平成２２年度　第２回　数学診断テストＡ問題　【解答・解説】

1　次の計算をしなさい。

(1) $3+2\times4$　　(2) $\dfrac{1}{3}+\dfrac{3}{4}$

(3) $(-2)^2-3^2$　　(4) $|2|+|-5|$

(5) $\sqrt{2}\left(\sqrt{2}+\sqrt{3}\right)$　　(6) $(2x)^3\times x^2$

(7) $3(x-2y)-2(3x-y)$　　(8) $(a+b)(a^2-ab+b^2)$

【出題のねらい】
(1) 四則演算の優先順序を理解し，計算することができる。
(2) 分数の和を計算することができる。
(3) $(-2)^2$ と -3^2 の違い等を理解し，計算することができる。
(4) 絶対値の意味を理解し、計算することができる。
(5) 展開ができ，平方根どうしの計算をすることができる。
(6) 指数法則を理解し，計算することができる。
(7)(8) 分配法則を理解し，整式の整理をすることができる。

〈解答〉

(1) $3+2\times4=3+8=\underline{\underline{11}}$

(2) $\dfrac{1}{3}+\dfrac{3}{4}=\dfrac{4}{12}+\dfrac{9}{12}=\dfrac{4+9}{12}=\underline{\underline{\dfrac{13}{12}}}$

(3) $(-2)^2-3^2=4-9=\underline{\underline{-5}}$

(4) $|2|+|-5|=2+5=\underline{\underline{7}}$

(5) $\sqrt{2}\left(\sqrt{2}+\sqrt{3}\right)=\left(\sqrt{2}\right)^2+\sqrt{2}\sqrt{3}=\underline{\underline{2+\sqrt{6}}}$

(6) $(2x)^3\times x^2=8x^3\times x^2=\underline{\underline{8x^5}}$

(7) $3(x-2y)-2(3x-y)=3x-6y-6x+2y$
$=(3-6)x+(-6+2)y$
$=\underline{\underline{-3x-4y}}$

(8) $(a+b)(a^2-ab+b^2)$
$=a(a^2-ab+b^2)+b(a^2-ab+b^2)$
$=a^3-a^2b+ab^2+a^2b-ab^2+b^3$
$=\underline{\underline{a^3+b^3}}$

2　次の各問いに答えなさい。

(1) x : 15 ＝ 2 : 3 をみたす x の値を求めなさい。
(2) $2(x-3y)=1$ を y について解きなさい。
(3) $(a-b)^3$ を展開しなさい。
(4) 整式 $2x^2-7x+3$ を因数分解しなさい。
(5) $\dfrac{1}{2\sqrt{3}}$ の分母を有理化しなさい。
(6) 2 次方程式 $ax^2+bx+c=0$ の解を答えなさい。【解の公式】

【出題のねらい】
(1) 比例式の計算をすることができる。
(2) 特定の文字について、式を変形することができる。
(3) 展開公式を利用し、整式の展開をすることができる。
(4) たすき掛けを利用し，因数分解をすることができる。
(5) 分母の有理化をすることができる。
(6) 解の公式をしっかりと覚えている。

〈解答〉

(1) x : 15＝2 : 3 より，　$x\times3=15\times2$
両辺を 3 で割って，　$x=\underline{\underline{10}}$

(2) $2(x-3y)=1$ より，
$2x-6y=1$　　$-6y=-2x+1$
両辺を－6 で割って，　$y=\underline{\underline{\dfrac{1}{3}x-\dfrac{1}{6}}}$

(3) 3 乗の展開公式より，
$(a-b)^3=a^3+3\cdot a^2\cdot(-b)+3\cdot x\cdot(-b)^2+(-b)^3$
$=\underline{\underline{a^3-3a^2b+3ab^2-b^3}}$

(4) $2x^2-7x+3=\underline{\underline{(2x-1)(x-3)}}$

2	×	-1	→	-1
1		-3	→	-6
2		3		-7

(5) $\dfrac{1}{2\sqrt{3}}=\dfrac{1\times\sqrt{3}}{2\sqrt{3}\times\sqrt{3}}=\dfrac{\sqrt{3}}{2\times3}=\underline{\underline{\dfrac{\sqrt{3}}{6}}}$

(6) 解の公式より，　$\underline{\underline{x=\dfrac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}}}$

3　次の方程式，不等式を解きなさい。

(1) $2x-5=1$　　(2) $x+3>2x$

(3) $(x+1)(x-2)=0$　　(4) $x^2-2x=0$

(5) $x^2+3x-1=0$　　(6) $\begin{cases}2x+y=1\\3x+2y=3\end{cases}$

【出題のねらい】
(1) 1 次方程式を解くことができる。
(2) 不等式の性質を理解し，１次不等式を解くことができる。
(3)(4)(5) 2 次方程式を解くことができる。
(6) 連立方程式を解くことができる。

〈解答〉

(1) $2x-5=1$
移項をして，　$2x=1+5$　　$2x=6$
両辺を 2 で割って，　$\underline{\underline{x=3}}$

(2) $x+3>2x$
移項をして，　$x-2x>-3$　　$-x>-3$
両辺を－1 で割って，　$\underline{\underline{x<3}}$

(3) $x+1=0$　または　$x-2=0$
よって，　$x=\underline{\underline{-1,\ 2}}$

(4) $x^2-2x=0$
左辺を因数分解して，　$x(x-2)=0$
よって，　$x=\underline{\underline{0,\ 2}}$

(5) $x^2+3x-1=0$
解の公式より，
$x=\dfrac{-3\pm\sqrt{3^2-4\times1\times(-1)}}{2\times1}=\dfrac{-3\pm\sqrt{9+4}}{2}$
$=\underline{\underline{\dfrac{-3\pm\sqrt{13}}{2}}}$

