平成２９年度　第１回　数学診断テスト　α 問題【解答・解説】　沖縄県高等学校数学教育会

1 【必須問題】次の各問に答えなさい。

(1) $\frac{1}{2}\div\left(-\frac{5}{3}\right)$ を計算しなさい。　(2) x^2+3x を因数分解しなさい。

(3) $\sqrt{49}$ を根号を使わずに表しなさい。

(4) 連立方程式 $\begin{cases}3x+y=6\\x-y=2\end{cases}$ を解きなさい。

(5) 2 次方程式 $x^2+5x+2=0$ を解きなさい。

【出題のねらい】

(1) 分数の割り算ができるか。

(2) 因数分解ができるか。

(3) 根号を使わずに表現できるか。

(4) 連立方程式が解けるか。

(5) 解の公式を用いて，2 次方程式が解けるか。

【解答】

(1) $\frac{1}{2}\div\left(-\frac{5}{3}\right)=\frac{1}{2}\times\left(-\frac{3}{5}\right)=-\frac{3}{10}$ 答

(2) $x^2+3x=x(x+3)$ 答

(3) $\sqrt{49}=\sqrt{7\times7}=7$ 答

(4) 連立方程式を解くと　$x=2$　よって，$y=0$

したがって，求める連立方程式の解は　$x=2$，$y=0$ 答

$$\begin{array}{rr} & 3x+y=6\\ + & x-y=2\\ \hline & 4x\quad=8\end{array}$$

(5) 解の公式より，

$x=\frac{-5\pm\sqrt{5^2-4\cdot1\cdot2}}{2\cdot1}=\frac{-5\pm\sqrt{17}}{2}$　よって　$x=\frac{-5\pm\sqrt{17}}{2}$ 答

