

1 (必須問題)

- (1) 単項式 $-4ax^3y^2$ について、 x に着目したときの係数と次数を答えなさい。
- (2) $A = 4x^3 - 3x^2 - 2x + 1$, $B = x^3 + 2x^2 - x + 3$ であるとき、 $3A - B - 2(A - B)$ を計算しなさい。
- (3) $(-3a^2b)^3$ を計算しなさい。
- (4) 次の式を展開しなさい。
- ① $(x^2 + 2x - 1)x^2$ ② $(3x + 2)(2x - 1)$ ③ $(x + 2)^3$ ④ $(x + y + z)^2$
- (5) 次の式を因数分解しなさい。
- ① $6ax^2 + 3abx$ ② $x^2 - 7x + 12$ ③ $3x^2 + 5x - 2$ ④ $x^3 + y^3$
- ⑤ $(2a - b)x + (b - 2a)y$
- (6) $|-5 + 2|$ の値を求めなさい。
- (7) 10 の平方根を答えなさい。
- (8) $\frac{1}{\sqrt{7} + \sqrt{3}}$ の分母を有理化しなさい。

【出題のねらい】

- (1) 2種類以上の文字を含む整式において、1つの文字に着目してみることができるか。
- (2) 多項式の加法と減法の計算ができるか。
- (3) 指数の計算ができるか。
- (4) 多項式の展開ができるか。
- (5) 因数分解ができるか。
- (6) 絶対値の値を求めることができるか。
- (7) 平方根を答えることができるか。
- (8) 分母の有理化ができるか。

【解答】

- (1) x に着目したとき、 $-4ay^2x^3$ によって、係数 $-4ay^2$ 、次数 3 [答]
- (2) $3A - B - 2(A - B) = 3A - B - 2A + 2B = A + B = (4x^3 - 3x^2 - 2x + 1) + (x^3 + 2x^2 - x + 3)$
 $= 5x^3 - x^2 - 3x + 4$ [答]
- (3) $(-3a^2b)^3 = (-3)^3 \times (a^2)^3 \times b^3 = -27 \times a^{2 \times 3} \times b^3 = -27a^6b^3$ [答]
- (4) ① $(x^2 + 2x - 1)x^2 = x^2 \times x^2 + 2x \times x^2 - 1 \times x^2 = x^4 + 2x^3 - x^2$ [答]
- ② $(3x + 2)(2x - 1) = 3 \cdot 2x^2 + \{3 \cdot (-1) + 2 \cdot 2\}x + 2 \cdot (-1) = 6x^2 + x - 2$ [答]
- ③ $(x + 2)^3 = x^3 + 3 \cdot x^2 \cdot 2 + 3 \cdot x \cdot 2^2 + 2^3 = x^3 + 6x^2 + 12x + 8$ [答]
- ④ $(x + y + z)^2 = \{(x + y) + z\}^2 = (x + y)^2 + 2(x + y)z + z^2 = x^2 + 2xy + y^2 + 2xz + 2yz + z^2$
 $= x^2 + y^2 + z^2 + 2xy + 2yz + 2zx$ [答]
- (5) ① $3ax$ が共通因数であるから、 $6ax^2 + 3abx = 3ax(2x + b)$ [答]
- ② $x^2 - 7x + 12 = x^2 + \{(-3) + (-4)\}x + (-3) \cdot (-4) = (x - 3)(x - 4)$ [答]
- ③ $3x^2 + 5x - 2 = (x + 2)(3x - 1)$ [答]
- ④
- | | | | |
|---|----|---|----|
| 1 | 2 | → | 6 |
| 3 | -1 | → | -1 |
| 3 | -2 | → | 5 |

④ $x^3 + y^3 = (x + y)(x^2 - xy + y^2)$ [答]

⑤ $(2a - b)x + (b - 2a)y = (2a - b)x - (2a - b)y = (2a - b)(x - y)$ [答]

(6) $|-5 + 2| = |-3| = 3$ [答]

(7) 10 の平方根は、 $\pm\sqrt{10}$ [答]

