

- 1 【必須問題】 次の各問に答えなさい。
- (1) $-3^2 - (-2)^2$ を計算しなさい。 (2) $x^2 + x - 12$ を因数分解しなさい。
- (3) 11の平方根を答えなさい。
- (4) 1次方程式 $5x + 4 = 7x - 6$ を解きなさい。
- (5) 2次方程式 $x^2 - 3x + 1 = 0$ を解きなさい。

【出題のねらい】

- (1) 指数の計算ができるか。
 (2) 因数分解ができるか。
 (3) 平方根を答えられるか。
 (4) 1次方程式が解けるか。
 (5) 解の公式を用いて、2次方程式が解けるか。

【解答】

- (1) $-3^2 - (-2)^2 = -9 - 4 = -13$ 図
- (2) $x^2 + x - 12 = (x+4)(x-3)$ 図
- (3) 2乗すると11になる数だから、 $\pm\sqrt{11}$ 図
- (4) $5x - 7x = -6 - 4$ より、 $-2x = -10$ よって、 $x = 5$ 図
- (5) 解の公式より、

$$x = \frac{-(-3) \pm \sqrt{(-3)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 1}}{2 \cdot 1} = \frac{3 \pm \sqrt{5}}{2}$$
 よって $x = \frac{3 \pm \sqrt{5}}{2}$ 図

- 2 【必須問題】 次の各問に答えなさい。

- (1) 整式 $x^3 + 2x^2y - xy^2 + 3y^3 + 4$ について、 x に着目したときの次数と定数項を求めなさい。
- (2) $A = -x^2 + 2x + 1$, $B = 4x^2 - 5x - 6$ とする。 $A + 4B - 3(B - A)$ を計算しなさい。
- (3) $(-2x^2y)^2 \times 5xy^3$ を計算しなさい。
- (4) 次の式を展開しなさい。
 (ア) $(2x+1)(x^2-x-1)$ (イ) $(x-y)(x+2y)$
 (ウ) $(a-b+c)^2$ (エ) $(a+b)^2(a-b)^2$
- (5) 次の式を因数分解しなさい。
 (ア) $2x^2y - 6xy^2$ (イ) $49x^2 - y^2$
 (ウ) $2x^2 - 5x + 3$ (エ) $(x+y)^2 - 5(x+y) + 6$
 (オ) $x^2 + 3xy + 2y^2 + 3x + 5y + 2$

【出題のねらい】

- (1) 特定の文字に着目して次数と定数項が答えられるか。
 (2) 多項式の計算ができるか。
 (3) 指数法則を利用できるか。
 (4) 多項式の展開ができるか。
 (5) 多項式の因数分解ができるか。

【解答】

- (1) x に着目して整理すると、 $x^3 + 2yx^2 - y^2x + (3y^3 + 4)$
 よって、次数は3、定数項は $3y^3 + 4$ 図
- (2) $A + 4B - 3(B - A) = A + 4B - 3B + 3A = 4A + B$
 よって、 $4A + B = 4(-x^2 + 2x + 1) + (4x^2 - 5x - 6) = 3x - 2$ 図
- (3) $(-2x^2y)^2 \times 5xy^3 = 4x^4y^2 \times 5xy^3 = 20x^5y^5$ 図
- (4) (ア) $(2x+1)(x^2-x-1) = 2x^3 - x^2 - 3x - 1$ 図
 (イ) $(x-y)(x+2y) = x^2 + xy - 2y^2$ 図
 (ウ) $a-b=A$ とおくと $(A+c)^2 = A^2 + 2Ac + c^2$

$$= (a-b)^2 + 2c(a-b) + c^2$$

$$= a^2 + b^2 + c^2 - 2ab - 2bc + 2ca$$
 図
 【別解】 公式を用いて、

$$(a-b+c)^2 = a^2 + (-b)^2 + c^2 + 2a(-b) + 2(-b)c + 2ca$$

 (エ) $(a+b)^2(a-b)^2 = [(a+b)(a-b)]^2 = (a^2 - b^2)^2 = a^4 - 2a^2b^2 + b^4$ 図

(5) (ア) $2x^2y - 6xy^2 = 2xy(x-3y)$ 図

(イ) $49x^2 - y^2 = (7x+y)(7x-y)$ 図

(ウ) $2x^2 - 5x + 3 = (x-1)(2x-3)$ 図

$$\begin{array}{r} 1 \times -1 \rightarrow -2 \\ 2 \times -3 \rightarrow -6 \\ \hline 2 \quad 3 \quad -5 \end{array}$$

