

(1) ヒント各因数の x の次数に着目すればよい。

解答 (3次式) \times (1次式) \times (1次式) であるから、 x の5次式。
したがって、次数は 5 答
同様に各因数の定数項だけに着目すれば、
定数項は $2 \times 3 \times (-1) = -6$ 答

(2) ヒントそのまま展開するより、それぞれの因数から $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$ を括りだし
た方が見通しが良くなる。

$$\begin{aligned} \text{解答} \quad (\text{与式}) &= \frac{1}{2}(a-2b) \cdot \frac{1}{3}(a^2+2ab+4b^2) \\ &= \frac{1}{6}(a-2b)(a^2+2ab+4b^2) = \frac{1}{6}(a^3-8b^3) = \frac{1}{6}a^3-\frac{4}{3}b^3 \quad \text{答} \end{aligned}$$

(3) ヒント文字を複数含んでいるときは、1つの文字に着目して降べきの順に整理してから、因数分解する。

$$\begin{aligned} \text{解答} \quad (\text{与式}) &= x^2 - x - (y^2 + 5y + 6) = x^2 - x - (y+2)(y+3) \\ &= (x+y+2)(x-(y+3)) = (x+y+2)(x-y-3) \quad \text{答} \end{aligned}$$

(4) ヒント循環小数のままでは、計算しづらいので、いったん分数に直してから計算する。

$$\text{解答} \quad 0.\dot{3} \times 4 = \frac{1}{3} \times 4 = \frac{4}{3} = 1.\dot{3} \quad \text{答}$$

(5) ヒント公式 $\sqrt{A^2} = |A|$ を利用する。

$$\begin{aligned} \text{解答} \quad (\text{与式}) &= \sqrt{(a-b)^2} + \sqrt{b^2} = |a-b| + |b| \\ \text{ここで, } b &< 0 < a \text{ より, } a-b > 0, b < 0 \text{ であるから} \\ (\text{与式}) &= (a-b) + (-b) = a - 2b \quad \text{答} \end{aligned}$$

(6) ヒント近似値を代入するのは、計算の最後にする。とりあえず有理化する。

$$\begin{aligned} \text{解答} \quad (\text{与式}) &= \frac{\sqrt{3}(\sqrt{2}+1)}{(\sqrt{2}-1)(\sqrt{2}+1)} + \frac{\sqrt{2}(\sqrt{2}+\sqrt{3})}{(\sqrt{2}-\sqrt{3})(\sqrt{2}+\sqrt{3})} \\ &= \sqrt{3}(\sqrt{2}+1) - \sqrt{2}(\sqrt{2}+\sqrt{3}) \\ &= \sqrt{6} + \sqrt{3} - 2 - \sqrt{6} = \sqrt{3} - 2 = 1.732 - 2 = -0.268 \quad \text{答} \end{aligned}$$

(7) ヒント「不等式の解」とは、その不等式を満たす数全体の集合である。
2が解であるということは、 $x=2$ を代入した不等式が成り立つ。

解答 条件より、 $2a > a+3$ よって、 $a > 3$ 答

(8) ヒント

①分数や小数を係数とする方程式は、分母の最小公倍数を両辺に掛けたり、両辺を10倍してから解くと良い。

②公式 $|x| < k \Leftrightarrow -k < x < k$,
 $|x| > k \Leftrightarrow x < -k, k < x$ を利用する。

解答

$$\text{①第1式は両辺を6倍して } 4x \leq 6x+5 \text{ よって, } -\frac{5}{2} \leq x \quad \dots \dots \text{ ①}$$

$$\text{第2式は両辺を10倍して } 2x+5 > 3(1+x) \text{ よって, } x < 2 \quad \dots \dots \text{ ②}$$

$$\text{①, ②の共通範囲を求めて, } -\frac{5}{2} \leq x < 2 \quad \text{答}$$

$$\text{②第1式より, } x < -3, 3 < x \quad \dots \dots \text{ ①}$$

$$\text{第2式より, } -2 \leq x-2 \leq 2 \text{ よって, } 0 \leq x \leq 4 \quad \dots \dots \text{ ②}$$