(8) $\frac{1}{\sqrt{7} + \sqrt{3}} = \frac{1 \times (\sqrt{7} - \sqrt{3})}{(\sqrt{7} + \sqrt{3})(\sqrt{7} - \sqrt{3})} = \frac{\sqrt{7} - \sqrt{3}}{(\sqrt{7})^2 - (\sqrt{3})^2} = \frac{\sqrt{7} - \sqrt{3}}{4}$ [答]

2 (選択問題)

- (1) ある数 x の2倍に6を足した数は15より大きい。このことを不等式で表しなさい。
- (2) 次の1次不等式を解きなさい。
- ① $8x - 6 \leq 6x + 4$ ② $2x - 1 > 6x + 2$ ③ $\frac{4}{3}x - \frac{1}{6} > \frac{1}{2}x + 1$
- (3) 次の連立不等式を解きなさい。
- $$\begin{cases} 2x - 5 < 6x - 1 \\ 2x + 7 \geq 5x - 2 \end{cases}$$
- (4) 次の2次方程式を解きなさい。
- ① $x^2 - 2x - 3 = 0$ ② $3x^2 + x - 1 = 0$
- (5) x についての2次方程式 $x^2 - mx - 2m^2 = 0$ が2を解にもつとき、定数 m の値を求めなさい。
- (6) 2次方程式 $x^2 - 7x + 9 = 0$ の実数解の個数を求めなさい。
- (7) 1個300円のケーキAと1個340円のケーキBを合わせて15個買い、200円の箱に入れて代金を5000円以内にしたい。ケーキBは最大何個まで買うことができるか答えなさい。

【出題のねらい】

- (1) 大小関係を不等式で表現できるか。
- (2) 1次不等式が解けるか。
- (3) 1次連立不等式が解けるか。
- (4) 2次方程式が解けるか。
- (5) 2次方程式の解の意味を理解しているか。
- (6) 2次方程式の判別式の意味を理解しているか。
- (7) 文章を不等式で表現し、処理できるか。

【解答】

- (1) 「ある数
- x
- の2倍に6を足した数は15より大きい。」

$$2x + 6 > 15$$
 [答]

- (2)

① $8x - 6 \leq 6x + 4$

$$8x - 6x \leq 4 + 6$$

$$2x \leq 10$$

両辺2で割って

$$x \leq 5$$
 [答]

② $2x - 1 > 6x + 2$

$$2x - 6x > 2 + 1$$

$$-4x > 3$$

両辺-4で割って

$$x < -\frac{3}{4}$$
 [答]

③ $\frac{4}{3}x - \frac{1}{6} > \frac{1}{2}x + 1$

両辺6をかけて

$$6 \times \left(\frac{4}{3}x - \frac{1}{6} \right) > 6 \times \left(\frac{1}{2}x + 1 \right)$$

$$8x - 1 > 3x + 6$$

$$8x - 3x > 6 + 1$$

$$5x > 7$$

両辺5で割って、 $x > \frac{7}{5}$ [答]

平成 22 年度 第 1 回 数学診断テスト B 問題 【解答・解説】

- (3) $2x-5 < 6x-1$ から $-4x < 4$ よって $x > -1 \cdots \textcircled{1}$
 $2x+7 \geq 5x-2$ から $-3x \geq -9$ よって $x \leq 3 \cdots \textcircled{2}$

①と②の共通範囲を求めて $-1 < x \leq 3$ [答]

- (4) ① $x^2-2x-3=0$ より, $(x+1)(x-3)=0$ よって $x=-1, 3$ [答]

② $3x^2+x-1=0$ 解の公式より, $x = \frac{-1 \pm \sqrt{1^2 - 4 \cdot 3 \cdot (-1)}}{2 \cdot 3} = \frac{-1 \pm \sqrt{13}}{6}$ [答]

- (5) $x^2-mx-2m^2=0$ が $x=2$ を解にもつから, 次の式が成り立つ。 ($x=2$ を代入する)

$$2^2 - m \cdot 2 - 2m^2 = 0 \quad \text{すなわち} \quad m^2 + m - 2 = 0 \quad \text{これを解いて, } (m+2)(m-1)=0 \quad \text{から} \quad m=-2, 1 \text{ [答]}$$

- (6) $x^2-7x+9=0$ の実数解の個数は $D=(-7)^2-4 \cdot 1 \cdot 9=13 > 0$ よって 2 個 [答]

