1 【出題のねらい】

(1) 式の計算を工夫しておこなえるか。
(2) 公式を活用して因数分解ができるか。
(3) 循環小数を分数に表すことができるか。
(4) 整数部分を求めそれを利用して小数部分を求めることができるか。
(5) 平方根の性質を理解しているか。
(6) 絶対値の性質を理解しているか。
(7) 解の意味を理解しているか。
(8) 放物線を平行移動することができるか。
(9) 2次不等式の性質を理解しているか。
(10) グラフが x 軸と交わらないことを判別式を用いて計算することができるか。
(11) x 軸と交わる点の座標を求め，線分の長さを求めることができるか。
(12) 題意のグラフをイメージし，条件を作ることができるか。

（1）$(x+4)(x+2)(x-1)(x-3)$ を展開しなさい。

(与式)$=\{(x+4)(x-3)\}\{(x+2)(x-1)\}$
$=\{(x^2+x)-12\}\{(x^2+x)-2\}$
$=(x^2+x)^2-14(x^2+x)+24$
$=x^4+2x^3-13x^2-14x+24$

（2）x^4+x^2+1 を因数分解しなさい。

(与式)$=(x^2+1)^2-x^2$
$=(x^2+1+x)(x^2+1-x)$
$=(x^2+x+1)(x^2-x+1)$

（3）循環小数 $3.\dot{2}\dot{7}$ を分数で表しなさい。

$x=3.\dot{2}\dot{7}$ とおき，両辺に100をかけると
$100x=327.2727\cdots\cdots$　…①
$x=\ \ 3.2727\cdots\cdots$　…②
①−②をすると
$99x=324$
$x=\dfrac{324}{99}=\dfrac{36}{11}$

（4）$\dfrac{\sqrt{3}+1}{\sqrt{3}-1}$ の整数部分を a，小数部分を b とする。a，b の値を求めなさい。

$\dfrac{\sqrt{3}+1}{\sqrt{3}-1}=\dfrac{(\sqrt{3}+1)^2}{(\sqrt{3}-1)(\sqrt{3}+1)}=2+\sqrt{3}$
$1<\sqrt{3}<2$ であるから　$3<2+\sqrt{3}<4$
ゆえに　$a=3$
また　$b=\dfrac{\sqrt{3}+1}{\sqrt{3}-1}-a=(2+\sqrt{3})-3$
$=\sqrt{3}-1$
よって　$a=3$，$b=\sqrt{3}-1$

（5）$\sqrt{(\sqrt{3}-\sqrt{5})^2}$ を簡単にしなさい。

$\sqrt{3}-\sqrt{5}<0$ だから
(与式)$=|\sqrt{3}-\sqrt{5}|=-(\sqrt{3}-\sqrt{5})=\sqrt{5}-\sqrt{3}$

（6）不等式 $|3x-4|\geqq 2$ を解きなさい。

$|3x-4|\geqq 2$ から　$3x-4\leqq -2$ または $2\leqq 3x-4$
よって　$x\leqq\dfrac{2}{3}$，$2\leqq x$

（7）2つの2次方程式 $2x^2+ax-b=0$，$x^2+2bx-a=0$ が，ともに $x=1$ を解にもつような，定数 a，b の値を求めなさい。

$2x^2+ax-b=0$ が $x=1$ を解にもつことより
$2+a-b=0$ ……①
$x^2+2bx-a=0$ が $x=1$ を解にもつことより
$1+2b-a=0$ ……②
①+②より　$b=-3$
①に代入して　$a=-5$
よって　$a=-5$，$b=-3$

（8）放物線Cを x 軸方向に2，y 軸方向に−1だけ平行移動すると放物線 $y=-x^2+6x-1$ になった。放物線Cの方程式を求めなさい。

$y=-x^2+6x-1$ を x 軸方向に−2，y 軸方向に1だけ平行移動すればCの方程式が得られる。
x のかわりに $x+2$，y のかわりに $y-1$ を代入して
$y-1=-(x+2)^2+6(x+2)-1$
$y=-x^2+2x+8$

（9）2次不等式 $ax^2+bx+3<0$ の解が，$x<-3$，$\dfrac{1}{2}<x$ となるような，定数 a，b の値を求めなさい。

$x<-3$，$\dfrac{1}{2}<x$ を解とする2次不等式で，x^2 の係数が1のものは
$(x+3)\left(x-\dfrac{1}{2}\right)>0$　すなわち　$x^2+\dfrac{5}{2}x-\dfrac{3}{2}>0$
与式の定数項が3だから，両辺に −2 をかけて
$-2x^2-5x+3<0$
$ax^2+bx+3<0$ と係数を比較して
$a=-2$　，$b=-5$

(10) 2次関数 $y=x^2-mx+1$ において，y の値が常に正であるように，定数 m の値の範囲を定めなさい。

2次関数の係数について
$D=(-m)^2-4\cdot1\cdot1=m^2-4$
とする。2次関数の x^2 の係数が正であるから，y の値が常に正であるための条件は $D<0$ である。
よって　$m^2-4<0$　　ゆえに　$-2<m<2$

(11) 放物線 $y=x^2+x-1$ が x 軸から切り取る線分の長さを求めなさい。

2つの交点の x 座標は，2次方程式 $x^2+x-1=0$ の実数解である。
これを解くと　$x=\dfrac{-1\pm\sqrt{5}}{2}$
よって，求める線分の長さは　$\dfrac{-1+\sqrt{5}}{2}-\dfrac{-1-\sqrt{5}}{2}=\sqrt{5}$

