

1 【必須問題】 次の各問に答えなさい。

- (1) $(-2)^2 - 4^2$ を計算しなさい。 (2) $\frac{7}{5}x^2y \div \frac{2}{5}xy$ を計算しなさい。
- (3) 16 の平方根を答えなさい。
- (4) 1 次方程式 $x - 5 = 3x - 1$ を解きなさい。
- (5) 2 次方程式 $x^2 - 5x + 3 = 0$ を解きなさい。

【出題のねらい】

- (1) 指数の計算ができるか。
- (2) 単項式の割り算ができるか。
- (3) 平方根を答えられるか。
- (4) 1 次方程式が解けるか。
- (5) 解の公式を用いて、2 次方程式が解けるか。

【解答】

- (1) $(-2)^2 - 4^2 = 4 - 16 = -12$ 図
- (2) $\frac{7}{5}x^2y \div \frac{2}{5}xy = \frac{7x^2y}{5} \div \frac{2xy}{5} = \frac{7x^2y}{5} \times \frac{5}{2xy} = \frac{7}{2}x$ 図
- (3) 2乗すると16になる数だから、 ± 4 図
- (4) $x - 3x = -1 + 5$ より、 $-2x = 4$ よって、 $x = -2$ 図
- (5) 解の公式より、
$$x = \frac{-(-5) \pm \sqrt{(-5)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 3}}{2 \cdot 1} = \frac{5 \pm \sqrt{13}}{2}$$

よって $x = \frac{5 \pm \sqrt{13}}{2}$ 図

2 【必須問題】 次の各問に答えなさい。

- (1) 整式 $2x^3y + xy + y - 1$ について、 x に着目したときの次数と定数項を求めなさい。
- (2) $A = x^2 + 2x - 1$ 、 $B = 2x^2 - x - 3$ とする。 $2(A - 3B) - (A - 7B)$ を計算しなさい。
- (3) $(5x^3y)^2 \times xy$ を計算しなさい。
- (4) 次の式を展開しなさい。
① $3x^2(x^2 - 2x + 3)$ ② $(2x + 5)(3x - 1)$
③ $(x - y + 1)(x + y + 1)$ ④ $(x^2 + 4)(x + 2)(x - 2)$
- (5) 次の式を因数分解しなさい。
① $8x^2y - 6xy^2$ ② $x^2 - xy - 6y^2$
③ $3x^2 - 10x + 8$ ④ $(x - 7)^2 - 3(x - 7) - 10$
⑤ $x^2 + 3xy + 2y^2 + 2x - y - 15$

【出題のねらい】

- (1) 特定の文字に着目して次数と定数項が答えられるか。
- (2) 多項式の計算ができるか。
- (3) 指数法則を利用できるか。
- (4) 多項式の展開ができるか。
- (5) 多項式の因数分解ができるか。

【解答】

- (1) x に着目して整理すると、 $2yx^3 + yx + (y - 1)$
よって、次数は 3、定数項は $y - 1$ 図
- (2) $2(A - 3B) - (A - 7B) = 2A - 6B - A + 7B = A + B$
よって、 $A + B = (x^2 + 2x - 1) + (2x^2 - x - 3) = 3x^2 + x - 4$ 図
- (3) $(5x^3y)^2 \times xy = 25x^6y^2 \times xy = 25x^7y^3$ 図
- (4) ① $3x^2(x^2 - 2x + 3) = 3x^4 - 6x^3 + 9x^2$ 図
② $(2x + 5)(3x - 1) = 6x^2 - 2x + 15x - 5 = 6x^2 + 13x - 5$ 図
③ $(x - y + 1)(x + y + 1) = (x + 1 - y)(x + 1 + y)$ であり、
 $x + 1 = A$ とおくと $(A - y)(A + y) = A^2 - y^2$
$$= (x + 1)^2 - y^2 = x^2 + 2x + 1 - y^2$$

$$= x^2 + 2x - y^2 + 1$$
 図
④ $(x^2 + 4)(x + 2)(x - 2) = (x^2 + 4)(x^2 - 4) = (x^2)^2 - 4^2 = x^4 - 16$ 図
- (5) ① $8x^2y - 6xy^2 = 2xy(4x - 3y)$ 図
② $x^2 - xy - 6y^2 = (x + 2y)(x - 3y)$ 図

