平成27年度　第２回　数学診断テスト　α問題　【　解　説　】

1

(1)　$(3x^3-5x+1)-(-2x^2+4x^3-5)$

$=3x^3-5x+1+2x^2-4x^3+5$

$=(3x^3-4x^3)+2x^2-5x+(1+5)$

$=-x^3+2x^2-5x+6$

(2)　$3x^2y\times(-2xy^2)^3=3x^2y\times(-8x^3y^6)=-24x^5y^7$

(3)　$(x-1)^2(x+1)^2=\{(x-1)(x+1)\}^2$

$=(x^2-1)^2$

$=(x^2)^2-2\cdot x^2\cdot 1+1^2$

$=x^4-2x^2+1$

(4)　$2x^2+11xy+15y^2=(x+3y)(2x+5y)$

$$\begin{array}{cccc} 1 & \times & 3y \longrightarrow & 6y \\ 2 & & 5y \longrightarrow & 5y \\ \hline 2 & & 15y^2 & 11y \end{array}$$

(5)　$\dfrac{4}{11}=0.363636\cdots=0.\dot{3}\dot{6}$

(6)　$1-\sqrt{2}<0$ より　$|1-\sqrt{2}|=-(1-\sqrt{2})=\sqrt{2}-1$

(7)　$\sqrt{18}+\sqrt{2}-\sqrt{50}=3\sqrt{2}+\sqrt{2}-5\sqrt{2}=(3+1-5)\sqrt{2}=-\sqrt{2}$

(8)　$\dfrac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{2}}=\dfrac{1\times(\sqrt{3}-\sqrt{2})}{(\sqrt{3}+\sqrt{2})(\sqrt{3}-\sqrt{2})}$

$=\dfrac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{(\sqrt{3})^2-(\sqrt{2})^2}$

$=\dfrac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{3-2}=\sqrt{3}-\sqrt{2}$

(9)　右辺を展開して　$5x-11<8x-2$

移項すると　$5x-8x<-2+11$

整理すると　$-3x<9$

両辺を -3 で割って　$x>-3$

(10)　$|x|<4$ から　$-4<x<4$

(11)　$A\cup B=\{1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 6\}$

(12)　$U=\{1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 6,\ 9,\ 12,\ 18,\ 36\}$

よって，$\overline{A}=\{1,\ 2,\ 4,\ 36\}$

2

(1)　$f(-2)=(-2)^2-2\cdot(-2)+2=10$

(2)　グラフは[図]。頂点は 点$(3,\ 6)$

(3)　$x^2-4x+6=(x^2-4x)+6$

$=(x-2)^2-2^2+6$

$=(x-2)^2-4+6=(x-2)^2+2$

(4)　グラフは[図]。

よって，y は $x=-2$ で最小値 -5 をとる。

(5)　点$(1,\ 2)$を頂点とするから，求める２次関数は $y=a(x-1)^2+2$ とおける。

このグラフが 点$(-1,\ 6)$ を通るから　$6=4a+2$

これを解いて　$a=1$

よって，求める２次関数は　$y=(x-1)^2+2$　（または　$y=x^2-2x+3$）

(6)　２次方程式 $x^2+3x+1=0$ について，解の公式を用いると，

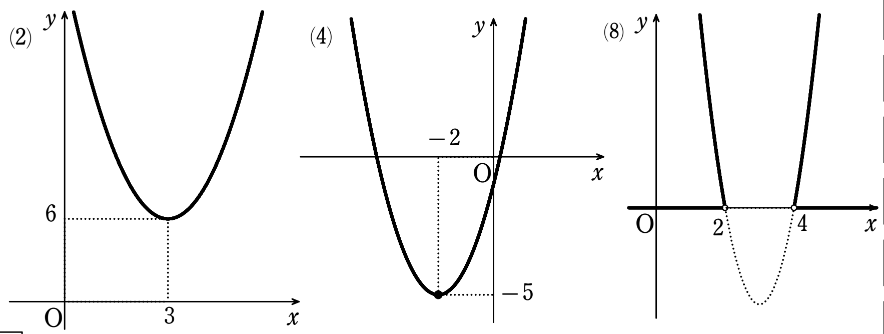
$x=\dfrac{-3\pm\sqrt{3^2-4\cdot1\cdot1}}{2\cdot1}=\dfrac{-3\pm\sqrt{5}}{2}$

