平成２１年度　第１回数学診断テストＢ問題　解説

$\boxed{1}$　(必須問題)

(1) x に着目して整理すると、(x 以外は数と同じように扱う)

$$2x^2+(-3y+5)x+(y^2-y+4)$$

または，$2x^2+(5-3y)x+(y^2-y+4)$ となる。

(2) $2A-B-2C$

$$=2(2x+y+z)-(x-2y+z)-2(x+y-z)$$
$$=4x+2y+2z-x+2y-z-2x-2y+2z$$
$$=x+2y+3z$$

(3) $(-3xy)^2=(-3xy)\times(-3xy)=9x^2y^2$ だから，

与式⇒$9x^2y^2\times(-2x^4y^2)=-18x^6y^4$

(4) ① $(3x+1)(x^2+2x+3)=3x^3+x^2+6x^2+2x+9x+3$

$$=3x^3+7x^2+11x+3$$

② $(x+y)(x-y)=x^2-y^2$　(公式)

③ $(x-y)^3=x^3-3x^2y+3xy^2-y^3$　(公式)

④ $(x+y)(x-y)=x^2-y^2$ だから，

与式⇒$(x^2-y^2)(x^2+y^2)=x^4-y^4$

(5) ① $2x^2y^3-6xy^2=2xy^2(xy-3)$

② $2x^2+9x+10=(2x+5)(x+2)$

1	2	→	4
2	5	→	5
2	10		9

③ $x^3-y^3=(x-y)(x^2+xy+y^2)$　(公式)

④ $x^2+(2y-1)x+y(y-1)=(x+y)(x+y-1)$

1	y	→	y
1	$(y-1)$	→	$(y-1)$
1	$y(y-1)$		$2y-1$

(6) $\dfrac{2}{3}=0.66666666\cdots$ だから，$0.\dot{6}$ と出来る。

(7) $|2-6|=|-4|=4$

(8) $(\sqrt{2}-\sqrt{3})^2=(\sqrt{2})^2-2\times\sqrt{2}\times\sqrt{3}+(\sqrt{3})^2$

$$=2-2\sqrt{6}+3=5-2\sqrt{6}$$

(9) 分子・分母に $(2+\sqrt{3})$ を掛ける。

与式⇒ $\dfrac{1\times(2+\sqrt{3})}{(2-\sqrt{3})\times(2+\sqrt{3})}=\dfrac{2+\sqrt{3}}{4-3}=2+\sqrt{3}$

$\boxed{\text{ねらい}}$

・適当な置き換えによる公式の活用が出来るか。

・因数分解（たすきがけ）が理解できているか。

・基本的な計算が出来るか。また，根号や絶対値の処理の仕方が理解出来ているか。

・循環小数の意味を理解し，記号を用いて表現できるか。

$\boxed{2}$　(選択問題)

(1) ① $6x-21>3x$ から $6x-3x>21$　$3x>21$

両辺を３で割って，$x>7$

② 展開すると，$3x-3\geqq 10x+8$ だから $3x-10x\geqq 8+3$

$-7x\geqq 11$　ここで両辺を -7 で割る。(不等号の向きに注意して)

$x\leqq -\dfrac{11}{7}$ となる。

③ まず，両辺に分母の最小公倍数である 12 を掛ける。

$$12\times\left(\frac{5x+1}{3}-\frac{2x+3}{4}\right)\geqq 12\times\left(\frac{x-5}{6}\right)$$

$4(5x+1)-3(2x+3)\geqq 2(x-5)$　(分子は１つとして考える)

さらに，展開して整理すると

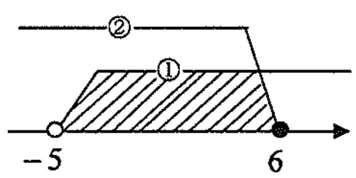
$20x-6x-2x\geqq -4+9-10$ より　$12x\geqq -5$