2 【必須問題】次の各問に答えなさい。

(1) 整式 $x^2+2ax-x+3b$ は x について何次式か求めなさい。またそのときの定数項も求めなさい。

(2) $A=x^2-x+2$，$B=2x^2+4x+3$ のとき，$3A-2B$ を計算しなさい。

(3) $(3xy^3)^2\times(-2x^3y)$ を計算しなさい。

(4) 次の式を展開しなさい。

(ア) $x(2x^2+x-3)$　(イ) $(3x+y)^2$

(ウ) $(x-y+1)(x-y-1)$　(エ) $(a+b-c)^2$

(5) 次の式を因数分解しなさい。

(ア) $3xy^2+9x^2y$　(イ) $9x^2+6x+1$

(ウ) $3x^2+7x+2$　(エ) $(x+y)^2+3(x+y)-10$

(オ) $x^2+4xy+3y^2+3x+7y+2$

【出題のねらい】

(1) 特定の文字に着目して何次式か、またそのときの定数項が答えられるか。

(2) 多項式の計算ができるか。

(3) 指数法則を利用できるか。

(4) 多項式の展開ができるか。

(5) 多項式の因数分解ができるか。

【解答】

(1) x に着目して整理すると，$x^2+(2a-1)x+3b$

よって，整式は（２）次式で，定数項は（ $3b$ ）答

(2) $3A-2B=3(x^2-x+2)-2(2x^2+4x+3)=-x^2-11x$ 答

(3) $(3xy^3)^2\times(-2x^3y)=9x^2y^6\times(-2x^3y)=-18x^5y^7$ 答

(4) (ア) $x(2x^2+x-3)=2x^3+x^2-3x$ 答

(イ) $(3x+y)^2=9x^2+6xy+y^2$ 答

(ウ) $x-y=A$ とおくと　$(A+1)(A-1)=A^2-1=(x-y)^2-1$

$=x^2-2xy+y^2-1$ 答

(エ) $a+b=A$ とおくと　$(A-c)^2=A^2-2Ac+c^2$

$=(a+b)^2-2c(a+b)+c^2$

$=a^2+b^2+c^2+2ab-2bc-2ca$ 答

別解　公式を用いて、

$(a+b-c)^2=a^2+b^2+(-c)^2+2ab+2b(-c)+2(-c)a$

$=a^2+b^2+c^2+2ab-2bc-2ca$ 答

(5) (ア) $3xy^2+9x^2y=3xy(y+3x)$ 答

(イ) $9x^2+6x+1=(3x)^2+2\times(3x)\times1+1^2=(3x+1)^2$ 答

(ウ) $3x^2+7x+2=(3x+1)(x+2)$ 答

$$\begin{array}{ccccc}3 & \times & 1 & \longrightarrow & 1\\ 1 & & 2 & \longrightarrow & 6\\ \hline 3 & & 2 & & 7\end{array}$$

(エ) $(x+y)=A$ とおくと　$(x+y)^2+3(x+y)-10=A^2+3A-10$

$=(A-2)(A+5)$

$=(x+y-2)(x+y+5)$ 答

(オ) $x^2+4xy+3y^2+3x+7y+2$

$=x^2+(4y+3)x+(3y^2+7y+2)$

$=x^2+(4y+3)x+(3y+1)(y+2)$

$=(x+3y+1)(x+y+2)$ 答

$$\begin{array}{ccccc}3 & \times & 1 & \longrightarrow & 1\\ 1 & & 2 & \longrightarrow & 6\\ \hline 3 & & 2 & & 7\end{array}$$

$$\begin{array}{ccccc}1 & \times & 3y+1 & \longrightarrow & 3y+1\\ 1 & & y+2 & \longrightarrow & y+2\\ \hline 1 & & (3y+1)(y+2) & & 4y+3\end{array}$$

3 【必須問題】次の各問に答えなさい。

(1) $|5-6|$ の値を求めなさい。

(2) 次の計算をしなさい(ウは分母の有理化をしなさい)。

(ア) $4\sqrt{2}+\sqrt{8}-\sqrt{50}$　(イ) $(\sqrt{5}+2)(\sqrt{5}-2)$

(ウ) $\frac{1}{\sqrt{6}-\sqrt{3}}$

(3) 次の 1 次不等式，連立不等式を解きなさい。

(ア) $4x+2\leqq5x-1$　(イ) $\frac{x-2}{3}>\frac{3x+1}{2}$

(ウ) $\begin{cases}x+1\leqq4\\2x-3\geqq1\end{cases}$　(エ) $3x<2x+1<5x+7$

【出題のねらい】

(1) 絶対値の計算ができるか。

(2) 根号を含む計算ができるか。

(3) 1 次不等式，連立不等式が解けるか。

【解答】

(1) $|5-6|=|-1|=1$ 答

(2) (ア) $4\sqrt{2}+\sqrt{8}-\sqrt{50}=4\sqrt{2}+2\sqrt{2}-5\sqrt{2}=\sqrt{2}$ 答

(イ) $(\sqrt{5}+2)(\sqrt{5}-2)=\sqrt{5}^2-2^2=5-4=1$ 答

(ウ) $\frac{1}{\sqrt{6}-\sqrt{3}}=\frac{\sqrt{6}+\sqrt{3}}{(\sqrt{6}-\sqrt{3})(\sqrt{6}+\sqrt{3})}=\frac{\sqrt{6}+\sqrt{3}}{6-3}=\frac{\sqrt{6}+\sqrt{3}}{3}$ 答