- (7) ケーキ B を x 個買うとすると, ケーキ A は $(15-x)$ 個買うことになる。

$$\text{条件から} \quad 300(15-x) + 340x + 200 \leq 5000 \quad \text{整理すると} \quad 4x \leq 30 \quad \text{よって} \quad x \leq \frac{15}{2} = 7.5$$

x は自然数であるから $x \leq 7$ したがって, 7 個 [答]

3 (選択問題)

- (1) 12 の正の約数全体の集合 A を, 要素を書き並べて表しなさい。
 (2) $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ を全体集合をとする。 U の部分集合 $A = \{2, 4, 6\}$, $B = \{4, 5, 6\}$ について, 次の集合を求めなさい。
 ① $A \cap B$ ② $\bar{A}$ ③ $\bar{A} \cup \bar{B}$
 (3) 100 以下の自然数のうち, 次のような数の個数を求めなさい。
 ① 3 の倍数 ② 3 の倍数でない数 ③ 3 の倍数または 5 の倍数
 (4) 1 個のさいころを 2 回投げるとき, 目の和が 10 以上になる場合は何通りあるか求めなさい。
 (5) A, B, C, D, E, F の 6 文字から, 異なる 3 文字を選んで 1 列に並べるとき, 並べ方は何通りあるか求めなさい。
 (6) 男子 3 人と女子 4 人が 1 列に並ぶとき, 男子 3 人が続いて並ぶような並び方は何通りあるか求めなさい。

【出題のねらい】

- (1) 集合の要素を書き並べて表現できるか。
 (2) 共通部分、補集合などを求めることができるか。
 (3) 集合の要素の個数を求めることができるか。
 (4) 和の法則により, 場合の数を数え上げることができるか。
 (5) 順列を求めることができるか。
 (6) 隣り合う順列を求めることができるか。

【解答】

- (1) $A = \{1, 2, 3, 4, 6, 12\}$ [答]

- (2) ① 集合 A, B の共通部分を求めて, $A \cap B = \{4, 6\}$ [答]

② 集合 A の補集合を求めて, $\bar{A} = \{1, 3, 5\}$ [答]

③ $\bar{B} = \{1, 2, 3\}$ より, $\bar{A} \cup \bar{B} = \{1, 2, 3, 5\}$ [答]

- (3) 100 以下の自然数全体の集合を U とし, U の部分集合で, 4 の倍数全体の集合を A , 7 の倍数全体の集合を B とすると,

$$A = \{4 \cdot 1, 4 \cdot 2, 4 \cdot 3, \dots, 4 \cdot 25\}, B = \{7 \cdot 1, 7 \cdot 2, 7 \cdot 3, \dots, 7 \cdot 14\}$$

- ① 集合 A の要素の個数より, $n(A) = 25$ [答]

② A の補集合 $\bar{A}$ の要素の個数より, $n(U) - n(A) = 100 - 25 = 75$ [答]

③ $A \cup B$ の要素の個数より, $n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B) = 25 + 14 - 3 = 36$ [答]

- (4) 出る目の和が 10, 11, 12 になる場合である。
 (1 回目, 2 回目) のように出る目を示すと,
 和が 10 になるのは (4, 6), (5, 5), (6, 4) の 3 通り。
 和が 11 になるのは (5, 6), (6, 5) の 2 通り。

和が 12 になるのは (6, 6) の 1 通り。よって, 和の法則により $3+2+1=6$ 6 通り [答]

- (5) 6 文字から, 3 文字を選んで 1 列に並べる順列の総数を考えて, ${}_6P_3 = 6 \cdot 5 \cdot 4 = 120$ 120 通り [答]

- (6) 男子 3 人をひとまとめにする。女子 4 人と男子ひとまとめの並び方は $5!$ 通りある。
 また, ひとまとめにした男子 3 人の並び方は $3!$ 通りある。

$$\textcircled{\text{女}} \textcircled{\text{男男男}} \textcircled{\text{女}} \textcircled{\text{女}} \textcircled{\text{女}}$$

よって, 並び方の総数は $5! \times 3! = 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 \times 3 \cdot 2 \cdot 1 = 720$ 720 通り [答]