(7)　2次方程式 $x^2-6x+8=0$ とすると，$(x-2)(x-4)=0$ より，$x=2,\ 4$

よって，x 軸との共有点の座標は $(2,0),(4,0)$

(8)　$x^2-6x+8=0$ を解くと　$x=2,\ 4$

よって，$x^2-6x+8>0$ の解は　$x<2,\ 4<x$



3

(1)　$\sin 60^\circ=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$

(2)　三平方の定理より，

$AB^2=AC^2+BC^2=4^2+3^2=16+9=25$

$AB>0$　より　$AB=5$

したがって，$\sin A=\dfrac{3}{5}$

(3)　$\sin^2\theta+\cos^2\theta=1$ から　$\cos^2\theta=1-\sin^2\theta=1-\left(\dfrac{2}{3}\right)^2=\dfrac{5}{9}$

θ は鈍角であるから　$\cos\theta<0$

$\cos\theta=-\sqrt{\dfrac{5}{9}}=-\dfrac{\sqrt{5}}{3}$

(4)　正弦定理により　$\dfrac{AC}{\sin 45^\circ}=\dfrac{\sqrt{2}}{\sin 30^\circ}$

よって　$AC=\sqrt{2}\cdot\sin 45^\circ\cdot\dfrac{1}{\sin 30^\circ}=\sqrt{2}\cdot\dfrac{1}{\sqrt{2}}\cdot 2=2$

(5)　余弦定理により

$BC^2=AB^2+CA^2-2\cdot AB\cdot CA\cdot\cos A$

$=2^2+\sqrt{3}^{\,2}-2\cdot2\sqrt{3}\cos 150^\circ$

$=4+3-4\sqrt{3}\cdot\left(-\dfrac{\sqrt{3}}{2}\right)=13$

$BC>0$ であるから　$BC=\sqrt{13}$

4

(1)　このデータの平均値は

$\dfrac{1}{5}(72+65+88+45+76)=\dfrac{1}{5}\times327=69.2$（点）

(2)　このデータを小さい順に並べると

194，195，198，207，208，218，239

このデータの中央値は　207（円）

(3)　中央値が 16 m以上から，半数以上の生徒が 16 m以上である。

よって，(ア) は正しい。

最小値が 13 m台であるから，13 m台の生徒はいる。よって，(イ) は正しくない。

第１四分位数が 15 m台であるから，15 m以上の生徒は全体の４分の３の 30 人以上はいる。よって，(ウ) は正しい。

以上から，正しいものは　(ア)，(ウ)

(4)　このデータの平均値は　$\dfrac{1}{5}(10+4+6+8+7)=\dfrac{1}{5}\times35=7$（冊）

よって，このデータの分散 s^2 は

$s^2=\dfrac{1}{5}\{(10-7)^2+(4-7)^2+(6-7)^2+(8-7)^2+(7-7)^2\}$

$=\dfrac{1}{5}(9+9+1+1+0)=\dfrac{1}{5}\times20=4$

(5)　散布図から，x と y の間に強い負の相関があるから　(ア)

5

(1)　72 を素因数分解すると　$72=2^3\cdot3^2$

72 の正の約数は，2^3，3^2 のそれぞれの正の約数の積で表される。

2^3 の正の約数は，1，2，2^2，2^3 の ４個

3^2 の正の約数は，1，3，3^2 の ３個

よって，72 の正の約数の個数は　$4\times3=12$（個）

(2)　３桁の整数は，５つから３つを選ぶ順列の総数に等しいから，

${}_5P_3=5\times4\times3=60$（個）

(3)　６人の円形のテーブルの席への座り方は，６人の円順列の総数に等しいから，

$(6-1)!=5!=5\times4\times3\times2\times1=120$（通り）

(4)　3の倍数は　3，6

よって，さいころを１回投げるとき，3の倍数の目が出る確率は　$\dfrac{2}{6}=\dfrac{1}{3}$

したがって，求める確率は　${}_4C_2\left(\dfrac{1}{3}\right)^2\left(1-\dfrac{1}{3}\right)^{4-2}=6\times\left(\dfrac{1}{3}\right)^2\times\left(\dfrac{2}{3}\right)^2=\dfrac{8}{27}$

(5)　赤玉６個と白玉４個の全部で 10 個の玉から３個の取り出し方は

${}_{10}C_3=\dfrac{10\times9\times8}{3\times2\times1}=120$（通り）

赤玉６個から１個，白玉４個から２個を取る組み合わせは

${}_6C_1\times{}_4C_2=6\times6=36$（通り）

よって，求める確率は

$\dfrac{{}_6C_1\times{}_4C_2}{{}_{10}C_3}=\dfrac{36}{120}=\dfrac{3}{10}$