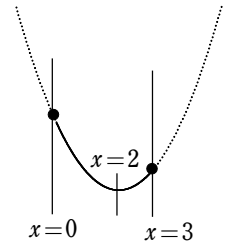


< 必須問題 >

- [1] (1) ねらい $\sqrt{3}$ の係数を見て, $18=2\sqrt{3} \cdot 3\sqrt{3}$ の形に分解できるか。
 (与式) $\Leftrightarrow (x+2\sqrt{3})(x-3\sqrt{3})=0$ より $\frac{1}{1} \times \frac{2\sqrt{3}}{-3\sqrt{3}} \rightarrow \frac{2\sqrt{3}}{-3\sqrt{3}}$
 $x=-2\sqrt{3}, 3\sqrt{3}$ ※ 解の公式も可。
- (2) ねらい $(A+B)^2-(A-B)^2=4AB$ が利用できるか。
 (与式) $=\{(a+b)+c\}^2-\{(a+b)-c\}^2=4c(a+b)=4ac+4bc$
- (3) ねらい ある文字に着目して因数分解できるか。工夫して因数分解できるか。
 (ア) (与式) $=b(a^2-1)+(a-1)=b(a+1)(a-1)+(a-1)=(a-1)\{b(a+1)+1\}$
 $= (a-1)(ab+b+1)$
 (イ) x に着目して降べきの順に整理して考える。 $\frac{1}{1} \times \frac{(y+2)}{(3y+1)} \rightarrow \frac{y+2}{3y+1}$
 (与式) $=x^2+(4y+3)x+(3y^2+7y+2)$
 $=x^2+(4y+3)x+(y+2)(3y+1)$
 $=\{x+(y+2)\}\{x+(3y+1)\}=(x+y+2)(x+3y+1)$
- (4) ねらい 根号を含む式の計算ができるか。分母の有理化ができるか。
 (ア) $\frac{1}{\{(1+\sqrt{2})+\sqrt{3}\}\{(1+\sqrt{2})-\sqrt{3}\}}=\frac{1}{(1+\sqrt{2})^2-(\sqrt{3})^2}=\frac{1}{2\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{2}}{4}$
 (イ) $\frac{(1+\sqrt{2}-\sqrt{3})+(1+\sqrt{2}+\sqrt{3})}{\{(1+\sqrt{2})+\sqrt{3}\}\{(1+\sqrt{2})-\sqrt{3}\}}=\frac{2(1+\sqrt{2})}{(1+\sqrt{2})^2-(\sqrt{3})^2}=\frac{1+\sqrt{2}}{\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{2}+2}{2}$
- (5) ねらい 式の特徴に応じて計算ができるか。
 ①は両辺に 6 を掛けて, ②は両辺に 10 を掛ける。
 $\begin{cases} 5x-3 \geq 2x+6 & \cdots \text{①} \\ 10x+6 > 2x-10 & \cdots \text{②} \end{cases}$ よって $\begin{cases} x \geq 3 \\ x > -2 \end{cases}$ したがって $x \geq 3$
- (6) ねらい 絶対値を含んだ不等式の計算ができるか。
 (ア) $|x-2| \leq 3a$ から $-3a \leq x-2 \leq 3a$ よって $2-3a \leq x \leq 2+3a$
 (イ) $a=3$ のとき, $-7 \leq x \leq 11$
 これを満たす整数 x の個数は $11-(-7)+1=19$ (個)
 (ウ) 不等式 ① を満たす整数の個数は
 $(2+3a)-(2-3a)+1=6a+1$ (個) となる。
 よって, $a=3$ のとき, その個数は 19 (個) なので,
 題意より $6a+1 \geq 2 \cdot 19$ を解くと
 $a \geq \frac{37}{6}=6.166\cdots$
 a は自然数であるから, 求める a の値は $a=7$
- (7) ねらい 集合における共通部分と和集合の意味が理解できるか。
 (ア) 題意より
 $\{a^2=16, a+b=5\} \cdots \text{①}$ または $\{a^2=16, a+2=5\} \cdots \text{②}$ を考える。
 いずれにしる $a^2=16$ より $a=\pm 4$ a は自然数であるから $a=4$ である。
 このとき, ②は $a+2=6$ となり不適。よって①より $a+b=5 \therefore b=1$
 逆に, $a=4, b=1$ のとき, 条件を満たす。よって, $a=4, b=1$
 (イ) $a=4, b=1$ のとき $A \cup B = \{1, 3, 5, 6, 16\}$ となる。
- (8) ねらい 反例の考え方が理解できるか。
 命題『 $p \Rightarrow q$ 』の反例は『 p かつ $\bar{q}$ 』となるので,
 『 $xy < 0$ かつ $(x \leq 0$ または $y \geq 0)$ 』を満たす x, y の値の組を選べばよい。
 よって ③
- (9) ねらい 集合の包含関係と必要条件, 十分条件が理解できるか。
 題意より 『 $q \Rightarrow p$ 』が真となればよい。
 右図より
 $a \leq 3$ となる。
 ※ 等号のつけ忘れに注意する。