(3) (ア) $4x+2\leqq5x-1$　より　$-x\leqq-3$　両辺を -1 でわって，　$x\geqq3$ 答

(イ) 両辺に 6 をかけて　$6\times\frac{x-2}{3}>6\times\frac{3x+1}{2}$

$2(x-2)>3(3x+1)$

$2x-4>9x+3$

$-7x>7$

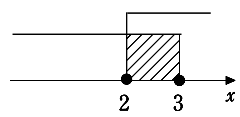
両辺を -7 でわって，　$x<-1$ 答

(ウ) $\begin{cases}x+1\leqq4 & \cdots①\\2x-3\geqq1 & \cdots②\end{cases}$ とする。

①より　$x\leqq3$ …③

②より　$2x\geqq4$　よって，$x\geqq2$ …④

③，④の共通の範囲を求めて，　$2\leqq x\leqq3$ 答

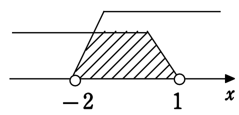


(エ) $\begin{cases}3x<2x+1 & \cdots①\\2x+1<5x+7 & \cdots②\end{cases}$ とする。

①より　$x<1$ …③

②より　$-3x<6$　両辺を -3 でわって，$x>-2$ …④

③，④の共通の範囲を求めて，　$-2<x<1$ 答



【選択問題へ続きます】

4 【選択問題】次の各問に答えなさい。

(1) 12 の正の約数全体の集合 A を，要素を書き並べて表しなさい。

(2) $U=\{2,\ 4,\ 6,\ 8,\ 10,\ 12\}$ を全体集合とする。U の部分集合 $A=\{2,\ 6\}$，$B=\{4,\ 6,\ 10\}$ について，次の集合を求めなさい。

(ア) $A\cup B$　　　(イ) $\overline{A\cup B}$

(3) 自然数 n について，命題「n が 3 の倍数ならば，n は 6 の倍数である。」は偽である。このとき，反例を 1 つあげなさい。

(4) 次の(　)の中に，必要，十分，必要十分のうち，最も適切なものを入れなさい。ただし，x は実数とする。

$x>-3$ は $x>0$ であるための(　)条件である。

(5) x，y は実数とする。条件「$x>-1$ または $y=3$」の否定を書きなさい。

【出題のねらい】

(1) 要素を書き並べて表せるか。

(2) 和集合，補集合を理解しているか。

(3) 偽である命題の反例をあげられるか。

(4) 必要，十分，必要十分条件を理解しているか。

(5) 条件の否定が求められるか。

【解答】

(1) $A=\{1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 6,\ 12\}$ 答

(2) (ア) $A=\{2,\ 6\}$，$B=\{4,\ 6,\ 10\}$ の和集合だから，

$A\cup B=\{2,\ 4,\ 6,\ 10\}$ 答

(イ) 全体集合 $U=\{2,\ 4,\ 6,\ 8,\ 10,\ 12\}$ に関する $A\cup B$ の補集合であるから，

(ア)より，$\overline{A\cup B}=\{8,\ 12\}$ 答

(3) $n=3$ は，3 の倍数であるが，6 の倍数ではない。

よって，反例は，$n=3$ 答

参考 反例は他にも $n=9$，15 などがある。

(4) $x>-3 \Longrightarrow x>0$ は偽（反例 $x=-2$ など）。

$x>0 \Longrightarrow x>-3$ は真であるから，

$x>-3$ は $x>0$ であるための(必要)条件である。 答

(5) $x\leqq -1$ かつ $y\neq 3$ 答

5 【選択問題】次の各問に答えなさい。

(1) 関数 $f(x)=3x-5$ において，$f(1)$ の値を求めなさい。

(2) 1 次関数 $y=2x-1\ (-1\leqq x\leqq 2)$ について，値域を求めなさい。

(3) 2 次関数 $y=(x-1)^2+2$ のグラフの軸と頂点を求めなさい。

(4) 2 次関数 $y=(x-1)^2+2$ のグラフをかきなさい。

(5) 2 次関数 $y=2x^2+4x-1$ を $y=a(x-p)^2+q$ の形に変形しなさい。

【出題のねらい】

(1) 関数の値を求めることができるか。

(2) 定義域における 1 次関数の値域を求められるか。

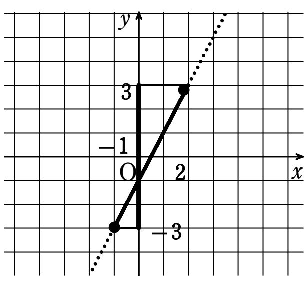
(3) 平方完成された式からグラフの軸と頂点を求められるか。

(4) 2 次関数のグラフがかけるか。

(5) 平方完成できるか。

【解答】

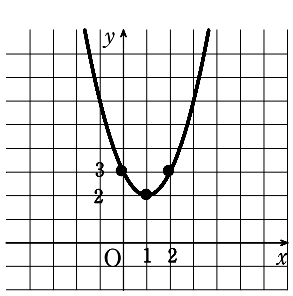
(1) $f(1)=3\times 1-5=3-5=-2$ 答

(2)


