平成２１年度　第２回　数学診断テストＡ問題　【解答・解説】

1　次の計算をしなさい。

(1) $5-(3-4)$　　(2) $\frac{1}{2}+\frac{1}{3}$

(3) $(-3)^2-2^2$　　(4) $|3-5|$

(5) $\sqrt{2}+\sqrt{18}$　　(6) $a^2\times a^3$

(7) $2x(3x-4)+3x$　　(8) $(x-2y)(3x+4y)$

【出題のねらい】
(1) 整数の四則演算ができるか。
(2) 分数の和を求めることができるか。
(3) -3^2 と $(-3)^2$ の違い等を理解し，計算することができるか。
(4) 絶対値の計算ができるか。
(5) 平方根を簡単なものになおし、足し算をすることがきるか。
(6) 指数法則を理解しているか。
(7)(8) 分配法則を理解し，整式の整理をすることができるか。

〈解答〉

(1) $5-(3-4)=5-(-1)=5+1=\underline{\underline{6}}$

(2) $\frac{1}{2}+\frac{1}{3}=\frac{3}{6}+\frac{2}{6}=\frac{3+2}{6}=\underline{\underline{\frac{5}{6}}}$

(3) $(-3)^2-2^2=9-4=\underline{\underline{5}}$

(4) $|3-5|=|-2|=\underline{\underline{2}}$

(5) $\sqrt{2}+\sqrt{18}=\sqrt{2}+3\sqrt{2}=(1+3)\sqrt{2}=\underline{\underline{4\sqrt{2}}}$

(6) $a^2\times a^3=a^{2+3}=\underline{\underline{a^5}}$

(7) $2x(3x-4)+3x=6x^2-8x+3x=6x^2+(-8+3)x$
$=\underline{\underline{6x^2-5x}}$

(8) $(x-2y)(3x+4y)=3x^2+(4-6)xy-8y^2$
$=\underline{\underline{3x^2-2xy-8y^2}}$

2　次の$\boxed{}$にあてはまる値または式を答えなさい

(1) 6と8の最小公倍数は$\boxed{}$である。

(2) 160gの水の中へ40gの食塩を入れたときにできる食塩水の濃度は$\boxed{}$%である。

(3) 直径20 cmの円の面積は$\boxed{}$である。(ただし，円周率はπとして計算しなさい)

(4) 関数 $y=2x^2$ のグラフが点$(2, a)$を通るとき，aの値は$\boxed{}$である。

(5) 整式 x^2+2x-8 を因数分解すると$\boxed{}$である。

(6) $\frac{1}{\sqrt{3}}$の分母を有理化すると$\boxed{}$である。

【出題のねらい】
(1) 最小公倍数を求めることができるか。
(2) 濃度を求めることが出来るか。
(3) 円の面積を求めることができるか。
(4) グラフが通る点を利用し，定数aの値を求めることができるか。
(5) 整式の因数分解ができるか。
(6) 分母の有理化ができるか。

〈解答〉

(1) 6の倍数は，　6, 12, 18, 24, 30, …
8の倍数は，　8, 16, 24, 32, 40, …
だから，最小公倍数は　$\underline{\underline{24}}$

(2) $\frac{40}{160+40}\times100=\frac{40\times100}{200}=\underline{\underline{20}}$ (%)

(3) 直径20 cmの円の半径は，$\frac{20}{2}=10$ cm だから，
面積は　$\pi\times10^2=\underline{\underline{100\pi}}$ (cm^2)

(4) 関数 $y=2x^2$ のグラフが点$(2, a)$を通ることより，
$y=2x^2$ に $x=2$，$y=a$ を代入して，
$a=2\times2^2$
よって，　$a=\underline{\underline{8}}$

(5) $x^2+2x-8=x^2+\{(-2)+4\}x+(-2)\times4$
$=\underline{\underline{(x-2)(x+4)}}$

(6) $\frac{1}{\sqrt{3}}=\frac{1\times\sqrt{3}}{\sqrt{3}\times\sqrt{3}}=\underline{\underline{\frac{\sqrt{3}}{3}}}$

