

1 【必須問題】 次の各問いに答えなさい。

- (1) $5ab^3 \times (-3a^3b)^2$ を計算しなさい。
- (2) $(x+1)(x^2-3x+5)$ を展開しなさい。
- (3) $(x+2y)^3$ を展開しなさい。
- (4) $3x^2+5xy+2y^2$ を因数分解しなさい。
- (5) $ax+5b-bx-5a$ を因数分解しなさい。
- (6) $|5-2\pi|$ の絶対値記号をはずしなさい。
- (7) $\frac{1}{\sqrt{7}-\sqrt{5}}$ の分母を有理化しなさい。

【出題のねらい】

- (1) 指数の計算ができるか。
- (2) 多項式の展開ができるか。
- (3) 公式を利用して多項式の展開ができるか。
- (4) たすきがけを用いて、因数分解ができるか。
- (5) 置き換えを利用して、因数分解ができるか。
- (6) 絶対値記号をはずすことができるか。
- (7) 分母の有理化ができるか。

【解答】

- (1) $5ab^3 \times (-3a^3b)^2 = 5 \times (-3)^2 \times a \times (a^3)^2 \times b^3 \times b^2 = 45a^7b^5$ [答]
- (2) $(x+1)(x^2-3x+5) = x^3-3x^2+5x+x^2-3x+5$
 $= x^3-2x^2+2x+5$ [答]
- (3) $(x+2y)^3 = x^3+3 \times x^2 \times 2y+3 \times x \times (2y)^2+(2y)^3$
 $= x^3+6x^2y+12xy^2+y^3$ [答]
- (4) $3x^2+5xy+2y^2 = (3x+2y)(x+y)$ [答]
- $\begin{array}{ccc} 3 & \times & 2y \rightarrow 2y \\ 1 & \times & y \rightarrow 3y \end{array}$
- (5) $ax+5b-bx-5a = ax-5a+5b-bx+5b$
 $= a(x-5)-b(x-5) = (a-b)(x-5)$ [答]
- (6) $5-2\pi < 0$ なので、 $|5-2\pi| = -(5-2\pi) = -5+2\pi$ [答]
- (7) $\frac{1}{\sqrt{7}-\sqrt{5}} = \frac{1 \times (\sqrt{7}+\sqrt{5})}{(\sqrt{7}-\sqrt{5})(\sqrt{7}+\sqrt{5})} = \frac{\sqrt{7}+\sqrt{5}}{(\sqrt{7})^2-(\sqrt{5})^2}$
 $= \frac{\sqrt{7}+\sqrt{5}}{7-5} = \frac{\sqrt{7}+\sqrt{5}}{2}$ [答]

2 【必須問題】 次の各問いに答えなさい。

- (1) 連続する 3 つの偶数があり、これら 3 つの数の合計が 102 になるという。このとき、これら 3 つの数を求めなさい。
- (2) 1 次不等式 $6x-11 \geq 8x-5$ を解きなさい
- (3) 連立不等式 $\begin{cases} 2x+6 \geq 4(x-1) \\ 5x+1 > 3x+7 \end{cases}$ を解きなさい。
- (4) 2 次方程式 $(x-3)^2 = 4$ を解きなさい。
- (5) 2 次方程式 $3x^2-5x+1=0$ を解きなさい。
- (6) 2 次方程式 $x^2+6x+m=0$ が異なる 2 つの実数解をもつような定数 m の値の範囲を求めなさい。
- (7) 2 次方程式 $x^2+mx-6=0$ が $x=2$ を解にもつとき、 m の値と残りの解を求めなさい。

【出題のねらい】

- (1) 文章を方程式で表現し、解くことができるか。
- (2) 1 次不等式が解けるか。
- (3) 1 次連立不等式が解けるか。
- (4) 2 次方程式を解くことができるか。
- (5) 2 次方程式を解の公式を用いて、解くことができるか。
- (6) 2 次方程式の判別式の意味を理解しているか。
- (7) 2 次方程式と解の関係を理解しているか。