(6) $\begin{cases}2x+y=1 & \cdots①\\3x+2y=3 & \cdots②\end{cases}$
①×2－② より，　$x=-1$
これを①に代入して，　$2\cdot(-1)+y=1$　　$y=3$
ゆえに，　$\underline{\underline{x=-1,\ y=3}}$

4　次の各問いに答えなさい。

(1)　$f(x)=-2x+5$ について，$f(-2)$ の値を求めなさい。

(2)　２次関数 $y=3x^2$ のグラフを x 軸方向に２，y 軸方向に５だけ平行移動したグラフを表す２次関数を答えなさい。

(3)　$y=x^2+6x+11$ の右辺を $(x+p)^2+q$ の形に変形しなさい。

(4)　２次関数 $y=-(x-1)^2+4$ の最大値とそのときの x の値を答えなさい。

(5)　２次関数 $y=x^2+2x-3$ のグラフと x 軸との共有点の個数を求めなさい。

【出題のねらい】

(1)　$y=f(x)$ で定義された関数の値を求めることができる。

(2)　２次関数 $y=ax^2$ のグラフを平行移動した，グラフの式を求めることができる。

(3)　平方完成をすることができる。

(4)　２次関数の最大値を求めることができる。

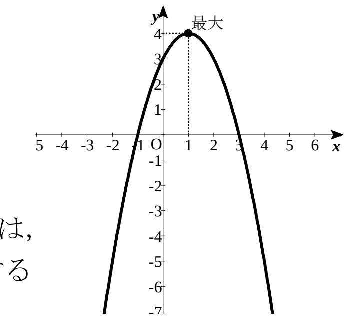
(5)　判別式を利用し，２次関数のグラフと x 軸との共有点の個数を求めることができる。

〈解答〉

(1)　$f(-2)=-2\cdot(-2)+5=4+5=\underline{\underline{9}}$

(2)　求める２次関数は，$\underline{\underline{y=3(x-2)^2+5}}$ である。

(3)　
$$\begin{aligned} y &= x^2+6x+11 \\ &= x^2+6x+3^2-3^2+11 \\ &= (x+3)^2-3^2+11 \\ &= (x+3)^2-9+11 \\ &= \underline{\underline{(x+3)^2+2}} \end{aligned}$$



(4)　関数 $y=-(x-1)^2+4$ のグラフは，右図のように点(1 , 4)を頂点とする上に凸の放物線となる。
よって，この関数は頂点で最大となる。
ゆえに，$\underline{\underline{x=1}}$ のとき，最大値 $\underline{\underline{4}}$ をとる。

(5)　$D=b^2-4ac=2^2-4\cdot1\cdot(-3)=4+12=16>0$
よって，共有点は $\underline{\underline{2個}}$ である

5　次の各問いに答えなさい。

(1)　20 以下の自然数のうち，2 で割り切れる数または 3 で割り切れる数は全部でいくつあるか求めなさい。

(2)　A 村と B 町の間には 3 本の道路があり，B 町と C 市の間には 4 本の道路がある。A 村から B 町を通って C 市へ行く行き方は，全部で何通りあるか求めなさい。

(3)　5 枚のカード $\boxed{1}$ $\boxed{2}$ $\boxed{3}$ $\boxed{4}$ $\boxed{5}$ から 3 枚を取り出して 1 列に並べるとき，その並べ方は全部で何通りあるか求めなさい。

(4)　両親と子ども 3 人が円形のテーブルを囲んで座るとき，その座り方は全部で何通りあるか求めなさい。

(5)　5 人の生徒の中から 2 人の代表者を選ぶとき，その選び方は全部で何通りあるか求めなさい。

【出題のねらい】

(1) 和事象の要素の個数を求めることができる。

(2) 積の法則を使って，場合の数を求めることができる。

(3) 順列を使って，場合の数を求めることができる。

(4) 円順列を使って，場合の数を求めることができる。

(5) 組合せを使って，場合の数を求めることができる。

〈解答〉

(1)　20 以下の自然数のうち，2 で割り切れる数の集合を A，3 で割り切れる数の集合を B とすると，2 で割り切れる数または 3 で割り切れる数の集合は A∪B となる。
　A＝{ 2×1，2×2，……，2×10 }だから，n(A)＝10
　B＝{ 3×1，3×2，……，3×6 }だから，n(B)＝6
また，A∩B は，2 と 3 の最小公倍数 6 の倍数の集合となるから，
　A∩B＝{ 6×1，6×2，6×3 }より，n(A∩B)＝3
よって，求める個数は，
　n(A∪B)＝n(A)＋n(B)－n(A∩B)＝10＋6－3＝$\underline{\underline{13\,(個)}}$

(2)　A 村から B 町への 3 本の道路のうちどれを選んでも，B 町から C 市への道路は 4 通りずつあるので，積の法則より，
　3×4＝$\underline{\underline{12\ (通り)}}$

(3)　5 枚のから 3 枚を取り出して 1 列に並べる順列の総数と同じである。
よって，　${}_5P_3$＝5･4･3＝$\underline{\underline{60\,(通り)}}$

(4)　5 人の円順列であるから，
　(5－1)!＝4!＝4･3･2･1＝$\underline{\underline{24\ (通り)}}$

(5)　5 人から 2 人を選ぶ組合せだから，
$${}_5C_2=\frac{5\cdot4}{2\cdot1}=\underline{\underline{10}}\ (通り)$$