不等号の向きに注意して，両辺を 12 で割ると　$x\geqq -\dfrac{5}{12}$

(2) $2x+3>x-2$　から　$x>-5\cdots$①

$5x-3x\leqq 8+4$　$2x\leqq 12$ より　$x\leqq 6\cdots$②

ここで，①と②の同時に満たす部分を考えて



$-5<x\leqq 6$　を得る。

(3) ① 因数分解すると，$x(x+5)=0$　だから　$x=0,-5,$

② $X=x-3$ と置いて考えると，$X^2=7$ より　$X=\pm\sqrt{7}$

もとに戻して，$x-3=\pm\sqrt{7}$　よって　$x=3\pm\sqrt{7}$　となる。

③ 因数分解出来ないので，解の公式を利用する。

$a=3$，$b=5$，$c=1$ に注意して判別式 D から求める。

$D=b^2-4ac=5^2-4\times 3\times 1=13$ だから

$x=\dfrac{-5\pm\sqrt{D}}{2\times 3}=\dfrac{-5\pm\sqrt{13}}{6}$　となる。

(4) 重解を持つような，判別式 D の条件は・・・$D=0$ である。

よって　判別式 $D=(-2)^2-4\times 1\times m=4-4m$ より

$4-4m=0$　すなわち　$m=1$　このとき重解 x は $x=\dfrac{-b}{2a}$ で表されるので，$x=1$ を得る。

(5) ① 合計16個なので，$(16-x)$ 個は明らか。

② ①より　$120x+40(16-x)\leqq 1000$　だから展開すると，

$120x+640-40x\leqq 1000$ より $80x\leqq 360$

両辺を８０で割って　$x\leqq\dfrac{9}{2}=4.5$　ゆえにこの不等式を満たす最大の整数 x を求めればよいので，　$x=4$　すなわちリンゴは４個まで買える。

$\boxed{\text{ねらい}}$

・分数を含んだ不等式を解くことが出来るか。

・連立不等式の基本的な解法が理解できているか。

・２次方程式を解くことができ，解の公式も使うことが出来るか。

・判別式Ｄの符号による解の分類が出来ているか。

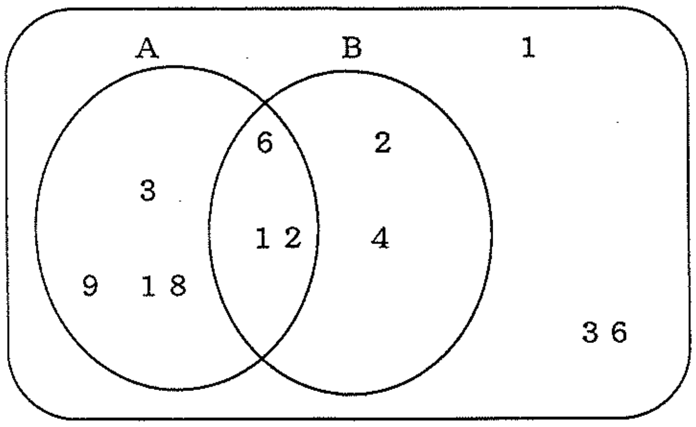
・文章から関係式（１次不等式）を作ることが出来るか。

$\boxed{3}$ （選択問題）

（1）① ② 解答のみ

（2）ベン図で考えると分かりやすい。

$U=\{1,2,3,4,6,9,12,18,36\}$ だから，



図より　$A\cup B=\{2,3,4,6,9,12,18,\}$

$\overline{A}=\{1,2,4,36\}$ だから，　$\overline{A}\cap B=\{2,4\}$

（3）　集合 $A=\{3$ の倍数 $\}$ ，集合 $B=\{4$ の倍数 $\}$ とする。

① $50\div3=16\ldots2$　$50\div4=12\ldots2$　$50\div12=4\ldots2$ より

$n(A)=16$，　$n(B)=12$　を得る。また $n(A\cap B)=4$ だから

求める数の個数は，$n(A\cup B)$　で表される。

よって $n(A\cup B)=n(A)+n(B)-n(A\cap B)$ の関係を用いて，

$n(A\cup B)=24$ 個

② 求める数の個数は，$n(\overline{A}\cap\overline{B})=n(\overline{A\cup B})$ （ド・モルガンの法則）

で表すことが出来るので，$n(\overline{A\cup B})=50-n(A\cup B)=26$ 個

（4）10人から3人を選んで1列に並べる順列の総数と同じである。

よって　${}_{10}P_3=10\times9\times8=720$ 通り

（5）女子2人を1つとして考える。この2人の並び方は，2通り。

また，男子・女子の全体で考えると並べ方は　$(5+1)!=6!=720$ 通り。

ゆえに，積の法則より　$2\times6!=1440$ 通り。

（6）全体から千の位が0の場合を引いたものが，求める個数である。

$\boxed{\text{全 体}}$：異なる7個から4個を選んで1列に並べる順列の総数に等しい。

つまり ${}_7P_4=7\times6\times5\times4=840$ 通り。

いま，千の位が0の場合を考えると・・・(千の位を0で固定する。)

このとき，残り3桁の並べ方は・・・${}_6P_3=6\times5\times4=120$ 通り。

ゆえに求める並べ方は，$840-120=720$ 通り。

$\boxed{\text{ねらい}}$

・ベン図を用いて考えられるか。

・集合の基本的な性質が理解出来ているか。（ド・モルガンの法則など）

・集合の要素の個数について基本的な解法が理解できているか。

・順列の基本的な計算が出来ているか。