

※ ①～③は必須問題です。

① 次の各問いに答えなさい。

- (1)  $\sqrt{50} - \sqrt{48} - \sqrt{32} + \sqrt{27}$  を計算しなさい。
- (2)  $(a-b+c)(a+b-c)$  を展開しなさい。
- (3)  $x^2 - xy - 2y^2 + 2x + 5y - 3$  を因数分解しなさい。
- (4)  $\frac{4}{\sqrt{3}+1}$  の小数部分を  $a$  とする。 $a$  の値を求めなさい。
- (5)  $x=3-2\sqrt{2}$  のとき、 $x^2 + \frac{1}{x^2}$  の値を求めなさい。
- (6) 連立不等式 
$$\begin{cases} 3(x+2) < 5x + \frac{x-3}{2} \\ \frac{x-2}{5} \leq \frac{x-4}{2} \end{cases}$$
 を解きなさい。
- (7) 方程式  $|2x-5|=1$  を解きなさい。
- (8) 2 次方程式  $x^2 + mx - m + 8 = 0$  が重解をもつように、定数  $m$  の値を定めなさい。
- (9)  $x$  についての不等式  $x^2 - 2x - 12 < k(x+6)$  を満たす  $x$  の値が存在しないような定数  $k$  の値の範囲を定めなさい。
- (10) 2 つの条件  $p: a < x$ ,  $q: 0 < x < 3$  について、 $p$  は  $q$  であるための必要条件であるとき、定数  $a$  の値の範囲を定めなさい。

② 2 つの不等式  $|x-6| < 3 \dots \text{①}$ ,  $|x-k| < 5 \dots \text{②}$  がある。ただし、定数  $k$  は実数とする。

- (1) ① の不等式を解きなさい。
- (2) ①, ② をともに満たす実数  $x$  が存在するような  $k$  の値の範囲を求めなさい。
- (3) ①, ② をともに満たす整数  $x$  の個数がちょうど 3 個となるような  $k$  の値の範囲を求めなさい。

③ 放物線  $y=2x^2-2(a+1)x+a^2-1$  について、次の問いに答えなさい。

- (1)  $a=2$  のとき、放物線の頂点の座標を求めなさい。
- (2) この放物線が  $x$  軸と異なる 2 点  $P$ ,  $Q$  で交わるような定数  $a$  の値の範囲を求めなさい。
- (3) (2) のとき、線分  $PQ$  の長さの最大値とそのときの  $a$  の値を求めなさい。

※ ④と⑤の中から 1 つだけ選んで解答しなさい。

**注意** 解答用紙に選択した問題の番号の記入無い場合は、④を解答したものとします。

④ [図形と計量]

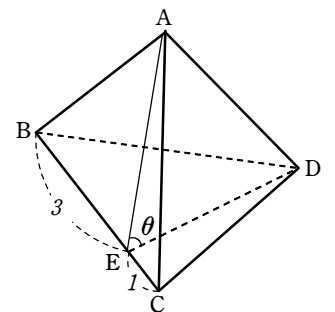
- (1)  $\angle A = 45^\circ$  の  $\triangle ABC$  において、頂点  $A$ ,  $B$ ,  $C$  に対する辺の長さをそれぞれ  $a$ ,  $b$ ,  $c$  とし、この三角形の外接円の中心を  $O$  とする。次の問いに答えなさい。

- ①  $\triangle ABC$  の面積を  $b$  と  $c$  を用いて表しなさい。
- ②  $\triangle OBC$  の面積を  $a$  を用いて表しなさい。
- ③  $\triangle OBC$  と  $\triangle ABC$  の面積比が  $(\sqrt{2}-1):1$  となる  $\angle ABC$  の大きさを求めなさい。

- (2) 1 辺の長さが 4 の正四面体  $ABCD$  の辺  $BC$  を 3 : 1 に内分する点を  $E$  とし、 $\angle AED = \theta$  とする。次の問いに答えなさい。

- ①  $AE$  の長さを求めなさい。
- ②  $\cos \theta$  の値を求めなさい。

- ③ 正四面体  $ABCD$  の体積が  $\frac{16\sqrt{2}}{3}$  であるとき、頂点  $B$  から  $\triangle AED$  に下した垂線  $BH$  の長さを求めなさい。



⑤ [場合の数と確率]

- (1) 次の問いに答えなさい。

- ① 420 の正の約数の個数を求めなさい。
- ② 420 の正の約数の総和を求めなさい。
- ③ 420, 600, 360 の正の公約数の個数を求めなさい。

- (2) 平面上に正八角形  $ABCDEFGH$  がある。このとき、頂点どうしを線分で結び、正八角形の内部を分割することを考えるとき、次の問いに答えなさい。

- ① 正八角形の内部を 1 本の線分で 2 つに分割するとき、分割の方法は何通りあるか求めなさい。
- ② 正八角形の内部を 2 本の線分で 4 つに分割するとき、分割の方法は何通りあるか求めなさい。
- ③ 正八角形の内部を 2 本の線分で 3 つに分割するとき、分割の方法は何通りあるか求めなさい。