平成26年度　第２回　数学診断テスト　α問題　【　解　説　】

1

(1) $(4x^3-2x^2+3x-6)-(2x^2+3x-5)$

$=4x^3-2x^2+3x-6-2x^2-3x+5$

$=4x^3+(-2-2)x^2+(3-3)x+(-6+5)$

$=4x^3-4x^2-1$

(2) $(-5x^3y)\times(xy^3)^2=(-5)\times x^3\times y\times x^2\times y^{3\times2}=(-5)\times x^{3+2}\times y^{1+6}=-5x^5y^7$

(3) $(x^2+4)(x+2)(x-2)=(x^2+4)\times(\boldsymbol{x+2})(\boldsymbol{x-2})$

$=(x^2+4)(x^2-4)$

$=(x^2)^2-4^2$

$=x^4-16$

(4) $6x^2-5xy-4y^2=(2x+y)(3x-4y)$

$$\begin{array}{ccccc} 2 & \times & y & \longrightarrow & 3y \\ 3 & & -4y & \longrightarrow & -8y \\ \hline 6 & & -4y^2 & & -5y \end{array}$$

(5) $0.\dot{5}=0.555\cdots\cdots$

$x=0.\dot{5}$ とすると　$x=0.555\cdots\cdots$　$\cdots$①

$10x=5.555\cdots\cdots$　$\cdots$②

②−① から　$10x-x=5$

すなわち　$9x=5$

したがって　$x=\dfrac{5}{9}$

$$\begin{array}{rl} & 10x=5.555\cdots\cdots \\ -) & x=0.555\cdots\cdots \\ \hline & 9x=5 \end{array}$$

(6) $\sqrt{32}-2\sqrt{18}=\sqrt{4^2\times2}-2\sqrt{3^2\times2}=4\sqrt{2}-2\times3\sqrt{2}=4\sqrt{2}-6\sqrt{2}$

$=(4-6)\sqrt{2}=-2\sqrt{2}$

(7) $\dfrac{\sqrt{2}}{3+\sqrt{5}}=\dfrac{\sqrt{2}(3-\sqrt{5})}{(3+\sqrt{5})(3-\sqrt{5})}=\dfrac{\sqrt{2}\times3-\sqrt{2}\times\sqrt{5}}{3^2-(\sqrt{5})^2}$

$=\dfrac{3\sqrt{2}-\sqrt{10}}{9-5}=\dfrac{3\sqrt{2}-\sqrt{10}}{4}$

(8) 左辺を展開して　$4x-2<7x+4$

移項すると　$4x-7x<4+2$

整理すると　$-3x<6$

両辺を -3 で割って　$x>-2$

(9) $|x-5|<7$ から　$-7<x-5<7$

各辺に 5 を足して　$-2<x<12$

(10) $A\cup B=\{1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 6\}$

(11) 対偶は　「$x<1$ ならば $x\geqq2$」

(12) 「$x^2=9 \Longrightarrow x=3$」は偽（反例:$x=-3$），「$x=3 \Longrightarrow x^2=9$」は真

よって　必要条件であるが十分条件ではない　(ｱ)

2

(1) $f(4)=4^2-3\cdot4+5=9$

(2) グラフは[図]。頂点は 点 $(-2,\ -1)$

(3) $2x^2-4x+5=2(x^2-2x)+5$

$=2\{(x-1)^2-1^2\}+5$

$=2(x-1)^2-2\cdot1^2+5=2(x-1)^2+3$

(4) グラフは[図]の実線部分である。

よって，y は $x=1$ で最小値 -5 をとる。

(5) 直線 $x=1$ を軸とするから，求める 2 次関数は $y=a(x-1)^2+q$ とおける。

このグラフが 2 点 $(0,\ 5)$，$(3,\ 11)$ を通るから　$5=a+q$，$11=4a+q$

これを解いて　$a=2$，$q=3$

よって，求める 2 次関数は　$y=2(x-1)^2+3$　（または　$y=2x^2-4x+5$）

(6) 共有点の x 座標は，2 次方程式 $x^2-3x-2=0$ の解である。

$x^2-3x-2=0$ を解くと

$$x=\frac{-(-3)\pm\sqrt{(-3)^2-4\cdot1\cdot(-2)}}{2\cdot1}=\frac{3\pm\sqrt{17}}{2}$$

よって，共有点の座標は　$\left(\dfrac{3-\sqrt{17}}{2},\ 0\right)$，$\left(\dfrac{3+\sqrt{17}}{2},\ 0\right)$

(7) 2 次関数 $y=3x^2-4x+2$ の係数について

$D=(-4)^2-4\cdot3\cdot2=-8<0$

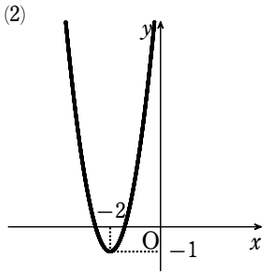
よって，共有点の個数は　0 個

(8) $x^2-x-6=0$ を解くと　$x=-2,\ 3$

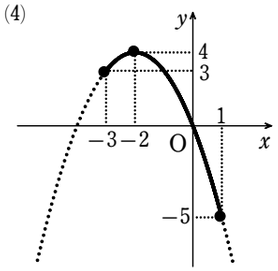
よって，$x^2-x-6>0$ の解は　$x<-2,\ 3<x$

別解　$x^2-3x-18>0$ から　$(x+2)(x-3)>0$　よって　$x<-2,\ 3<x$

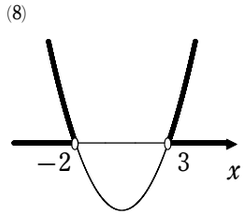
(2)