③ $3x^2 - 10x + 8 = (x - 2)(3x - 4)$ 図

1	$\times$	-2	$\rightarrow$	-6
3	$\times$	-4	$\rightarrow$	-4
3		8		-10

④ $x - 7 = A$ とおくと $(x - 7)^2 - 3(x - 7) - 10 = A^2 - 3A - 10$
$$= (A + 2)(A - 5)$$

$$= (x - 7 + 2)(x - 7 - 5)$$

$$= (x - 5)(x - 12)$$
 図

⑤ $x^2 + 3xy + 2y^2 + 2x - y - 15$
$$= x^2 + (3y + 2)x + (2y^2 - y - 15)$$

$$= x^2 + (3y + 2)x + (y - 3)(2y + 5)$$

$$= (x + y - 3)(x + 2y + 5)$$
 図

1	$\times$	-3	$\rightarrow$	-6
2	$\times$	5	$\rightarrow$	5
2		-15		-1

1	$\times$	$y - 3$	$\rightarrow$	$y - 3$
1	$\times$	$2y + 5$	$\rightarrow$	$2y + 5$
1		$(y - 3)(2y + 5)$		$3y + 2$

3 【必須問題】 次の各問に答えなさい。

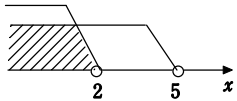
- (1) $|2| - |7|$ の値を求めなさい。
- (2) 次の計算をしなさい(③は分母の有理化をしなさい)。
① $\sqrt{12} + \sqrt{27} + \sqrt{48}$ ② $(\sqrt{6} + \sqrt{2})^2$ ③ $\frac{1}{\sqrt{3} + 1}$
- (3) 次の 1 次不等式、連立不等式を解きなさい。
① $2x - 3 \geq 6x + 5$ ② $\begin{cases} 2x < x + 5 \\ 4x + 3 < 2x + 7 \end{cases}$

【出題のねらい】

- (1) 絶対値の計算ができるか。
- (2) 根号を含む計算ができるか。
- (3) 1 次不等式、連立不等式が解けるか。

【解答】

- (1) $|2| - |7| = 2 - 7 = -5$ 図
- (2) ① $\sqrt{12} + \sqrt{27} + \sqrt{48} = 2\sqrt{3} + 3\sqrt{3} + 4\sqrt{3} = 9\sqrt{3}$ 図
② $(\sqrt{6} + \sqrt{2})^2 = \sqrt{6}^2 + 2 \cdot \sqrt{6} \cdot \sqrt{2} + \sqrt{2}^2 = 6 + 2\sqrt{12} + 2 = 8 + 4\sqrt{3}$ 図
③ $\frac{1}{\sqrt{3} + 1} = \frac{\sqrt{3} - 1}{(\sqrt{3} + 1)(\sqrt{3} - 1)} = \frac{\sqrt{3} - 1}{3 - 1} = \frac{\sqrt{3} - 1}{2}$ 図
- (3) ① $2x - 3 \geq 6x + 5$ より $-4x \geq 8$ 両辺を -4 でわって、 $x \leq -2$ 図
② $\begin{cases} 2x < x + 5 & \dots\dots(A) \\ 4x + 3 < 2x + 7 & \dots\dots(B) \end{cases}$ とする。
(A)より $x < 5$ $\dots\dots(A)'$
(B)より $2x < 4$ よって、 $x < 2$ $\dots\dots(B)'$
(A)', (B)' の共通の範囲を求めて、
 $x < 2$ 図