【解答】

- (1) 3 つの数のうち最も小さい数を x とすると、残りの 2 つの数は $x+2$ 、 $x+4$ と表される。
よって条件より $x+(x+2)+(x+4)=102$
 $x=32$ よって 3 つの数は、32, 34, 36 [答]
- (2) $6x-11 \geq 8x-5$ から $-2x \geq 6$ よって $x \leq -3$ [答]
- (3) $2x+6 \geq 4(x-1)$ から $-2x \geq -10$ よって $x \leq 5 \cdots \textcircled{1}$
 $5x+1 > 3x+7$ から $2x > 6$ よって $x > 3 \cdots \textcircled{2}$
 $\textcircled{1}$ と $\textcircled{2}$ の共通範囲を求めて $3 < x \leq 5$ [答]
- (4) $(x-3)^2 = 4$ から $x-3 = \pm 2$ よって $x = 3 \pm 2$ ゆえに $x = 1, 5$
- (5) $x = \frac{-(-5) \pm \sqrt{(-5)^2 - 4 \cdot 3 \cdot 1}}{2 \cdot 3} = \frac{5 \pm \sqrt{13}}{6}$ [答]
- (6) $x^2+6x+m=0$ が異なる 2 つの実数解をもつ
 $\Leftrightarrow 6^2-4 \times 1 \times m > 0 \Leftrightarrow 36-4m > 0$
 $\Leftrightarrow -4m > -36 \Leftrightarrow m < 9$ [答]
- (7) $x^2+mx-6=0$ に $x=2$ を代入すると
 $2^2+m \times 2-6=0$ よって $m=1$ [答]
 $x^2+mx-6=0$ に $m=1$ を代入すると $x^2+x-6=0$
 $(x-2)(x+3)=0$ よって $x=-3, 2$
ゆえに求める残りの解は、 $x=-3$ [答]

3 【必須問題】 次の各問いに答えなさい。

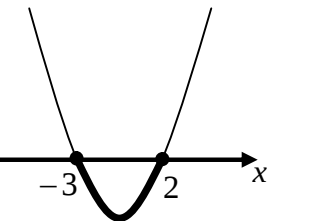
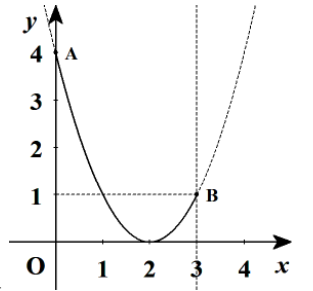
- (1) 2 次関数 $y=5x^2$ のグラフを、 x 軸方向に 3、 y 軸方向に -4 だけ平行移動した放物線をグラフとする 2 次関数を求めなさい。
- (2) 2 次関数 $y=(x-5)^2+2$ のグラフの頂点を求めなさい。
- (3) 2 次関数 $y=x^2-4x+4$ のグラフをかきなさい。
- (4) 2 次関数 $y=x^2-4x+4$ ($0 \leq x \leq 3$) の最大値と、そのときの x の値を求めなさい。
- (5) $x=3$ で最小値 1 をとり、グラフが点 (1,9) を通る 2 次関数を求めなさい。
- (6) 2 次不等式 $(x-2)(x+3) \leq 0$ を解きなさい。

【出題のねらい】

- (1) グラフの平行移動を理解しているか。
- (2) 2 次関数のグラフの頂点の座標を求められるか。
- (3) 2 次関数のグラフが描けるか。
- (4) 定義域が与えられているときの 2 次関数の最大値を求めることができるか。
- (5) 最小値を取る点と、その他の点を通る 2 次関数を決定できるか。
- (6) 2 次不等式が解けるか。

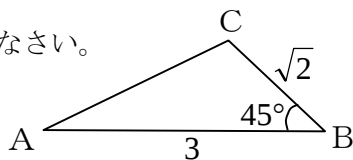
【解答】

- (1) $y=5x^2$ の頂点は (0,0) なので、 x 軸方向に 3、 y 軸方向に -4 だけ平行移動した放物線をグラフとする 2 次関数の頂点は (3, -4) となるので、求める 2 次関数は $y=5(x-3)^2-4$ [答]
- (2) 頂点 (5, 2) [答]
- (3) $y=x^2-4x+4=(x-2)^2-2^2+4=(x-2)^2$
よって $y=(x-2)^2$ の頂点の座標が (2, 0) で、下に凸なので、正答表のようなグラフになる (略)。
- (4) 定義域が $0 \leq x \leq 3$ のときは、
 $x=0$ のとき、最大値 4 をとる。 [答]
- (5) $x=3$ で最小値 1 をとるので、求める 2 次関数は $y=a(x-3)^2+1$ (ただし $a > 0$) と表される。
また、グラフが点 (1, 9) を通るので、
 $9=a(1-3)^2+1$ よって $a=2$
ゆえに求める 2 次関数は $y=2(x-3)^2+1$ [答]
- (6) $(x-2)(x+3) \leq 0$
 $(x-2)(x+3)=0$ を解くと、 $x=-3, 2$
 $y=(x-2)(x+3)$ のグラフと x 軸の位置関係より
 $y \leq 0$ となる x の値の範囲は $-3 \leq x \leq 2$ [答]



