1 次の問いに答えなさい。

(1)　$(x+1)(x-3)(x^2+3x+9)(x^2-x+1)$ を展開しなさい。

(ねらい) 工夫して展開できるか

解答 与式 $=\{(x+1)(x^2-x+1)\}\{(x-3)(x^2+3x+9)\}=(x^3+1)(x^3-27)$

$=x^6-26x^3-27$

(2)　$3a^2+5ab-2b^2-a+5b-2$ を因数分解しなさい。

(ねらい) ひとつの文字に着目して式を整理し，因数分解できるか

解答 与式 $=3a^2+(5b-1)a-(2b^2-5b+2)$

$=3a^2+(5b-1)a-(2b-1)(b-2)$

$=\{3a-(b-2)\}\{a+(2b-1)\}=(3a-b+2)(a+2b-1)$

(3)　x^4+x^2+1 を因数分解しなさい。

(ねらい) 式の特徴に着目して因数分解できるか

解答 与式 $=(x^4+2x^2+1)-x^2=(x^2+1)^2-x^2$

$=\{(x^2+1)+x\}\{(x^2+1)-x\}=(x^2+x+1)(x^2-x+1)$

(4)　次の式を簡単にしなさい。

(ねらい) 絶対値，平方根の性質を理解しているか

①　$-1\leqq x\leqq 0$ のとき $|3x-2|+|2x+4|$

解答 $-1\leqq x\leqq 0$ のとき，$3x-2<0$，$2x+4>0$ なので，

与式 $=-(3x-2)+(2x+4)=-x+6$

②　$\sqrt{(1-\sqrt{3})^2}+\sqrt{(2-\sqrt{3})^2}$

解答 $1-\sqrt{3}<0$，$2-\sqrt{3}>0$ なので，

与式 $=|1-\sqrt{3}|+|2-\sqrt{3}|=-(1-\sqrt{3})+2-\sqrt{3}=1$

(5)　$\dfrac{2}{\sqrt{5}-\sqrt{3}}-\dfrac{2}{\sqrt{5}+\sqrt{3}}$ を計算しなさい。

(ねらい) 分母が2項式のときの有理化ができるか

解答 与式 $=\dfrac{2(\sqrt{5}+\sqrt{3})}{(\sqrt{5}-\sqrt{3})(\sqrt{5}+\sqrt{3})}-\dfrac{2(\sqrt{5}-\sqrt{3})}{(\sqrt{5}+\sqrt{3})(\sqrt{5}-\sqrt{3})}$

$=\dfrac{2(\sqrt{5}+\sqrt{3})}{2}-\dfrac{2(\sqrt{5}-\sqrt{3})}{2}=(\sqrt{5}+\sqrt{3})-(\sqrt{5}-\sqrt{3})$

$=2\sqrt{3}$

(6)　$\sqrt{13}$ の整数部分を a，小数部分を b とするとき，次の問いに答えなさい。

(ねらい) 平方根の近似値が分かり，整数部分，小数部分を表せるか

①　b の値を求めなさい。

解答 $\sqrt{9}<\sqrt{13}<\sqrt{16}$ なので $3<\sqrt{13}<4$ だから，$a=3$

よって $b=\sqrt{13}-a=\sqrt{13}-3$

②　a^2+ab の値を求めなさい。

解答 与式 $=a(a+b)=3(\sqrt{13})=3\sqrt{13}$

(7)　$\dfrac{x}{4}-3<x\leqq\dfrac{x+5}{2}$ をみたす整数 x の個数を求めなさい。

(ねらい) 1次不等式の連立不等式が解けるか

解答 与式は，$\dfrac{x}{4}-3<x$ …①，$x\leqq\dfrac{x+5}{2}$ …② と分けて計算できる。

①より $x-12<4x$　よって　$x>-4$

②より $2x\leqq x+5$　よって　$x\leqq 5$

以上より　$-4<x\leqq 5$

よって ①，② をみたす整数値は，9 個 である。

(8)　x の 2 次方程式 $3x^2-(k+3)x-k^2+k=0$ が $x=2$ を解にもつとき，次の問いに答えなさい。ただし，k は正の定数とする。

(ねらい) 「解」の意味を理解し，方程式を解くことができるか

①　定数 k の値を求めなさい。

解答 $x=2$ を代入すると　$12-2(k+3)-k^2+k=0$

$k^2+k-6=0$

$(k+3)(k-2)=0$　　よって　$k=-3,2$

k は正の定数なので，$k=2$ である。

②　他の解を求めなさい。

解答 $k=2$ をもとの 2 次方程式に代入すると　$3x^2-5x-2=0$

2 次方程式を解くと　$(3x+1)(x-2)=0$　$x=-\dfrac{1}{3},2$

よって他の解は　$x=-\dfrac{1}{3}$

(9)　$x=\sqrt{6}-2$，$y=\sqrt{6}+2$ のとき，次の式の値を求めなさい。

(ねらい) 対称式の性質を理解して活用できるか

①　x^2+y^2

解答 問題より，$x+y=2\sqrt{6}$，$xy=(\sqrt{6}-2)(\sqrt{6}+2)=2$ なので，

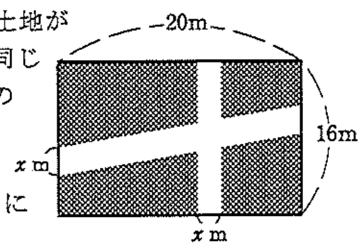
与式 $=(x+y)^2-2xy=(2\sqrt{6})^2-2\times 2=20$

