

1【必須問題】 次の各問いに答えなさい。

- (1) $\frac{1}{5} + \frac{4}{3}$ を計算しなさい。
- (2) $4 \times 2 - (-3)^2$ を計算しなさい。
- (3) 1 次方程式 $7x - 1 = 5x + 4$ を解きなさい。
- (4) 2 次方程式 $2x^2 - 5x + 1 = 0$ を解きなさい。

【出題のねらい】

- (1) 分数の計算ができるか。
- (2) 指数を含む計算ができるか。
- (3) 1 次方程式が解けるか。
- (4) 解の公式を用いて 2 次方程式が解けるか。

【解答】

- (1) $\frac{1}{5} + \frac{4}{3} = \frac{1 \cdot 3 + 4 \cdot 5}{15} = \frac{3 + 20}{15} = \frac{23}{15}$ 答
- (2) $4 \times 2 - (-3)^2 = 8 - 9 = -1$ 答
- (3) $7x - 1 = 5x + 4$ から $2x = 5$ よって $x = \frac{5}{2}$ 答
- (4) $x = \frac{5 \pm \sqrt{(-5)^2 - 4 \cdot 2 \cdot 1}}{2 \cdot 2} = \frac{5 \pm \sqrt{17}}{4}$ 答

2【必須問題】 次の各問いに答えなさい。

- (1) 整式 $x^3 - 3xy^2 + x + y - 1$ について、 x に着目したときの次数と定数項を求めなさい。
- (2) $A = x^2 + 3xy - y^2$, $B = 3x^2 - 2xy - 5y^2$ とする。
 $(A + B) - 2A$ を計算しなさい。
- (3) $3xy^2 \times (-2xy^3)^2$ を計算しなさい。
- (4) 次の式を展開しなさい。
① $(x^2 + 2x - 3)(x + 4)$ ② $(2x - 3)^2$
③ $(x - 5)(x - 2)$ ④ $(x + 2y + 3)^2$
- (5) 次の式を因数分解しなさい。
① $x^2 - 7x + 12$ ② $x^2 - 4y^2$
③ $3x^2 - 16x + 5$ ④ $(y + 3)x + y + 3$
⑤ $x^2 + xy + 2x + 4y - 8$

【出題のねらい】

- (1) 特定の文字に着目して次数と定数項が答えられるか。
- (2) 多項式の計算ができるか。
- (3) 指数の計算ができるか。
- (4) 多項式の展開ができるか。
- (5) 多項式の因数分解ができるか。

【解答】

- (1) x に着目して整理すると、 $x^3 - 3xy^2 + x + y - 1$
よって、次数は 2, 定数項は $x^3 + x - 1$ 答
- (2) $(A + B) - 2A = -A + B$
 $= -x^2 - 3xy + y^2 + (3x^2 - 2xy - 5y^2)$
 $= 2x^2 - 5xy - 4y^2$ 答
- (3) $3xy^2 \times (-2xy^3)^2 = 3xy^2 \times (-2)^2 x^2 (y^3)^2$
 $= 3xy^2 \times 4x^2 y^6$
 $= 3 \times 4 \times x^{1+2} y^{2+6}$
 $= 12x^3 y^8$ 答
- (4) ① $(x^2 + 2x - 3)(x + 4) = x^3 + 4x^2 + 2x^2 + 8x - 3x - 12$
 $= x^3 + 6x^2 + 5x - 12$ 答
- ② $(2x - 3)^2 = (2x)^2 - 2 \cdot 2x \cdot 3 + 3^2 = 4x^2 - 12x + 9$ 答
- ③ $(x - 5)(x - 2) = x^2 + (-5 - 2)x + (-5) \cdot (-2) = x^2 - 7x + 10$ 答
- ④ $(x + 2y + 3)^2 = \{(x + 2y) + 3\}^2$
 $= (x + 2y)^2 + 2(x + 2y) \times 3 + 3^2$
 $= x^2 + 4xy + 4y^2 + 6x + 12y + 9$ 答
- (5) ① $x^2 - 7x + 12 = (x - 3)(x - 4)$ 答
- ② $x^2 - 4y^2 = x^2 - (2y)^2 = (x + 2y)(x - 2y)$ 答

③ $3x^2 - 16x + 5 = (x - 5)(3x - 1)$ 答

$$\begin{array}{ccc} 1 & \begin{array}{c} \nearrow \\ \searrow \end{array} & \begin{array}{c} -5 \rightarrow -15 \\ -1 \rightarrow -1 \end{array} \\ 3 & \begin{array}{c} \searrow \\ \nearrow \end{array} & \end{array}$$

④ $(y + 3)x + y + 3 = (y + 3)x + (y + 3) \cdot 1 = (y + 3)(x + 1)$ 答

⑤ y について整理すると
 $x^2 + xy + 2x + 4y - 8 = (x + 4)y + x^2 + 2x - 8$
 $= (x + 4)y + (x + 4)(x - 2)$
 $= (x + 4)\{y + (x - 2)\} = (x + 4)(x + y - 2)$ 答