【4】 【選択問題】 次の各問いに答えなさい。

- (1) $\sin 150^\circ$ の値を求めなさい。
 (2) $\tan \theta = -3$ のとき $\cos \theta$, $\sin \theta$ の値を求めなさい。
 ただし, $0^\circ \leq \theta \leq 180^\circ$ とする。
 (3) $\sin \theta = \frac{1}{\sqrt{2}}$ を満たす角 θ を求めなさい。
 ただし, $0^\circ \leq \theta \leq 180^\circ$ とする。
 (4) 右の△ABC において, 次の値を求めなさい。
 (ア) 辺 AC の長さ
 (イ) △ABC の面積



【出題のねらい】

- (1) 三角比の値を求めることができるか。
 (2) 三角比の相互関係を利用して, $\cos \theta$, $\sin \theta$ の値を求めることができる。
 (3) 三角比の値から θ を求めることができるか。
 (4) (ア)余弦定理を利用して, 辺の長さを求めることができるか。
 (イ)三角形の面積を求めることができるか。

【解答】

(1) $\sin 150^\circ = \frac{1}{2}$ 答

(2) 三角比の相互関係 $1 + \tan^2 \theta = \frac{1}{\cos^2 \theta}$ より $\cos^2 \theta = \frac{1}{1 + \tan^2 \theta}$

$$\cos^2 \theta = \frac{1}{1 + (-3)^2} \quad \cos^2 \theta = \frac{1}{10} \quad \cos \theta = \pm \frac{1}{\sqrt{10}}$$

$0^\circ \leq \theta \leq 180^\circ$ において $\tan \theta = -3$ なので

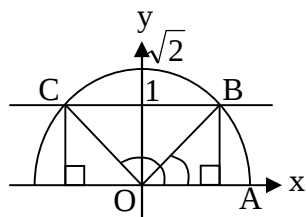
$$\cos \theta < 0 \quad \text{よって} \quad \cos \theta = -\frac{1}{\sqrt{10}} \quad \text{答}$$

$$\tan \theta = \frac{\sin \theta}{\cos \theta} \quad \text{より} \quad \sin \theta = \cos \theta \times \tan \theta$$

$$\text{よって} \quad \sin \theta = -\frac{1}{\sqrt{10}} \times (-3) = \frac{3}{\sqrt{10}} \quad \text{答}$$

(3) $0^\circ \leq \theta \leq 180^\circ$ のとき, $\sin \theta = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{y}{r}$

半径 $\sqrt{2}$ の半円上で, y 座標が 1 である点は 2 つある。求める θ は右図より $\angle AOB$ と $\angle AOC$ である。よって $\theta = 45^\circ, 135^\circ$ 答



(4) (ア)余弦定理より, $AC^2 = 3^2 + (\sqrt{2})^2 - 2 \times 3 \times \sqrt{2} \times \cos 45^\circ = 5$

$$AC > 0 \quad \text{より} \quad AC = \sqrt{5} \quad \text{答}$$

(イ)面積を S とおくと, $S = \frac{1}{2} BA \cdot BC \cdot \sin B = \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot \sqrt{2} \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{3}{2}$ 答

【5】 【選択問題】 次の各問いに答えなさい。

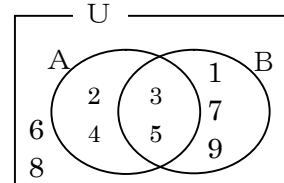
- (1) $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$ を全体集合とする。 U の部分集合 $A = \{2, 3, 4, 5\}$, $B = \{1, 3, 5, 7, 9\}$ について, $\bar{A} \cap B$ を求めなさい。
 (2) 100 以下の自然数のうち, 「3 と 7 の少なくとも一方で割り切れる数」の個数を求めなさい。
 (3) 大文字 A, B, C と小文字 a, b, c, d の 7 個の文字を 1 列に並べるとき, 両端が大文字になる並べ方は何通りあるか答えなさい。
 (4) 6 人が円形のテーブルを囲んで座るとき, 並び方は全部で何通りあるか求めなさい。
 (5) 男子 5 人, 女子 4 人の中から, 男子 3 人, 女子 2 人の合計 5 人の役員を選ぶ選び方は何通りか。

【出題のねらい】

- (1) 2 つの集合の関係を理解しているか。
 (2) ヴェン図や表を用いて, 条件にあう集合の要素の個数を求めることができるか。
 (3) 順列を理解しているか。
 (4) 円順列を理解しているか。
 (5) 積の法則と組合せの考え方を理解しているか。

【解答】

(1) $\bar{A} \cap B = \{1, 7, 9\}$ 答



- (2) 100 以下の自然数の集合を U とし, 3 で割り切れる数の集合を A , 7 で割り切れる数の集合を B とすると, 3 と 7 の少なくとも一方で割り切れる数の集合は $A \cup B$ となる。
 ここで, $n(A) = 33$, $n(B) = 14$, $n(A \cap B) = 4$ なので,