(エ) $(x+y) = A$ とおくと $(x+y)^2 - 5(x+y) + 6 = A^2 - 5A + 6$

$$= (A-2)(A-3)$$

$$= (x+y-2)(x+y-3)$$
 図

(オ) $x^2 + 3xy + 2y^2 + 3x + 5y + 2$

$$= x^2 + (3y+3)x + (2y^2 + 5y + 2)$$

$$= x^2 + (3y+3)x + (2y+1)(y+2)$$

$$= (x+2y+1)(x+y+2)$$
 図

$$\begin{array}{r} 2 \times 1 \rightarrow 2 \\ 1 \times 2 \rightarrow 2 \\ \hline 2 \quad 2 \quad 5 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1 \times 2y+1 \rightarrow 2y+1 \\ 1 \times y+2 \rightarrow y+2 \\ \hline 1 \quad (2y+1)(y+1) \quad 3y+3 \end{array}$$

- 3 【必須問題】 次の各問に答えなさい。

- (1) $|-2+4|$ の値を求めなさい。
- (2) 次の計算をしなさい(③は分母の有理化をしなさい)。
 (ア) $\sqrt{3} - \sqrt{27} + \sqrt{12}$ (イ) $(\sqrt{5} - \sqrt{2})^2$
 (ウ) $\frac{1}{\sqrt{3} + \sqrt{2}}$
- (3) 次の1次不等式、連立不等式を解きなさい。
 (ア) $2x - 1 > 4x + 3$ (イ) $\begin{cases} 4x \geq 3x - 5 \\ 2(x-1) \leq x + 3 \end{cases}$

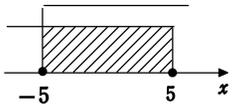
【出題のねらい】

- (1) 絶対値の計算ができるか。
 (2) 根号を含む計算ができるか。
 (3) 1次不等式、連立不等式が解けるか。

【解答】

- (1) $|-2+4| = |2| = 2$ 図
- (2) (ア) $\sqrt{3} - \sqrt{27} + \sqrt{12} = \sqrt{3} - 3\sqrt{3} + 2\sqrt{3} = 0$ 図
 (イ) $(\sqrt{5} - \sqrt{2})^2 = \sqrt{5}^2 - 2 \cdot \sqrt{5} \cdot \sqrt{2} + \sqrt{2}^2 = 5 - 2\sqrt{10} + 2 = 7 - 2\sqrt{10}$ 図
 (ウ) $\frac{1}{\sqrt{3} + \sqrt{2}} = \frac{\sqrt{3} - \sqrt{2}}{(\sqrt{3} + \sqrt{2})(\sqrt{3} - \sqrt{2})} = \frac{\sqrt{3} - \sqrt{2}}{3 - 2} = \sqrt{3} - \sqrt{2}$ 図
- (3) (ア) $2x - 1 > 4x + 3$ より $-2x > 4$ 両辺を -2 でわって、 $x < -2$ 図
 (イ) $\begin{cases} 4x \geq 3x - 5 \dots \textcircled{1} \\ 2(x-1) \leq x + 3 \dots \textcircled{2} \end{cases}$ とする。
 ①より $x \geq -5 \dots \textcircled{3}$
 ②より $2x - 2 \leq x + 3$ よって、 $x \leq 5 \dots \textcircled{4}$
 ③、④の共通の範囲を求めて、

$$-5 \leq x \leq 5$$
 図



- 4 【必須問題】 次の方程式、不等式を解きなさい。

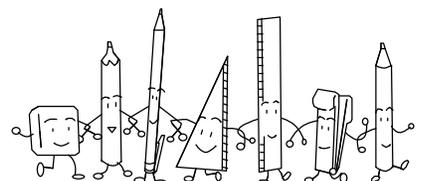
- (1) $|x+2|=3$ (2) $|x| < 3$

【出題のねらい】

- (1) 絶対値を含む方程式が解けるか。
 (2) 絶対値を含む不等式が解けるか。

【解答】

- (1) $|x+2|=3$ より、 $x+2 = \pm 3$ よって、 $x = 1, -5$ 図
- (2) $|x| < 3$ より、 $-3 < x < 3$ 図