3【必須問題】 次の各問いに答えなさい。

- (1) $|2 - 6|$ の値を求めなさい。
- (2) 次の計算をしなさい (④は分母の有理化をしなさい)。

① $\frac{\sqrt{6}}{\sqrt{2}}$ ② $2\sqrt{18} + 3\sqrt{50}$

③ $(\sqrt{2} + \sqrt{5})^2$ ④ $\frac{1}{\sqrt{5} + \sqrt{2}}$

- (3) 次の 1 次不等式, 連立不等式を解きなさい。

① $2x - 5 \leq 5x + 7$ ② $\begin{cases} 3x > x - 6 \\ 3x - 3 < 2x + 1 \end{cases}$

【出題のねらい】

- (1) 絶対値の値が求められるか。
- (2) 根号を含む式の計算ができるか。分母の有理化ができるか。
- (3) 1 次不等式, 連立不等式が解けるか。

【解答】

- (1) $|2 - 6| = |-4| = 4$ 答
- (2) ① $\frac{\sqrt{6}}{\sqrt{2}} = \sqrt{\frac{6}{2}} = \sqrt{3}$ 答
- ② $2\sqrt{18} + 3\sqrt{50} = 2\sqrt{3^2 \times 2} + 3\sqrt{5^2 \times 2}$
 $= 2 \times 3\sqrt{2} + 3 \times 5\sqrt{2}$
 $= 6\sqrt{2} + 15\sqrt{2} = 21\sqrt{2}$ 答
- ③ $(\sqrt{2} + \sqrt{5})^2 = (\sqrt{2})^2 + 2\sqrt{2} \cdot \sqrt{5} + (\sqrt{5})^2 = 2 + 2\sqrt{10} + 5$
 $= 7 + 2\sqrt{10}$ 答

④ $\frac{1}{\sqrt{5} + \sqrt{2}} = \frac{\sqrt{5} - \sqrt{2}}{(\sqrt{5} + \sqrt{2})(\sqrt{5} - \sqrt{2})}$
 $= \frac{\sqrt{5} - \sqrt{2}}{(\sqrt{5})^2 - (\sqrt{2})^2}$
 $= \frac{\sqrt{5} - \sqrt{2}}{5 - 2}$
 $= \frac{\sqrt{5} - \sqrt{2}}{3}$ 答

- (3) ① $2x - 5 \leq 5x + 7$ から $-3x \leq 12$ よって $x \geq -4$ 答
- ② $3x > x - 6$ から $2x > -6$ よって $x > -3$ ……①
 $3x - 3 < 2x + 1$ から $x < 4$ ……②
- ①と②の共通範囲を求めて $-3 < x < 4$ 答

4【必須問題】 次の方程式, 不等式を解きなさい。

- (1) $|x - 2| = 3$ (2) $|x| < 3$

【出題のねらい】

- (1) 絶対値を含む方程式が解けるか。
- (2) 絶対値を含む不等式が解けるか。

【解答】

- (1) $|x - 2| = 3$ の解は $x - 2 = \pm 3$ よって $x = -1, 5$ 答
- (2) $|x| < 3$ から $-3 < x < 3$ 答

- 5【選択問題】次の各問いに答えなさい。
- (1) 次の集合を、要素を書き並べて表しなさい。
 $A = \{x \mid x \text{ は } 20 \text{ の正の約数} \}$
- (2) $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$ を全体集合とする。 U の部分集合
 $A = \{2, 3, 5, 7\}$, $B = \{2, 4, 6\}$ について、 $\overline{A \cap B}$ を求めなさい。
- (3) a , b を実数とする。命題「 $ab = 0 \Rightarrow a = 0$ 」の真偽を答えなさい。
- (4) 次の()に、必要、十分、必要十分のうち、最も適切なものを答えなさい。
 x が 10 の倍数であることは、 x が 5 の倍数であるための()条件である。
- (5) a を実数とする。条件「 $a < 0$ または $4 \leq a$ 」の否定を書きなさい。

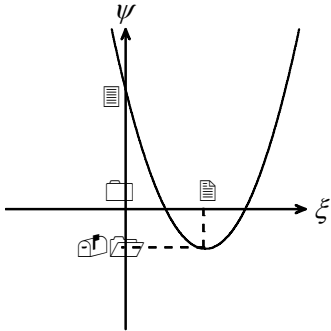
- 【出題のねらい】
- (1) 集合を表すことができるか。
(2) 共通部分、補集合などを理解しているか。
(3) 命題の真偽を考察できるか。
(4) 必要、十分、必要十分条件を理解しているか。
(5) 条件の否定が求められるか。

- 【解答】
- (1) $A = \{1, 2, 4, 5, 10, 20\}$ 答
- (2) $A \cap B = \{2\}$ であるから、 $\overline{A \cap B} = \{1, 3, 4, 5, 6, 7\}$ 答
- (3) $ab = 0$ であっても $a = 0$ であるとは限らない。
反例($a = 1, b = 0$) よって、この命題は偽である。 答
- (4) 「 x が 10 の倍数である $\Rightarrow x$ が 5 の倍数である」は真で、
「 x が 5 の倍数である $\Rightarrow x$ が 10 の倍数である」は偽である。
よって、 x が 10 の倍数であることは、 x が 5 の倍数であるための
十分条件である。 答
- (5) 「 $a < 0$ または $4 \leq a$ 」の否定は「 $a \geq 0$ かつ $a < 4$ 」 答