$$\text{①, ②の共通範囲を求めて, } 0 \leq x \leq 4 \quad \text{答}$$

(9) ヒント $x+y$ と xy を求め対称式 $x^2+y^2=(x+y)^2-2xy$ を利用する。

$$\begin{aligned} \text{解答} \quad \text{有理化すると } x &= \sqrt{3} + \sqrt{2}, y = \sqrt{3} - \sqrt{2} \text{ となるから,} \\ x+y &= (\sqrt{3} + \sqrt{2}) + (\sqrt{3} - \sqrt{2}) = 2\sqrt{3} \\ xy &= (\sqrt{3} + \sqrt{2})(\sqrt{3} - \sqrt{2}) = 3 - 2 = 1 \end{aligned}$$

$$\text{したがって, } x^2+y^2=(x+y)^2-2xy=(2\sqrt{3})^2-2 \cdot 1=10 \quad \text{答}$$

(10) ヒント因数分解が難しいので、2次方程式の解の公式を利用する。

$$\text{解答} \quad x = \frac{-(-3) \pm \sqrt{(-3)^2-1 \cdot 4}}{1} = 3 \pm \sqrt{5} \quad \text{答}$$

(11) ヒント方程式の解の一つが分かっているので、それを x に代入する。

$$\text{解答} \quad x=3 \text{ を解にもつから, } 9-3m+m^2-13=0$$

$$\text{よって, } (m+1)(m-4)=0$$

$$m \text{ は正の定数であるから, } m=4 \quad \text{答}$$

$$\text{このとき } x^2-4x+3=0 \quad \therefore x=1, 3 \text{ よって, 他の解は } x=1 \quad \text{答}$$

(12) ヒント三平方の定理を利用する。

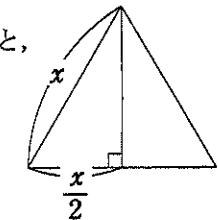
解答 求める正三角形の1辺の長さを x とすると、
三平方の定理により、

$$\text{高さ} = \sqrt{x^2 - \left(\frac{x}{2}\right)^2} = \frac{\sqrt{3}}{2}x$$

$$\text{よって, 面積は } \frac{1}{2} \cdot x \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}x = \frac{\sqrt{3}}{4}x^2$$

$$\text{条件より, } \frac{\sqrt{3}}{4}x^2 = 4\sqrt{3} \quad x > 0 \text{ であるから, } x=4$$

$$\text{よって, 1辺の長さは } 4 \text{ cm} \quad \text{答}$$



(13) ヒント2次方程式の重解条件 $D=0$ を利用する。

また、「2次」方程式であるから、 (x^2) の係数 $\neq 0$ にも注意。
記述問題なので、式の根拠を示しながら解答を進めるようにする。
式を並べるだけにならないよう気をつける。

解答 2次方程式であるから、 $m \neq 0$ ①

判別式を D とすると

$$\frac{D}{4} = (-2m)^2 - m(2m+4) = 2m^2 - 4m$$

重解をもつための条件は、 $D=0$

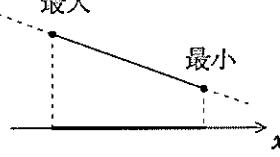
$$\text{よって, } 2m^2 - 4m = 0 \quad \text{①より, } m=2 \quad \text{答}$$

平成23年度第1回数学診断テストβ問題の解説

- 2(1) ヒント 関数の記号 $f(k)$ は「 $x=k$ のときの関数値」を表している。なので、 $f(2+a)$ は x に $2+a$ を代入して計算する。

解答 (与式) $= \frac{(2+a)^2 - 2^2}{a} = \frac{4a + a^2}{a} = \frac{a(4+a)}{a} = 4 + a$ 図

- (2) ヒント この関数は、 x の1次関数であり、最大 (x の係数) < 0 であるから、減少関数になる。減少関数は、その定義域の左端で最大値、右端で最小値をとる。



