=-5,3$ 答

**3．次の各問いに答えなさい。**

(1) 2次関数 $y=x^2-2x+5$ を $y=(x-p)^2+q$ の形に変形しなさい。

(2) ① 2次関数 $y=(x-2)^2+1$ のグラフをかきなさい。

② 2次関数 $y=(x-2)^2+1$ $(0\leqq x\leqq 3)$ の最大値と，そのときの$x$の値を求めなさい。

(3) 2次関数のグラフが，3点 $(3,0),(-1,0),(2,6)$ を通るとき，その2次関数を求めなさい。

(4) 2次不等式 $(x+1)(x-4)>0$ を解きなさい。

【出題のねらい】

(1) $y=(x-p)^2+q$ の形に変形できるか。
(2) ① 2次関数のグラフが描けるか。
② 定義域が与えられているときの2次関数の最大値を求めることができるか。
(3) 3点を通る2次関数を決定できるか。
(4) 2次不等式が解けるか。

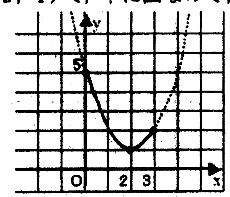
【解答】

(1) $y=x^2-2x+5=(x-1)^2-1^2+5=(x-1)^2+4$ 答

(2) ① 2次関数 $y=(x-2)^2+1$ の頂点の座標が（2，1）で，下に凸なので，正答表なようなグラフになる（略）。

② 定義域が$0\leqq x\leqq 3$ のときは，右図より

$x=0$ のとき，最大値5をとる。答




(3) 求める2次関数を$y=ax^2+bx+c\ (a\neq 0)$

とおくと，3点 $(3,0),(-1,0),(2,6)$ を通るから

$$\begin{cases}9a+3b+c=0 & \cdots ①\\ a-b+c=0 & \cdots ②\\ 4a+2b+c=6 & \cdots ③\end{cases}$$

①，②，③より　$a=-2,b=4,c=6$

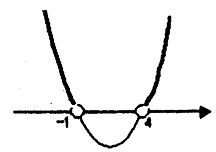
よって，求める2次関数は　$y=-2x^2+4x+6$ 答

(4) $(x+1)(x-4)>0$

$(x+1)(x-4)=0$ を解くと，$x=-1,4$

$y=(x+1)(x-4)$ のグラフと$x$軸の位置関係より

$y>0$ となる$x$の値の範囲は　$x<-1,4<x$ 答



## 4.【図形と計量】（選択問題）次の各問いに答えなさい。

(1) $\cos 120^\circ$ の値を求めなさい。

(2) $\theta$が鋭角で，$\sin\theta = \frac{3}{4}$ のとき，$\cos\theta$の値を求めなさい。

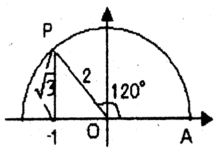
(3) $0^\circ \leqq \theta \leqq 180^\circ$ のとき，$\sin\theta = \frac{\sqrt{3}}{2}$ を満たす角$\theta$を求めなさい。

(4) △ABCにおいて，∠A＝60°，AC＝3，AB＝2のとき，辺BCの長さを求めなさい。

(5) ∠A＝120°，AC＝3，AB＝3のとき，△ABCの面積を求めなさい。

【出題のねらい】
(1) 鈍角の角に対する三角比の値がわかるか。
(2) 三角比の相互関係等を利用して，$\cos\theta$の値を求めることができる。
(3) 三角比の値から$\theta$を求めることができるか。
(4) 余弦定理を利用することができるか。
(5) 三角形の面積を求めることができるか。

【解答】



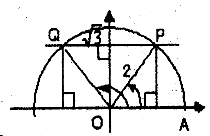

(1) 図より，$\cos 120^\circ = -\frac{1}{2}$ 答

(2) 三角比の相互関係 $\sin^2\theta + \cos^2\theta = 1$ より $\cos^2\theta = 1 - \sin^2\theta$

$\cos^2\theta = 1 - \left(\frac{3}{4}\right)^2 = 1 - \frac{9}{16} = \frac{7}{16}$　　$\cos\theta = \pm\frac{\sqrt{7}}{4}$ 答

$\theta$は鋭角より$\cos\theta > 0$　　よって $\cos\theta = \frac{\sqrt{7}}{4}$

(3) $0^\circ \leqq \theta \leqq 180^\circ$ のとき，$\sin\theta = \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{y}{r}$




半径2の半円上で，$y$座標が1である点は2つある。求める$\theta$は右図より∠AOP ∠AOQである。よって　$\theta = 60^\circ, 120^\circ$ 答

(4) 余弦定理より，$BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2AB \cdot AC \cdot \cos\theta$

$= 2^2 + 3^2 - 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \frac{1}{2} = 7$

$BC > 0$ であるから $BC = \sqrt{7}$ 答

(5) 求める面積を$S$とおくと，$S = \frac{1}{2}AB \cdot AC \cdot \sin\theta = \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot 3 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{9\sqrt{3}}{4}$ 答

## 5.【場合の数】（選択問題）次の各問いに答えなさい。

(1) $A = \{1,2,3\}$，$B = \{2,3,4,5\}$とするとき，$A \cup B$ を求めなさい。

(2) 100人の生徒に部活調査6を実施したところ，体育系に所属している生徒が57人，文化系に所属している生徒が40人，どちらにも所属していない生徒は19人いた。文化系にも体育系にも所属している生徒は何人いるか答えなさい。