- 6【選択問題】次の各問いに答えなさい。
- (1) 関数 $f(x) = x^2 - 3x + 1$ において、 $f(3)$ の値を求めなさい。
- (2) 2 次関数 $y = (x - 2)^2 - 1$ のグラフの頂点と軸を求めなさい。
- (3) 2 次関数 $y = (x - 2)^2 - 1$ のグラフをかきなさい。
- (4) 2 次関数 $y = x^2 - 4x + 5$ を $y = (x - p)^2 + q$ の形に変形しなさい。
- (5) 2 次関数 $y = (x - 2)^2 - 2$ ($0 \leq x \leq 3$) の最大値と最小値を求めなさい。また、そのときの x の値も求めなさい。

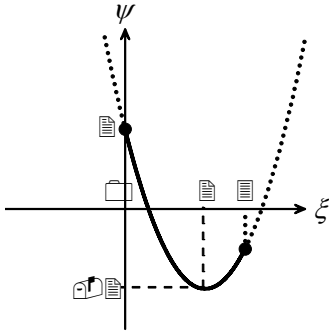
- 【出題のねらい】
- (1) 関数の値を求めることができるか。
(2) 2 次関数のグラフの頂点と軸を求められるか。
(3) 2 次関数のグラフがかけるか。
(4) 平方完成できるか。
(5) 定義域が与えられているときの 2 次関数の最大値と最小値を求めることができるか。

- 【解答】
- (1) $f(3) = 3^2 - 3 \cdot 3 + 1 = 9 - 9 + 1 = 1$ 答
- (2) 2 次関数 $y = (x - 2)^2 - 1$ のグラフの頂点は、点(2, -1) 答
軸は、直線 $x = 2$ 答
- (3) 頂点は、点(2, -1)で、下に凸の放物線であるから、
次のグラフになる。



- (4) $y = x^2 - 4x + 5 = (x - 2)^2 - 2^2 + 5 = (x - 2)^2 - 4 + 5$
 $= (x - 2)^2 + 1$ 答

- (5) この関数のグラフは、下の図の実線部分である。



よって、 $x = 0$ で最大値 2, $x = 2$ で最小値 -2 をとる。 答

- 7【選択問題】次の各問いに答えなさい。
- (1) 1000 以下の自然数のうち、3 で割り切れる数の個数を求めなさい。
- (2) 100 以下の自然数のうち、「3 の倍数または 4 の倍数である数」の個数を求めなさい。
- (3) 5 人の生徒が 1 列に並ぶとき、並び方が何通りあるか求めなさい。
- (4) 5 個の数字 0, 1, 2, 3, 4 の中から異なる 3 個を並べてできる 3 桁の数は何個あるか求めなさい。
- (5) 男子 4 人、女子 3 人の中から男女それぞれ 2 人ずつを選ぶ方法は何通りあるか求めなさい。

- 【出題のねらい】
- (1) 倍数の個数を求めることができるか。
(2) 和集合の要素の個数を求められるか。
(3) 順列を理解しているか。
(4) 並び方に決まりのある順列を求めることができるか。
(5) 組合せを理解しているか。

- 【解答】
- (1) 50 以下の自然数のうち、3 で割り切れる数の集合を A とすると
 $A = \{3 \cdot 1, 3 \cdot 2, 3 \cdot 3, \dots, 3 \cdot 333\}$ より、 $n(A) = 333$ 答
- (2) 100 以下の自然数全体の集合を U とし、U の部分集合で、3 の倍数全体の集合を A, 4 の倍数全体の集合を B とすると、
 $n(A) = 33$, $n(B) = 25$
また、 $A \cap B$ は 12 の倍数の集合であり、 $n(A \cap B) = 8$
「3 の倍数または 4 の倍数である数」の集合は $A \cup B$ であるから
 $n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$
 $= 33 + 25 - 8 = 50$ 答
- (3) 5 人が 1 列に並ぶ順列の総数であるから
 $5! = 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 120$ 答
- (4) 百の位は 0 を除く 1, 2, 3, 4 の 4 通りである。
十の位と一の位は、残り 4 個の数字の中から 2 個を選んで並べるから、
 ${}_4P_2$ 通りである。よって、積の法則により
 $4 \times {}_4P_2 = 4 \times 4 \cdot 3 = 48$ 答
- (5) 男子 2 人の選び方は ${}_4C_2$ 通りあり、そのどの場合に対しても、女子 2 人の選び方は ${}_3C_2$ 通りある。
よって、積の法則により

$${}_4C_2 \times {}_3C_2 = \frac{4 \cdot 3}{2 \cdot 1} \times \frac{3 \cdot 2}{2 \cdot 1} = 18 \quad \text{答}$$