②　x^3+y^3

解答 与式 $=(x+y)^3-3xy(x+y)=(2\sqrt{6})^3-3\times 2\times 2\sqrt{6}=36\sqrt{6}$

別解 与式 $=(x+y)(x^2-xy+y^2)=(2\sqrt{6})\times(20-2)=36\sqrt{6}$

(10)　縦が 16 m，横が 20 m の長方形の土地がある。右図のように，縦，横の幅が同じ道をつけたところ，道を除いた土地の面積が，もとの土地の面積の $\dfrac{3}{5}$ になった。このとき，右図の x は何 m になるか求めなさい。（記述）



(ねらい) 題意を捉え，論理的な記述ができるか

解答 道幅を x m とすると，道を除いた土地の面積は，

$(16-x)(20-x)$ m² となる。

もとの面積の $\dfrac{3}{5}$ になっているので，

$(16-x)(20-x)=\dfrac{3}{5}\times 16\times 20$ である。

この方程式を解くと，　$x^2-36x+320=192$

$x^2-36+128=0$

$(x-4)(x-32)=0$　　よって　$x=4$，32

題意より，$0<x<16$ であるから　　$x=4$ である。

よって　4 m

2 次の問いに答えなさい。

(1)　$f(x)=x^2-2x+3$ のとき，次の値を求めなさい。

(ねらい) 関数の記号を理解し，代入して計算できるか

①　$f(-\sqrt{3})$

解答 $f(-\sqrt{3})=(-\sqrt{3})^2-2\times(-\sqrt{3})+3=3+2\sqrt{3}+3=6+2\sqrt{3}$

②　$f(a-2)$

解答 $f(a-2)=(a-2)^2-2(a-2)+3=a^2-6a+11$

(2)　a，b を実数とし，2次関数 $y=3x^2-6x+2$，$y=-2(x+a)^2+b$ の表す放物線のそれぞれの頂点が一致するとき，定数 a，b の値を求めなさい。

(ねらい) 平方完成して頂点の座標を求めることができるか

解答 $y=3x^2-6x+2=3(x^2-2x)+2=3\{(x-1)^2-1\}+2$

$=3(x-1)^2-1$　　　　よって，頂点の座標は$(1,-1)$

$y=-2(x+a)^2+b$ より，頂点の座標は$(-a,b)$

2つの放物線のそれぞれの頂点が一致するので，

$(1,-1)=(-a,b)$　　　よって，$a=-1$，$b=-1$

(3) 放物線 $y=\frac{3}{4}x^2+x+k$ の頂点が x 軸上にあるとき，定数 k の値を求めなさい。

（ねらい）頂点が x 軸上にあることの条件を理解しているか

解答 $y=\frac{3}{4}x^2+x+k=\frac{3}{4}\left(x^2+\frac{4}{3}x\right)+k$

$=\frac{3}{4}\left\{\left(x+\frac{2}{3}\right)^2-\frac{4}{9}\right\}+k=\frac{3}{4}\left(x+\frac{2}{3}\right)^2-\frac{1}{3}+k$

よって，頂点の座標は $\left(-\frac{2}{3},-\frac{1}{3}+k\right)$ となる。

グラフの頂点が x 軸上にあるためには頂点の y 座標が 0 になればいいから，

$-\frac{1}{3}+k=0$　　ゆえに　$k=\frac{1}{3}$

別解 2 次関数のグラフと x 軸の共有点が 1 個なので

$D=1^2-4\times\frac{3}{4}\times k=0$　よって　$1-3k=0$

ゆえに　$k=\frac{1}{3}$

(4) 2次関数 $y=-x^2+3x-1$ のグラフは，2次関数 $y=-x^2-x+2$ のグラフをどのように平行移動したものか求めなさい。

（ねらい）それぞれの頂点を比較して，どのように平行移動したのか分かる

解答 $y=-x^2+3x-1=-\left(x-\frac{3}{2}\right)^2+\frac{5}{4}$　なので，

頂点の座標は $\left(\frac{3}{2},\frac{5}{4}\right)$

$y=-x^2-x+2=-\left(x+\frac{1}{2}\right)^2+\frac{9}{4}$　なので，

頂点の座標は $\left(-\frac{1}{2},\frac{9}{4}\right)$

点 $\left(\frac{3}{2},\frac{5}{4}\right)$ は，点 $\left(-\frac{1}{2},\frac{9}{4}\right)$ をどのように移動したものか考えると，x軸方向に 2，y 軸方向に -1 だけ平行移動していることが分かる。