3　次の方程式，不等式を解きなさい。

(1) $3x+22=6-5x$　　(2) $-2x>6$

(3) $x^2-25=0$　　(4) $x^2+3x-2=0$

【出題のねらい】
(1) 1次方程式を解くことができるか。
(2) 不等式の性質を理解しているか。
(3) 平方根を利用し，2次方程式を解くことができるか。
(4) 解の公式を利用し，解を求めることができるか。

〈解答〉

(1) $3x+22=6-5x$
移項をして，$3x+5x=6-22$　　$8x=-16$
両辺を8で割って，　$\underline{\underline{x=-2}}$

(2) $-2x>6$
両辺を-2で割って，　$\underline{\underline{x<-3}}$

(3) $x^2-25=0$
-25を移項して，$x^2=25$
よって，　$x=\underline{\underline{\pm5}}$

(4) $x^2+3x-2=0$
2次方程式の解の公式より，
$$x=\frac{-3\pm\sqrt{3^2-4\times1\times(-2)}}{2\times1}=\frac{-3\pm\sqrt{9+8}}{2}$$
$$=\underline{\underline{\frac{-3\pm\sqrt{17}}{2}}}$$

4 次の各問いに答えなさい。

(1) 連立方程式 $\begin{cases} 3x+4y=2 & \cdots① \\ x+4y=-2 & \cdots② \end{cases}$ を解きなさい。