4 【必須問題】 次の方程式、不等式を解きなさい。

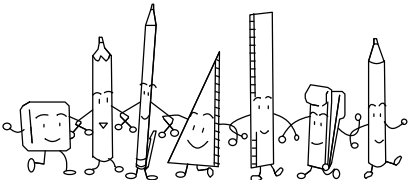
- (1) $|x - 1| = 2$ (2) $|x| > 4$

【出題のねらい】

- (1) 絶対値を含む方程式が解けるか。
- (2) 絶対値を含む不等式が解けるか。

【解答】

- (1) $|x - 1| = 2$ より、 $x - 1 = \pm 2$ よって、 $x = 3, -1$ 図
- (2) $|x| > 4$ より、 $x < -4, 4 < x$ 図



【選択問題】 次の各問に答えなさい。

- (1) 集合 $\{a, b\}$ の部分集合を、すべて書きなさい。
- (2) $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$ を全体集合とする。 U の部分集合
 $A = \{1, 2, 3\}$, $B = \{2, 4, 6\}$ について、次の集合を求めなさい。
 ① $A \cup B$ ② $\overline{A}$
- (3) 実数 a, b について、次の命題は偽である。反例をあげなさい。
 $ab=0 \Rightarrow a=0$ かつ $b=0$
- (4) 次の () の中に、必要、十分、必要十分のうち、最も適切なものを入れなさい。
 x が実数のとき、 $x > 1$ は $x > 3$ であるための()条件である。
- (5) x, y は実数とする。条件「 $x=1$ かつ $y>0$ 」の否定を書きなさい。

- (1) 部分集合をすべてあげられるか。
- (2) 和集合, 補集合を理解しているか。
- (3) 偽である命題の反例をあげられるか。
- (4) 必要, 十分, 必要十分条件を理解しているか。
- (5) 条件の否定が求められるか。

(1) 次の4個である。 $\emptyset$, $\{a\}$, $\{b\}$, $\{a, b\}$ 図

(2) ① $A=\{1, 2, 3\}$, $B=\{2, 4, 6\}$ の和集合だから,
 $A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 6\}$ 図

② 全体集合 $U=\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$ に関する補集合であるから,
 $\overline{A} = \{4, 5, 6, 7\}$ 図

(3) $a=0$, $b=1$ は, $ab=0$ であるが, $a=0$ かつ $b=0$ ではない。
よって, 反例のひとつは, $a=0$, $b=1$ 図

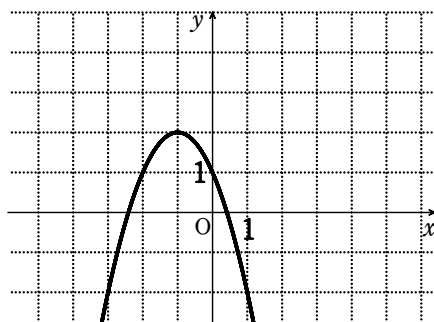
(4) $x>1 \Rightarrow x>3$ は偽であり (反例 $x=2$), $x>3 \Rightarrow x>1$ は真であるから,
 $x>1$ は $x>3$ であるための 必要条件である。 図

(5) $x \neq 1$ または $y \leq 0$ 図

- (1) 2 次関数 $y = -(x+1)^2 + 2$ のグラフの軸と頂点を求めなさい。
- (2) 2 次関数 $y = -(x+1)^2 + 2$ のグラフをかきなさい。
- (3) 2 次関数 $y = 3x^2 - 6x + 5$ を $y = a(x-p)^2 + q$ の形に変形しなさい。
- (4) 放物線 $y = x^2 + 4x - 3$ を、 x 軸方向に 1、 y 軸方向に -3 だけ平行移動したとき、移動後の放物線の方程式を求めなさい。
- (5) 周の長さが 10 m、縦の長さが x m、面積が y m²である長方形を考えると、 y は x の関数である。 y を x の式で表しなさい。また、この関数の定義域を求めなさい。