- 5 【選択問題】 次の各問に答えなさい。
- 集合 $A = \{x \mid x \text{ は } 10 \text{ 以下の正の偶数}\}$ を、要素を書き並べて表しなさい。
 - $U = \{1, 3, 5, 7, 9, 11\}$ を全体集合とする。 U の部分集合 $A = \{1, 3, 5\}$, $B = \{5, 7, 9, 11\}$ について、次の集合を求めなさい。
(ア) $A \cap B$ (イ) $\overline{A \cap B}$
 - 整数 x について、命題「 $x > -3 \Rightarrow x > 1$ 」は偽である。
このとき、反例を1つあげなさい。
 - 次の()の中に、必要、十分、必要十分のうち、最も適切なものを入れなさい。ただし、 x は実数とする。
 $x = -2$ は $(x+2)(x-3) = 0$ であるための()条件である。
 - x, y は実数とする。条件「 $x \leq 3$ かつ $y \neq 1$ 」の否定を書きなさい。

【出題のねらい】

- 要素を書き並べて表せるか。
- 和集合、補集合を理解しているか。
- 偽である命題の反例をあげられるか。
- 必要、十分、必要十分条件を理解しているか。
- 条件の否定が求められるか。

【解答】

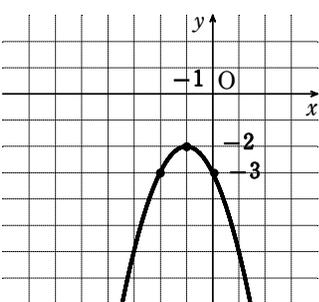
- $A = \{2, 4, 6, 8, 10\}$ 図
- (ア) $A = \{1, 3, 5\}$, $B = \{5, 7, 9, 11\}$ の共通部分だから、
 $A \cap B = \{5\}$ 図
(イ) 全体集合 $U = \{1, 3, 5, 7, 9, 11\}$ に関する $A \cap B$ の補集合であるから、
(ア)より、 $\overline{A \cap B} = \{1, 3, 7, 9, 11\}$ 図
- $x = -2$ は、 $x > -3$ であるが、 $x > 1$ ではない。
よって、反例は、 $x = -2$ 図
参考 反例は他にも $x = -1, 0$ がある。
- $x = -2 \Rightarrow (x+2)(x-3) = 0$ は真、
 $(x+2)(x-3) = 0 \Rightarrow x = -2$ は偽 (反例 $x = 3$) であるから、
 $x = -2$ は $(x+2)(x-3) = 0$ であるための (十分) 条件である。 図
- $x > 3$ または $y = 1$ 図

- 6 【選択問題】 次の各問に答えなさい。
- 関数 $f(x) = -x^2 + 3x$ において、 $f(3)$ の値を求めなさい。
 - 2次関数 $y = -(x+1)^2 - 2$ のグラフの軸と頂点を求めなさい。
 - 2次関数 $y = -(x+1)^2 - 2$ のグラフをかきなさい。
 - 2次関数 $y = 3x^2 + 6x - 2$ を $y = a(x-p)^2 + q$ の形に変形しなさい。
 - 放物線 $y = x^2 - 2x - 3$ を平行移動して、放物線 $y = x^2 + 6x + 7$ に重ねるには、どのように平行移動すればよいか答えなさい。

【出題のねらい】

- 関数の値を求めることができるか。
- 平方完成された式からグラフの軸と頂点を求められるか。
- 2次関数のグラフがかけられるか。
- 平方完成できるか。
- 放物線を平行移動して重ねるため、どれだけ平行移動したかを求められるか。