1 次関数 $y=2x-1\ (-1\leqq x\leqq 2)$ は左図のようになる。

よって，値域は　$-3\leqq y\leqq 3$ 答

(3) 軸は直線 ($x=1$)，頂点は点$(1,\ 2)$ 答

(4)


頂点 点$(1,\ 2)$ をとり，x^2 の係数が正であるから，下に凸。

y 切片を求めて，グラフをかく。

答

(5) $y=2x^2+4x-1$

$=2(x^2+2x)-1$

$=2(x^2+2x+1-1)-1$

$=2\{(x+1)^2-1\}-1$

$=2(x+1)^2-3$ 答

6 【選択問題】次の各問に答えなさい。

(1) 60 以下の自然数のうち，次のような数の個数を求めなさい。

(ア) 3 の倍数　　　(イ) 3 の倍数または 5 の倍数

(2) あるカフェには，10 種類のケーキと 4 種類の飲み物がある。

ケーキと飲み物をそれぞれ1 種類ずつ選ぶとき，

その選び方は何通りあるか求めなさい。

(3) 6 人が円形になって座る方法は何通りあるか求めなさい。

(4) 男子 3 人，女子 4 人の中から男女各 2 人を選ぶ方法は何通りあるか求めなさい。

(5) 6 個の数字 1，2，2，3，3，3 をすべて並べてできる 6 桁の整数は何個あるか求めなさい。

【出題のねらい】

(1) 倍数の要素の個数を出すことができるか。

(2) 積の法則を用いて選び方の総数を求められるか。

(3) 円順列の計算ができるか。

(4) 積の法則を用いた組合せの計算ができるか。

(5) 同じものを含む順列の計算ができるか。

【解答】

(1) 60 以下の自然数全体の集合を U とし，U の部分集合で，3 で割り切れる数全体の集合をA，5 で割り切れる数全体の集合をB とすると，

(ア) $A=\{3\cdot 1,\ 3\cdot 2,\ 3\cdot 3,\ \cdots\cdots,\ 3\cdot 20\}$

よって，要素の個数は $n(A)=20$　したがって　20個 答

(イ) $n(A\cup B)$ を求めればよい。

$B=\{5\cdot 1,\ 5\cdot 2,\ 5\cdot 3,\ \cdots\cdots,\ 5\cdot 12\}$　より　$n(B)=12$

$A\cap B=\{15\cdot 1,\ 15\cdot 2,\ 15\cdot 3,\ 15\cdot 4\}$　より　$n(A\cap B)=4$

よって，$n(A\cup B)=n(A)+n(B)-n(A\cap B)$

$=20+12-4=28$　したがって　28個 答

(2) ケーキが 10 種類，飲み物が 4 種類あるので，

積の法則より　$10\times 4=40$　したがって　40通り 答

(3) 円順列であるから，　$(6-1)!=5!=5\times 4\times 3\times 2\times 1=120$

したがって　120通り 答

(4) 男子 3 人から 2 人の選び方は ${}_3C_2$ 通り。女子 4 人から 2 人の選び方は

${}_4C_2$ 通り。よって，　${}_3C_2\times {}_4C_2={}_3C_1\times {}_4C_2=3\times\dfrac{4\cdot 3}{2\cdot 1}=18$

したがって　18通り 答

(5) 1 が 1 個，2 が 2 個，3 が 3 個あり，これらを 1 列に並べるから

$\dfrac{6!}{1!2!3!}=\dfrac{6\cdot 5\cdot 4\cdot 3\cdot 2\cdot 1}{1\times 2\cdot 1\times 3\cdot 2\cdot 1}=60$　したがって　60個 答

【解説は以上です】