(2) 1個が200円と250円のケーキを合わせて15個買い，箱代50円と合わせて3400円を支払った。1個200円のケーキを何個買ったか求めなさい。

【出題のねらい】

(1) 連立方程式を解くことができるか。

(2) 条件より方程式を作り，それを解くことができるか。

〈解答〉

(1) ①−②より，$2x=4$　　$x=2$

これを②に代入し，$2+4y=-2$　　$4y=-4$　　$y=-1$

よって，連立方程式の解は　$\underline{\underline{x=2,\ y=-1}}$

(2) 200円のケーキをx個買ったとすると，

250円のケーキは　$15-x$　個買ったことになる。

また，箱代50円を合わせたケーキ代の総額が3400円になるのだから，

$$200x+250(15-x)+50=3400$$

これを解くと，$x=8$

よって，200円のケーキは　$\underline{\underline{8}}$　個買った。

5 次の各問いに答えなさい。

(1) 2次関数　$y=x^2$　のグラフをx軸方向に2，y軸方向に3だけ平行移動したグラフを表す2次関数を答えなさい。

(2) 2次関数　$y=3(x-1)^2+4$　について，下の$\boxed{}$に適するものを答えなさい。

グラフは，点$\boxed{①}$を頂点とする，$\boxed{②}$に凸の放物線である。

(3) $y=x^2-4x+5$　の右辺を　$(x-p)^2+q$　の形に変形しなさい。

(4) 2次関数　$y=2(x-1)^2-3$　$(-1 \leqq x \leqq 2)$　の最大値と最小値を答えなさい。また，そのときのxの値も答えなさい。

(5) 2次不等式　$x^2-5x+6>0$　を解きなさい。

【出題のねらい】

(1) 2次関数　$y=ax^2$　の平行移動ができるか。

(2) 2次関数の基本形の式より，頂点を求めることができるか。また，グラフの形を理解しているか。

(3) 平方完成をすることができるか。

(4) 2次関数の最大値と最小値を求めることができるか。

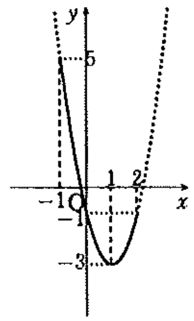
(5) 2次不等式を解くことができるか。

〈解答〉

(1) 求める2次関数は，　$\underline{\underline{y=(x-2)^2+3}}$　である。

(2) 2次関数の式より，頂点は点　$\underline{\underline{(1,4)}}$　である。

また，x^2の係数が3で正であるので，$\underline{\text{下}}$に凸な放物線である。



(3) $y=x^2-4x+5$

$=x^2-4x+2^2-2^2+5$

$=(x-2)^2-2^2+5$

$=(x-2)^2-4+5$

$=\underline{\underline{(x-2)^2+1}}$

(4) $y=2(x-1)^2-3$　$(-1 \leqq x \leqq 2)$

この関数のグラフは，右上の図のようになる。

よって，$x=-1$のとき，最大値をとる。

その値は$y=2(-1-1)^2-3=2(-2)^2-3=8-3=5$

また，頂点で最小だから，

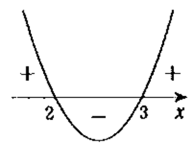
$x=1$のとき，最小値-3をとる。

ゆえに，$x=\underline{\underline{-1}}$のとき最大値$\underline{\underline{5}}$，$x=\underline{\underline{1}}$のとき最小値$\underline{\underline{-3}}$

(5) $y=x^2-5x+6$

$=(x-2)(x-3)$

のグラフは右の図のようになる。



よって，解は，　$\underline{\underline{x<2,\ 3<x}}$

6 次の問いに答えなさい。

(1) 右の図1の直角三角形ABCにおいて，

① 辺ABの長さを求めなさい。

② $\sin 30^\circ$と$\tan 60^\circ$の値を求めなさい。

(2) 次の$\boxed{}$にあてはまる角度を答えなさい。

$\sin 63^\circ = \cos\boxed{}$

(3) Aが鋭角で　$\sin A=\dfrac{3}{5}$　のとき，$\cos A$と$\tan A$の値を求めなさい。

(4) 右の図2の△ABCにおいて，辺BCの長さを求めなさい。

【出題のねらい】

(1)① 三平方の定理を利用し，直角三角形の斜辺の長さを求めることができるか。

② 三角比の定義より，三角比の値を求めることができるか。

(2) $90^\circ-A$の三角比を利用し，角の変換をすることができるか。

(3) 三角比の相互関係を利用し，残りの三角比を求めることができるか。

(4) 余弦定理を利用して，三角形の辺の長さを求めることができるか。

〈解答〉

(1)① 三平方の定理より，

$AB^2=AC^2+BC^2=(\sqrt{3})^2+1^2=3+1=4$

$AB>0$　だから，　$AB=\underline{\underline{2}}$

② 図1より，　$\sin 30^\circ=\dfrac{BC}{AB}=\underline{\underline{\dfrac{1}{2}}}$，

$\tan 60^\circ=\dfrac{AC}{BC}=\dfrac{\sqrt{3}}{1}=\underline{\underline{\sqrt{3}}}$

(2) $\sin 63^\circ=\cos(90^\circ-63^\circ)=\underline{\underline{\cos 27^\circ}}$

(3) $\sin^2 A+\cos^2 A=1$　に$\sin A=\dfrac{3}{5}$を代入すると，

$$\left(\frac{3}{5}\right)^2+\cos^2 A=1$$

$$\sin^2 A=1-\left(\frac{2}{3}\right)^2=1-\frac{4}{9}=\frac{9}{9}-\frac{4}{9}=\frac{9-4}{9}=\frac{5}{9}$$

$0^\circ<A<90^\circ$　のとき，$\cos A>0$　だから，

$\cos A=\sqrt{\dfrac{16}{25}}=\dfrac{\sqrt{16}}{\sqrt{25}}=\underline{\underline{\dfrac{4}{5}}}$

また，$\tan A=\dfrac{\sin A}{\cos A}=\sin A \div \cos A=\dfrac{3}{5}\times\dfrac{5}{4}=\underline{\underline{\dfrac{3}{4}}}$

(4) 余弦定理より，

$BC^2=AB^2+AC^2-2\times AB\times AC\times\cos 60^\circ$

$=8^2+5^2-2\times 8\times 5\times\dfrac{1}{2}$

$=64+25-40=49$

$BC>0$　だから，　$BC=\sqrt{49}=\underline{\underline{7}}$