- (1) 平方完成された式からグラフの軸と頂点を求められるか。
- (2) 2 次関数のグラフがかけるか。
- (3) 平方完成できるか。
- (4) 平行移動した放物線を求められるか。
- (5) 文章を読んで、関数を求めることができるか。

(1) 軸は直線($x = -1$), 頂点は点($-1, 2$) 図



$$\begin{aligned} (3) \quad y &= 3x^2 - 6x + 5 \\ &= 3(x^2 - 2x) + 5 \\ &= 3\{(x-1)^2 - 1\} + 5 \\ &= 3(x-1)^2 - 3 + 5 \\ &= 3(x-1)^2 + 2 \quad \text{答} \end{aligned}$$

(4) $y = x^2 + 4x - 3 = (x+2)^2 - 4 - 3 = (x+2)^2 - 7$
より、放物線の頂点は点 $(-2, -7)$ である。この頂点を x 軸方向に 1、
 y 軸方向に -3 だけ平行移動した点は、
 $(-2+1, -7-3)$ より、 $(-1, -10)$
したがって、求める放物線の方程式は、 $y = (x+1)^2 - 10$
より、 $y = x^2 + 2x - 9$ 図

(5) 周の長さが 10 m、縦の長さが x m より、横の長さは $(5-x)$ m であるか
長方形の面積 y は $y = x(5-x)$ すなわち、 $y = -x^2 + 5x$ 図
また、長方形の辺の長さであるから、定義域は
 $x > 0$ かつ $5-x > 0$ より
 $x > 0$ かつ $5 > x$ すなわち $0 < x < 5$ 図

(1) 100 以下の自然数のうち、次のような数の個数を求めなさい。
① 4 で割り切れる数 ② 3 または 4 で割り切れる数

(2) 大中小 3 個のさいころを投げるとき、目の和が 6 になる場合は何通りあるか答えなさい。

(3) 5 個の数字 1, 2, 3, 4, 5 を 1 個ずつ使って 5 桁の整数を作る。
次の数は何個あるか求めなさい。
① 5 桁の整数 ② 5 桁の偶数

(4) 20 人から 2 人の委員を選ぶ方法は何通りあるか答えなさい。

- (1) 倍数の要素の個数を出することができるか。
- (2) 数え上げることができるか。
- (3) 順列の計算ができるか。
- (4) 組合せを理解しているか。

(1) 100 以下の自然数全体の集合を U とし、 U の部分集合で、4 で割り切れる数全体の集合を A 、3 で割り切れる数全体の集合を B とすると、

① $A = \{4 \cdot 1, 4 \cdot 2, 4 \cdot 3, \dots, 4 \cdot 25\}$

よって、要素の個数は $n(A) = 25$ したがって 25個 図

② $n(A \cup B)$ を求めればよい。

$B = \{3 \cdot 1, 3 \cdot 2, 3 \cdot 3, \dots, 3 \cdot 33\}$ より $n(B) = 33$

$A \cap B = \{12 \cdot 1, 12 \cdot 2, 12 \cdot 3, \dots, 12 \cdot 8\}$ より $n(A \cap B) = 8$

よって、 $n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$

$= 25 + 33 - 8 = 50$ したがって 50個 図

	(大)	(中)	(小)
1	1 — 4	2 — 3	3 — 2
2	1 — 3	2 — 2	3 — 1
3	1 — 2	2 — 1	
4	1 — 1		

(3) ① 5 個の数字を 1 列に並べる順列の総数であるから、
 $5! = 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 120$ したがって 120 個 図

② 一の位は 2 または 4 であるから、選び方は 2 通り。
 他の位には、残りの 4 個の数字を並べるから、 $4!$ 通り。
 よって、求める個数は、積の法則により
 $4! \times 2 = 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 \times 2 = 48$ したがって 48 個 図

(4) 20 人から 2 人を選ぶ組み合わせであるから、

$${}_{20}C_2 = \frac{20 \cdot 19}{2 \cdot 1} = 190 \quad \text{したがって } 190 \text{ 個} \quad \text{答}$$