【解答】

- $f(3) = -(3)^2 + 3 \cdot (3) = -9 + 9 = 0$ 図
- 軸は直線 ($x = -1$)、頂点は点 $(-1, -2)$ 図
- 

頂点 点 $(-1, -2)$ をとり、 x^2 の係数が負であるから、上に凸。
 y 切片を求めて、グラフをかく。
- $$y = 3x^2 + 6x - 2$$

$$= 3(x^2 + 2x) - 2$$

$$= 3(x^2 + 2x + 1 - 1) - 2$$

$$= 3((x+1)^2 - 1) - 2$$

$$= 3(x+1)^2 - 5$$
 図

- 放物線 $y = x^2 - 2x - 3$ は $y = (x-1)^2 - 4$ と変形できるから、頂点は点 $(1, -4)$ 。
同様に、放物線 $y = x^2 + 6x + 7$ は $y = (x+3)^2 - 2$ と変形できるから、
頂点は点 $(-3, -2)$
よって、放物線 $y = x^2 - 2x - 3$ を平行移動して、放物線 $y = x^2 + 6x + 7$ に
重ねるには、 x 軸方向に (-4) 、 y 軸方向に (2) だけ平行移動すればよい。 図

- 7 【選択問題】 次の各問に答えなさい。
- 80 以下の自然数のうち、次のような数の個数を求めなさい。
(ア) 2 の倍数 (イ) 2 の倍数または 3 の倍数
 - 3種類のハンバーガーと5種類の飲み物と2種類のポテトから、
1種類ずつ選ぶとき、セットの種類は何通りあるか。 
 - 男子2人と女子3人が1列に並ぶとき、男子が両端にくるときの並び方は何通りあるか。
 - 大人4人、子ども5人の中からそれぞれ2人を選んで4人の組を作るとき、
何通りの組が作れるか。
 - 6個の数字1, 1, 1, 2, 3, 3をすべて並べてできる6桁の整数は何個あるか。

【出題のねらい】

- 倍数の要素の個数を出すことができるか。
- 積の法則を用いて計算ができるか。
- 条件のある順列の計算ができるか。
- 積の法則を用いた組合せの計算ができるか。
- 同じものを含む順列の計算ができるか。

【解答】

- 80 以下の自然数全体の集合を U とし、 U の部分集合で、2で割り切れる数全体の集合を A 、3で割り切れる数全体の集合を B とすると、
(ア) $A = \{2 \cdot 1, 2 \cdot 2, 2 \cdot 3, \dots, 2 \cdot 40\}$
よって、要素の個数は $n(A) = 40$ したがって 40個 図
(イ) $n(A \cup B)$ を求めればよい。
 $B = \{3 \cdot 1, 3 \cdot 2, 3 \cdot 3, \dots, 3 \cdot 26\}$ より $n(B) = 26$
 $A \cap B = \{6 \cdot 1, 6 \cdot 2, 6 \cdot 3, \dots, 6 \cdot 13\}$ より $n(A \cap B) = 13$
よって、 $n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$
 $= 40 + 26 - 13 = 53$ したがって 53個 図
- 積の法則より $3 \times 5 \times 2 = 30$ したがって 30通り 図
- 両端の男子2人の並び方は、2! 通り。
間に並ぶ女子3人の並び方は、3! 通り。
よって、並び方の総数は $2! \times 3! = 12$ したがって 12通り 図
- 大人4人から2人の選び方は ${}_4C_2$ 通り。子ども5人から2人の選び方は ${}_5C_2$ 通り。よって、4人の組の総数は、
 ${}_4C_2 \times {}_5C_2 = \frac{4 \cdot 3}{2 \cdot 1} \times \frac{5 \cdot 4}{2 \cdot 1} = 60$ したがって 60通り 図
- 1が3個、2が1個、3が2個あり、これらを1列に並べるから
 $\frac{6!}{3!1!2!} = \frac{6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}{3 \cdot 2 \cdot 1 \times 1 \times 2 \cdot 1} = 60$ したがって 60通り 図