解答 $x = -1$ のとき、最大値 $y = 4$ をとるから、
 $-a + 3 = 4$ よって、 $a = -1$ 図 これは、 $a < 0$ を満たす。
このとき、関数は $y = -x + 3$
 $x = b$ のとき、最小値 $y = 0$ をとるから、
 $-b + 3 = 0$ よって、 $b = 3$ 図

- (3) ヒント 平方完成するには、

①まず、 x^2 の項と x の項を、 x^2 の係数で括る。
②公式 $x^2 + ax = \left(x + \frac{a}{2}\right)^2 - \left(\frac{a}{2}\right)^2$ を利用する。

③中括弧を外し、式を整理する。

解答 (与式) $= -\frac{1}{3}(x^2 - 6x) + 1$
 $= -\frac{1}{3}((x-3)^2 - 9) + 1$
 $= -\frac{1}{3}(x-3)^2 + 3 + 1 = -\frac{1}{3}(x-3)^2 + 4$ 図

- (4) ヒント センター試験では、文字定数をもつ2次関数の平方完成の技術は、不可欠である。軸や頂点についての条件は、平方完成してみる。

解答

$$y = \left(x - \frac{a}{2}\right)^2 - \frac{a^2}{4} + 2 \quad \dots \text{①} \quad \text{となるから、軸は直線 } x = \frac{a}{2}$$

よって、 $\frac{a}{2} = 3 \quad \therefore a = 6$ 図

①より、 $y = (x-3)^2 - 7$ したがって 頂点の座標は (3, -7) 図

- (5) ヒント

x 軸方向に \pm だけ平行移動させると、 x を $x-p$ で置き換える。 y 軸に関する対称移動をさせると、 x を $-x$ で置き換える。

解答

放物線 $y = x^2 - kx$ ①を x 軸方向に 4 だけ平行移動した放物線の方程式は $y = (x-4)^2 - k(x-4)$
すなわち、 $y = x^2 - (k+8)x + 4k + 16$
さらに、 y 軸に関して対称移動した放物線の方程式は
 $y = (-x)^2 - (k+8)(-x) + 4k + 16$
すなわち、 $y = x^2 + (k+8)x + 4k + 16$ ②
これが、元の放物線と一致するから、①、②を比較して、
 $-k = k+8$ かつ $4k+16=0$ よって、 $k = -4$ 図

- 3(1) ヒント ② B の要素の形に着目すると方針を立てやすい。

解答

① $a=3, b=2$ のとき、 $A=\{1, 2, 3\}, B=\{2, 3, 4\}$ となるから、 $A \cap \overline{B} = \{1\}$ 図

② B は連続する3数を表しているから、 $A=B$ のとき、 $A=\{0, 1, 2\}$ または $A=\{1, 2, 3\}$

よって、 $A=B=\{0, 1, 2\}$ のとき、 $a=0, b=0$
 $A=B=\{1, 2, 3\}$ のとき、 $a=3, b=1$ 図

- (2) ヒント 範囲の端点に注意する。数直線を書いて考察するとよい。

解答 $3 < 2a \leq 4$ より、 $\frac{3}{2} < a \leq 2$ 図

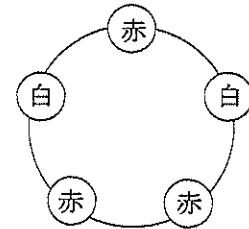
- (3) ヒント ①は順列、②は円順列。固定法で考える。

③は重複順列。引き算に持ち込む。

① ${}_5P_3 = 5 \cdot 4 \cdot 3 = 60$ (通り) 図

② 白旗が隣り合わないようにすると必ず図のような配置にできる。

白旗2本の配置は $2!$ 通りあり、
そのそれぞれに対し、
赤旗3本の配置は $3!$ 通りあるから、
 $2! \times 3! = 12$ (通り) 図



③ 1人だけがもらうのは 3 通り

2人だけがもらうのは $(2^5 - 2) \times 3 = 90$ (通り)

よって、求める場合の数は

3人に分配する場合(もらわない人がいる場合を含む)の数から上記の場合の数を引いたものになる。

$3^5 - (3 + 90) = 150$ (通り) 図