(4)



(8)



3

(1) $\sin30^\circ=\dfrac{1}{2}$

(2) $\sin^2\theta+\cos^2\theta=1$ から　$\cos^2\theta=1-\sin^2\theta=1-\left(\dfrac{\sqrt{5}}{3}\right)^2=\dfrac{4}{9}$

θ は鈍角であることより　$\cos\theta<0$ であるから

$\cos\theta=-\sqrt{\dfrac{4}{9}}=-\dfrac{2}{3}$

(3) $A=180^\circ-(60^\circ+75^\circ)=45^\circ$

正弦定理により　$\dfrac{12}{\sin45^\circ}=\dfrac{b}{\sin60^\circ}$

よって　$b=12\cdot\sin60^\circ\cdot\dfrac{1}{\sin45^\circ}=12\cdot\dfrac{\sqrt{3}}{2}\cdot\sqrt{2}=6\sqrt{6}$

(4) 余弦定理により

$a^2=b^2+c^2-2bc\cos A=4^2+6^2-2\cdot4\cdot6\cos60^\circ$

$=16+36-2\cdot4\cdot6\cdot\dfrac{1}{2}=28$

$a>0$ であるから　$a=\sqrt{28}=2\sqrt{7}$

(5) $S=\dfrac{1}{2}ab\sin C=\dfrac{1}{2}\cdot6\cdot4\sin60^\circ=\dfrac{1}{2}\cdot6\cdot4\cdot\dfrac{\sqrt{3}}{2}=6\sqrt{3}$

4

(1) このデータの平均値は

$\dfrac{1}{5}(69+73+52+91+42)=\dfrac{1}{9}\times327=65.4$ (点)

(2) このデータを小さい順に並べると

460，478，480，490，498，500

このデータの中央値は　$\dfrac{1}{2}(480+490)=\dfrac{1}{2}\times970=485$ (円)

(3) 中央値が 60 点未満であるから，半数以上の生徒が 60 点未満である。よって，(ｱ) は正しい。

最小値が 30 点台であるから，30 点台の生徒はいる。よって，(ｲ) は正しくない。

第 1 四分位数が 40 点台であるから，40 点以上の生徒は全体の 4 分の 3 の 30 人以上はいる。よって，(ｳ) は正しい。

以上から，正しいものは　(ｱ)，(ｳ)

(4) このデータの平均値は　$\dfrac{1}{5}(8+1+5+9+2)=\dfrac{1}{5}\times25=5$

よって、このデータの分散 s^2 は

$s^2=\dfrac{1}{5}\{(8-5)^2+(1-5)^2+(5-5)^2+(9-5)^2+(2-5)^2\}$

$=\dfrac{1}{5}(9+16+0+16+9)=\dfrac{1}{5}\times50=10$

(5) 散布図から，x と y の間に強い正の相関があるから　(ｴ)

5

(1) 360 を素因数分解すると　$360=2^3\cdot3^2\cdot5$

360 の正の約数は，2^3，3^2，5 のそれぞれの正の約数の積で表される。

2^3 の正の約数は，1，2，2^2，2^3 の 4 個　3^2 の正の約数は，1，3，3^2 の 3 個

5 の正の約数は，1，5 の 2 個

よって，360 の正の約数の個数は　$4\times3\times2=24$ (個)

(2) 男女が交互に並んでいる並び方は　男女男女男女男　となっている場合である。

そのときの　男子 4 人の並び方は　4! 通り　女子 3 人の並び方は　3! 通り

よって，求める並び方は　$4!\times3!=4\cdot3\cdot2\cdot1\times3\cdot2\cdot1=144$ (通り)

(3) 特定の男子 1 人を先に選んでおき，残りの 9 人から 4 人を選べばよい。

よって，求める選び方の総数は　${}_9C_4=\dfrac{9\cdot8\cdot7\cdot6}{4\cdot3\cdot2\cdot1}=126$ (通り)

(4) 3 の倍数は　3，6

よって，さいころを 1 回投げるとき，3 の倍数の目が出る確率は　$\dfrac{2}{6}=\dfrac{1}{3}$

したがって，求める確率は　${}_5C_3\left(\dfrac{1}{3}\right)^3\left(1-\dfrac{1}{3}\right)^{5-3}=10\times\left(\dfrac{1}{3}\right)^3\times\left(\dfrac{2}{3}\right)^2=\dfrac{40}{243}$

(5) 1回目，2 回目は赤玉が出て，3回目に白玉が出ればよいから，求める確率は

$\dfrac{7}{10}\times\dfrac{6}{9}\times\dfrac{3}{8}=\dfrac{7}{40}$