[2] < 2 次関数 >

- (1) ねらい 2 次関数の平方完成や放物線の平行移動の概念が理解できるか。
 $y=-x^2+4x+2=- (x-2)^2+6$ より, 頂点は点 $(2, 6)$, 軸は直線 $x=2$
 (ア) 平行移動後の頂点が, 点 $(3, 3)$ となるので求める方程式は
 $y=-(x-3)^2+3=-x^2+6x-6$ となる。
 (イ) $y=-x^2-2x+q=-(x+1)^2+(q+1)$ より, 頂点は点 $(-1, q+1)$ だから,
 この点を x 軸方向に p , y 軸方向に -3 だけ平行移動すると
 点 $(p-1, q-2)$ となる。
 よって, $\begin{cases} p-1=2 \\ q-2=6 \end{cases}$ が成り立つ。 ゆえに $p=3, q=8$
- (2) ねらい 文字係数の 2 次関数の最大値と最小値を求めることができるか。
 (ア) $f(x)=x^2-2ax+2a^2-2a-3=(x-a)^2+a^2-2a-3$ より
 頂点の座標は (a, a^2-2a-3)
 (イ) $a=2$ のとき, $f(x)=(x-2)^2-3$ となる。
 右図より, 軸の方程式 $x=2$ に注意して
 $\begin{cases} x=0 \text{ のとき, } M=1 \\ x=2 \text{ のとき, } m=-3 \end{cases}$ となる。
- (ウ) 題意より, 与えられた範囲において頂点を含んでいけば良い。
 すなわち, $t-1 \leq 2 \leq t+1$ を満たす t の値の範囲を求める。
 よって, $1 \leq t \leq 3$



[3] < 場合の数 >

- (1) ねらい 題意に応じて分類し, 数え上げることができるか。
 (ア) 百の位は 0 を含まないが, 残りの位は 0 を含んでもよい。
 よって, $5 \times 5 \times 4 = 100$ (個)
 (イ) 一の位に使えるのは, 0, 2, 4 である。
 [1] 一の位が 0 のとき
 他の位には 1 ~ 5 から 2 個を選んで並べるから,
 その個数は ${}_5P_2 = 5 \cdot 4 = 20$ (個)
 [2] 一の位が 2 か 4 のとき
 百の位は一の位の数字と 0 を除く 4 個から選び, そのおのおのに対して,
 十の位には 0 を含む残りの 4 個から 1 個を選べばよい。
 よって $(4 \times 4) \times 2 = 32$ (個)
 [1], [2] から, 求める個数は $20 + 32 = 52$ (個)
- (2) ねらい 同じものを含む順列が理解できているか。
 (ア) 右に 1 区画進むことを $\rightarrow$, 下に 1 区画進むことを $\downarrow$ で表すと, P から Q
 に行く最短経路の総数は, 6 個の $\rightarrow$ と 5 個の $\downarrow$ を 1 列に並べる順列の総
 数に等しい。
 よって $\frac{11!}{6!5!} = 462$ (通り)
 (イ) P から R まで行く最短経路は $\frac{5!}{3!2!} = 10$ (通り)
 R から Q まで行く最短経路は $\frac{6!}{3!3!} = 20$ (通り)
 よって, R を通る最短経路は, 積の法則より $10 \times 20 = 200$ (通り)
 (ウ) A がある区間の左端が R なので, 右端を B とする。
 P から R まで行く最短経路は $\frac{5!}{3!2!} = 10$ (通り)
 B から Q まで行く最短経路は $\frac{5!}{2!3!} = 10$ (通り)
 よって, A がある区間を通る最短経路は $\frac{5!}{3!2!} \times \frac{5!}{2!3!} = 100$ (通り)
 したがって, A がある区間を通らない最短経路は $462 - 100 = 362$ (通り)

- (3) ねらい 素因数分解と約数の個数の関係が理解できるか。
 直接数え上げていく。

- [1] $p^2 \times q$ の形 (p, q は素数)
 $2^2 \times 3 = 12, 2^2 \times 5 = 20, 2^2 \times 7 = 28, 2^2 \times 11 = 44$
 $3^2 \times 2 = 18, 3^2 \times 5 = 45, 5^2 \times 2 = 50$ の 7 (個)
 [2] p^5 の形 (p は素数)
 $2^5 = 32$ の 1 (個)
 [1], [2] から, 求める個数は $7 + 1 = 8$ (個)