(5) 放物線 $y=\frac{1}{2}x^2-2x+5$ を原点に関して対称移動して得られる放物線の方程式を求めなさい。

（ねらい）放物線の対称移動を理解しているか

解答 $y=\frac{1}{2}x^2-2x+5$

$=\frac{1}{2}(x^2-4x)+5=\frac{1}{2}\{(x-2)^2-4\}+5=\frac{1}{2}(x-2)^2+3$

よって，頂点の座標は(2，3)。頂点を原点に関して対称移動すると，新しい頂点は(−2，−3)となる。また，対称移動後の放物線は，上に凸の放物線になる。

よって，$y=-\frac{1}{2}(x+2)^2-3$

別解 x を $-x$ に，y を $-y$ に置き換えると，

$(-y)=\frac{1}{2}(-x)^2-2(-x)+5$　よって　$y=-\frac{1}{2}x^2-2x-5$

3 次の問いに答えなさい。

(1) 集合 $U=\{1,2,3,4,5,6,7,8,9,10\}$ の部分集合 A,B について，$A=\{1,2,4,6,8,10\}$，$B=\{1,5,10\}$ であるとき，次の集合を求めなさい。

（ねらい）ベン図を利用できるか。記号を理解しているか

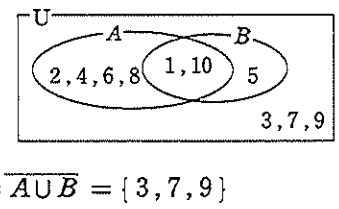
① $\overline{A}$

解答 ベン図より　$\overline{A}=\{3,5,7,9\}$

② $\overline{A}\cap\overline{B}$

解答 ベン図より　$\overline{A}\cap\overline{B}=\{3,7,9\}$

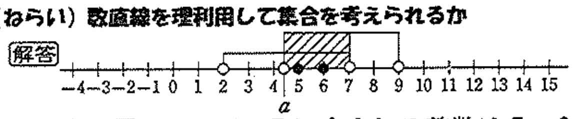
別解 ド・モルガンの法則より　$\overline{A}\cap\overline{B}=\overline{A\cup B}=\{3,7,9\}$



(2) $A=\{x\mid a<x<9\}$，$B=\{x\mid 2<x<7\}$ のとき，$A\cap B$ が整数を 2 つだけ含むような a の値の範囲を求めなさい。

（ねらい）数直線を利用して集合を考えられるか

解答



上の図より，$A\cap B$ に含まれる整数は 5，6 だけになればいいから $4\leqq a<5$

(3) 4 人がそれぞれプレゼントを 1 つずつ持って集まる。くじ引きをしてプレゼントを全員で分け合うとき，それぞれ自分が用意した以外のプレゼントを受け取る場合の数は何通りあるか求めなさい。

（ねらい）樹形図を利用して，すべての場合の数を数え上げることができるか

解答 4人を A，B，C，D とし，それぞれが用意したプレゼントを a，b，c，d とする。自分が用意した以外のプレゼントを受け取るのは下記の場合である。

```
A    B    C    D        A    B    C    D
b ─┬ a ── d ── c        d ─┬ a ── b ── c
   ├ c ── d ── a           └ c ─┬ a ── b
   └ d ── a ── c                └ b ── a
c ─┬ a ── d ── b
   └ d ─┬ a ── b
        └ b ── a
```

以上の　9 通り

(4) 0 から 9 までの整数の中から異なる 2 個の数を選んで並べ，2 桁の整数をつくる。このとき，次のような整数はいくつできるか求めなさい。

（ねらい）「0」に気をつけて，的確な場合分けができるか

① 偶数

解答 (ⅰ) 一の位が 0 のとき　十の位は 1 〜 9 の 9 通り

(ⅱ) 一の位が 0 以外の偶数 4 通りのとき　十の位は 8 通りなので

$4\times8=32$

以上より　$9+32=41$（個）

② ①のうち，各位の数の和も偶数となる

解答 一の位，十の位ともに偶数であればいい。

(ⅰ) 一の位が 0 のとき　十の位は 2，4，6，8 の4通り

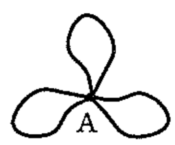
(ⅱ) 一の位が 0 以外の偶数 4 通りのとき　十の位は 3 通りなので

$4\times3=12$

以上より　$4+12=16$（個）

(5) 右の図を A を出発点として一筆でかく方法は何通りあるか求めなさい。

（ねらい）積の法則を用いて数え上げられるか



解答 3 つの輪には，それぞれ右回りと左回りの 2 通りの書き方がある。

(輪の選び方が 3 通り，書き方が 2 通り)×(輪の選び方が2 通り，書き方が 2 通り)×(輪の選び方が1通り，書き方が2通り)

$=(3\times2)\times(2\times2)\times(1\times2)=6\times4\times2=48$（通り）