(12) 放物線 $y=x^2-2ax-2a+3$ が x 軸の正の部分，負の部分の両方で交わるような a の値の範囲を求めなさい。

$f(x)=x^2-2ax-2a+3$ とおく。
条件を満たすには $y=f(x)$ のグラフの y 切片が負になればよい。
$f(0)=-2a+3<0$
よって　$a>\dfrac{3}{2}$

2 【出題のねらい】
(1) ①余弦定理を用いて計算できるか。
②三角形の面積を求める公式を使って計算できるか。
③内接円の半径を求める公式を使って計算できるか。
(2) $90°-\theta$ の三角比の公式を用いることができるか。

(1) 三角形ABCにおいて，AB=6，BC=5，$\cos B=\frac{3}{4}$ とする。
①CAの長さを求めなさい。

△ABCで余弦定理より

$$CA^2=AB^2+BC^2-2AB\cdot BC\cdot\cos B$$
$$=6^2+5^2-2\cdot6\cdot5\cdot\frac{3}{4}$$
$$=16$$

CA＞0 より CA=4

②三角形ABCの面積を求めなさい。

$$\sin B=\sqrt{1-\cos^2 B}$$
$$=\sqrt{1-\left(\frac{3}{4}\right)^2}$$
$$=\frac{\sqrt{7}}{4}$$

よって，

$$\triangle ABC\text{の面積}=\frac{1}{2}AB\cdot BC\cdot\sin B$$
$$=\frac{1}{2}\cdot6\cdot5\cdot\frac{\sqrt{7}}{4}$$
$$=\frac{15\sqrt{7}}{4}$$

③内接円の半径を求めなさい。

△ABCの内接円の半径を r とすると，

$$(\triangle ABC\text{の面積})=\frac{1}{2}(AB+BC+CA)\cdot r$$
$$\frac{15\sqrt{7}}{4}=\frac{1}{2}(6+5+4)\cdot r$$
$$r=\frac{\sqrt{7}}{2}$$

(2) 次の式を簡単にせよ。

$$\frac{\sin 65°}{\cos 25°}$$

$$\frac{\sin 65°}{\cos 25°}=\frac{\sin(90°-25°)}{\cos 25°}=\frac{\cos 25°}{\cos 25°}=1$$

3 【出題のねらい】
(1) 一の位に0を使うときと使わないときで場合わけをすることができるか。
(2) 重複順列を求めることができるか。
(3) 重複組合せを求めることができるか。
(4) 9本から2本を選び、正九角形の辺を引くことができるか。

(1) 数字0，1，2，3，4，5，6のうち異なる3個を並べて3桁の整数をつくる。偶数はいくつできるか求めなさい。

偶数は一の位が0または2，4，6のときできる。
一の位が0のとき $_6P_2=6\cdot5=30$（個）
一の位が2，4，6のとき
百の位は0以外の5通り　よって $3\times5\times5=75$（個）
ゆえに，$30+75=105$（個）

(2) 8人の生徒を，2つの部屋A，Bに入れる方法は何通りあるか求めなさい。ただし，1人も入らない部屋がないものとする。

生徒はA，Bの部屋を2通り選べるので，選び方は $2^8=256$（通り）
Aのみに集まる1通りとBのみに集まる1通りを引いて
$256-2=254$（通り）

(3) りんご，みかん，バナナの3種類の果物が，それぞれたくさんある。この中から，6個を選ぶ方法は何通りあるか求めなさい。ただし，選ばない果物があってもよいとする。

りんご，みかん，バナナの3種類から6個の果物を選ぶ方法の総数は，同じものを選んでもよいから、異なる3個のものから重複を許して6個取る組み合わせの総数に等しい。よって，求める方法の総数は

$$_{3+6-1}C_6={}_8C_6={}_8C_2=\frac{8\cdot7}{2\cdot1}=28\text{（通り）}$$

(4) 正九角形の対角線はいくつできるか求めなさい。

正九角形の9個の頂点から2点を選んで結ぶと，線分が1本定まり，その総数は $_9C_2$ 本である。このうち，正九角形の辺になっているものが9本あるから，正九角形の対角線の総数は

$$_9C_2-9=\frac{9\cdot8}{2\cdot1}-9=27\text{（本）}$$

4 【出題のねらい】
(1) ①順列の計算ができるか。
②円順列の計算ができるか。
(2) ①基本的な確率の計算ができるか。
②余事象を用いて計算ができるか。

(1) A，B，C，D，E，Fと書かれた6枚のカードを並べるとき，次の確率を求めなさい。
①6枚を1列に並べるときの，A，Bが隣り合う確率。

6枚のカードの並び方が6!通り。
A，Bを1枚として考える並び方は5!通りであり，A，Bの並び方は2!通りである。
よって，$\frac{5!\times2!}{6!}=\frac{1}{3}$

②6枚を円形に並べるときの，A，Bが向かい合う確率。

6枚を円形に並べるのは(6−1)!通りあり，
Aを固定するとBの位置が決まり残りの4枚の並べ方は4!通りである。
よって，$\frac{4!}{(6-1)!}=\frac{1}{5}$

(2) 3個のさいころを同時に投げるとき，次の確率を求めなさい。
①3個とも異なる目が出る確率。

さいころの目の出方が 6^3 通り
3個とも異なる目が出るのは $6\cdot5\cdot4$ 通り
よって，$\frac{6\cdot5\cdot4}{6^3}=\frac{5}{9}$

②3個の目の積が3の倍数である確率。

3と6の目が全く出ないことの余事象だから

$$1-\left(\frac{4}{6}\right)^3=\frac{19}{27}$$