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B) = 33 + 14 - 4 = 43 \quad \text{答}$$

- (3) 大文字 3 文字の中から 2 文字を使って両端に並べるので
 その並べ方は ${}_3P_2 = 3 \times 2 = 6$

$$\text{残りの文字 5 文字の並べ方は } {}_5P_5 = 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 120$$

したがって, 求める並べ方の総数は

$$6 \times 120 = 720 \quad 720 \text{ 通り} \quad \text{答}$$

- (4) 6 人の円順列の総数は,
 $(6-1)! = 5! = 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 120 \quad 120 \text{ 通り} \quad \text{答}$

(5) 男子 5 人の中から男子 3 人を選ぶ選び方は ${}_5C_3 = 10$

$$\text{女子 4 人の中から女子 2 人を選ぶ選び方は } {}_4C_2 = 6$$

$$\text{よって求める選び方は, } 10 \times 6 = 60 \quad 60 \text{ 通り} \quad \text{答}$$

【6】 【選択問題】 次の各問いに答えなさい。

※ただし, 約分できる数は約分をして答えなさい。

- (1) 大小 2 個のさいころを同時に投げるとき, 目の和が 4 の倍数になる確率を求めなさい。
 (2) 男子 4 人, 女子 3 人の中から 3 人の代表を選ぶとき, 男子 2 人, 女子 1 人を選ぶ確率を求めなさい。
 (3) 1 から 100 までの数を 1 つずつ書いた 100 枚のカードの中から 1 枚を取り出すとき, 取り出したカードの数が 2 の倍数または 5 の倍数である確率を求めなさい。
 (4) 3 個のさいころを同時に投げるとき, 4 の目が少なくとも 1 つ出る確率を求めなさい。
 (5) 赤玉 3 個と白玉 4 個の入った袋から球を 1 個取り出し, 色を見てからもとにもどす。この試行を 3 回行うとき, 1 回目に赤玉, 2 回目に白玉, 3 回目に赤玉を取り出す確率を求めなさい。

【出題のねらい】

- (1) 簡単な事象の確率を求めることができるか。
 (2) 組合せの総数を用いた確率を求めることができるか。
 (3) 和事象の確率を求めることができるか。
 (4) 余事象の確率を求めることができるか。
 (5) 独立な試行の確率を求めることができるか。

【解答】

- (1) 大小 2 個のさいころを投げるとき, 起こりうるすべての場合の数は $6 \times 6 = 36$ 通りである。また, 目の和が 4 の倍数となる場合は, (大, 小) = (1, 3), (2, 2), (3, 1), (2, 6), (3, 5), (4, 4), (5, 3), (6, 2), (6, 6) の 9 通りである。よって求める確率は $\frac{9}{36} = \frac{1}{4}$ 答

- (2) 全員で 7 人から 3 人選ぶ組合せは, ${}_7C_3$ 通りある。男子 4 人から 2 人, 女子 3 人から 1 人選ぶ組合せは, ${}_4C_2 \times {}_3C_1$ 通りある。

$$\text{よって, 求める確率は} \quad \frac{{}_4C_2 \times {}_3C_1}{{}_7C_3} = \frac{4 \times 3}{2 \times 1} \times \frac{3}{1} \times \frac{3 \times 2 \times 1}{7 \times 6 \times 5} = \frac{18}{35} \quad \text{答}$$

- (3) 取り出したカードの数が「2 の倍数である」という事象を A, 「5 の倍数である」事象を B とすると, 「2 の倍数または 5 の倍数である」という事象は $A \cup B$ である。 $A \cap B$ は「10 の倍数である」という事象である。 $n(A) = 50$, $n(B) = 20$, $n(A \cap B) = 10$ より

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = \frac{50}{100} + \frac{20}{100} - \frac{10}{100} = \frac{60}{100} = \frac{3}{5} \quad \text{答}$$

- (4) 「4 の目が少なくとも 1 つ出る」という事象は, 「3 個とも 4 以外の目がでる」という事象 $\bar{A}$ である。よって, 4 の目が少なくとも 1 つ出る確率 $P(\bar{A})$ は $P(\bar{A}) = 1 - P(A) = 1 - \left(\frac{5}{6}\right)^3 = \frac{91}{216}$ 答

- (5) 1 回目に赤玉を取る確率は $\frac{3}{7}$, 2 回目で白玉を取る確率は $\frac{4}{7}$, 3 回目で赤玉を取る確率は $\frac{3}{7}$, 1 回目から 3 回目までの試行はそれぞれ独立なので求める確率は $\frac{3}{7} \times \frac{4}{7} \times \frac{3}{7} = \frac{36}{343}$ 答