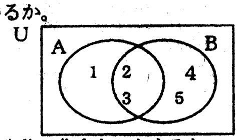
(3) 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 の数字から異なる3個を用いて，3桁の整数は何個できるか答えなさい。

(4) 男子2人と女子4人が円形のテーブルに着席する。男子2人が向かい合って着席する場合は何通りあるか答えなさい。

(5) 白組4人，赤組6人の中から，各組より2人ずつの計4人を選ぶ方法は何通りあるか。答えなさい。

【出題のねらい】
(1) 2つの集合の和集合を求めることができるか。
(2) ベン図や表を用いて，条件にあう集合の要素の数を求めることができるか。
(3) 順列を理解しているか。
(4) 円順列の場合の数において，条件にあう場合の数を求めることができるか。
(5) 積の法則と組み合わせの考え方を理解しているか。

【解答】




(1) $A \cup B = \{1,2,3,4,5\}$ 答

(2) 100人の集合を$U$とし，体育系に所属している生徒の集合を$A$，文化系に所属している生徒の集合を$B$とすると，

どちらにも所属していない生徒の集合は$\overline{A \cup B}$

$n(U) = 100, n(A) = 57, n(B) = 40, n(\overline{A \cup B}) = 19$　となる

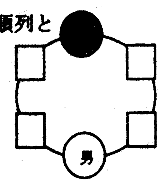
体育系または文化系に所属している生徒$A \cup B$ の要素の個数は

$n(A \cup B) = n(U) - n(\overline{A \cup B}) = 100 - 19 = 81$　である。

$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$　より，次の式が成り立つ

$n(A \cap B) = n(A) + n(B) - n(A \cup B) = 57 + 40 - 81 = 16$　16人 答

(3) ${}_7P_3 = 7 \cdot 6 \cdot 5 = 210$　　210通り 答




(4) 特定の男子に着目すると，女子の並び方はふつうの順列と考えられる。男子2人の円順列の総数は$(2-1)!$通り，女子4人の並び方は4！通り，よって，並び方の総数は積の法則より　$(2-1)! \times 4! = 24$　24通り 答

(5) 白組2人の選び方は${}_4C_2$通り，赤組2人の選び方は${}_6C_2$通りある。

よって，2人ずつの4人を選ぶ方法は，積の法則より

${}_4C_2 \times {}_6C_2 = \frac{4 \cdot 3}{2 \cdot 1} \times \frac{6 \cdot 5}{2 \cdot 1} = 90$　　90通り 答

## 6.【確率】（選択問題）次の各問いに答えなさい。

※ただし，約分できる数は約分をして答えなさい。

(1) 大小2個のさいころを同時に投げるとき，目の和が7になる確率を求めなさい。

(2) A, B, C, D, Eの5人が1列に並ぶとき，A, Bが隣り合う確率を求めなさい。

(3) 1から100までの数を1つずつ書いた100枚のカードの中から1枚を取り出すとき，取り出したカードの数が4の倍数または5の倍数である確率を求めなさい。

(4) 10本のくじの中に当たりくじが3本入っている。このくじから同時に2本引くとき，少なくとも1本が当たる確率を求めなさい。

(5) 1個のさいころを3回投げるとき，1の目がちょうど2回出る確率を求めなさい。

【出題のねらい】
(1) 簡単な事象の確率を求めることができるか。
(2) 順列の総数を用いた確率を求めることができるか。
(3) 和事象の確率を求めることができるか。
(4) 余事象の確率を求めることができるか。
(5) 独立な試行の確率を求めることができるか。

【解答】

(1) 大小2個のさいころを投げるとき，起こりうるすべての場合の数は6×6＝36通りで，また，目の和が7となる場合は次の通りである。
（大，小）＝（1，6），（2，5），（3，4），（4，3），（5，2）（6，1）の6通りである。求める確率は$\frac{6}{36} = \frac{1}{6}$ 答

(2) A, B, C, D, Eの5人が1列に並ぶとき，起こりうる全ての場合の数は，

$5! = 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 120$通りであり，A, Bが隣り合う場合は，

（AB 2人を1組と見なした順列）×（AB 2人の並べ替え）
4！　×　2！　＝48通り

よって，求める確率は　$\frac{4!2!}{5!} = \frac{2}{5}$ 答

(3) 取り出したカードの数が「4の倍数である」という事象をA，「5の倍数である」事象をBとすると，「4の倍数または5の倍数である」という事象は$A \cup B$である。$A \cap B$は「20の倍数である」という事象である。$n(A) = 25, n(B) = 20, n(A \cap B) = 5$より

$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = \frac{25}{100} + \frac{20}{100} - \frac{5}{100} = \frac{40}{100} = \frac{2}{5}$ 答

(4)「少なくとも1本が当たる」という事象は，「2本ともはずれを引く」という事象の余事象である。このとき，10本から2本引く場合の数は${}_{10}C_2$，

2本ともはずれを引く場合は${}_7C_2$，よって求める確率は$1 - \frac{{}_7C_2}{{}_{10}C_2} = \frac{8}{15}$ 答

(5) さいころを1回投げるとき，1の目がでる確率は$\frac{1}{6}$

よって，求める確率は${}_3C_2\left(\frac{1}{6}\right)^2\left(1-\frac{1}{6}\right)^{3-2} = 3 \times \left(\frac{1}{6}\right)^2\left(\frac{5}{6}\right) = \frac{5}{72}$ 答