

1

【必須問題】次の各問に答えなさい。

(1) $\frac{1}{2}-\left(-\frac{1}{3}\right)$ を計算しなさい。

(2) x^2-5x+6 を因数分解しなさい。

(3) 3200 円の商品を 30 %引きの値段で買った。そのときの代金を求めなさい。
ただし、消費税は考えないものとする。

(4) 1 次方程式 $4x-20=2x$ を解きなさい。

(5) 2 次方程式 $x^2-x-3=0$ を解きなさい。

【出題のねらい】

(1) 分数の引き算ができるか。

(2) 因数分解ができるか。

(3) 割合の計算ができるか。

(4) 1 次方程式が解けるか。

(5) 解の公式を用いて、2 次方程式が解けるか。

【解答】

(1) $\frac{1}{2}-\left(-\frac{1}{3}\right)=\frac{3}{6}-\left(-\frac{2}{6}\right)=\frac{5}{6}$ 図

(2) $x^2-5x+6=(x-2)(x-3)$ 図

(3) 30%引きなので、元の値段の 70%の値段になる。
よって、 $3200\times 0.7=2240$ したがって 2240 円 図

(4) $4x-20=2x$ より $2x=20$ 両辺を 2 で割って、 $x=10$ 図

(5) 解の公式より、
 $x=\frac{-(-1)\pm\sqrt{(-1)^2-4\cdot 1\cdot (-3)}}{2\cdot 1}=\frac{1\pm\sqrt{13}}{2}$ よって $x=\frac{1\pm\sqrt{13}}{2}$ 図

2

【必須問題】次の各問に答えなさい。

(1) 整式 $2x+x^4-3x^2+1+5x^3$ は何次式か求めなさい。また、定数項も求めなさい。

(2) $A=2x^2-x+3$, $B=x^2-5x+2$ のとき、 $A+3B$ を計算しなさい。

(3) $(-x^2y)^2\times 3xy^3$ を計算しなさい。

(4) 次の式を展開しなさい。
(ア) $(2x+1)(x^2-x-1)$ (イ) $(2x-y)^2$
(ウ) $(a+b-2)(a+b+1)$ (エ) $(a-b+c)^2$

(5) 次の式を因数分解しなさい。
(ア) $5x^2y-25xy$ (イ) $4x^2-25$
(ウ) $3x^2+4x+1$ (エ) $a(x-y)+b(y-x)$
(オ) $x^2+3xy+2y^2+3x+5y+2$

【出題のねらい】

(1) x について降べきの順にし、何次式か、またそのときの定数項が答えられるか。

(2) 多項式の計算ができるか。

(3) 指数法則を利用できるか。

(4) 多項式の展開ができるか。

(5) 多項式の因数分解ができるか。

【解答】

(1) 整理すると、 $x^4+5x^3-3x^2+2x+1$
よって、整式は (4) 次式で、定数項は (1) 図

(2) $A+3B=(2x^2-x+3)+3(x^2-5x+2)=5x^2-16x+9$ 図

(3) $(-x^2y)^2\times 3xy^3=x^4y^2\times 3xy^3=3x^5y^5$ 図

(4) (ア) $(2x+1)(x^2-x-1)=2x^3-x^2-3x-1$ 図
(イ) $(2x-y)^2=4x^2-4xy+y^2$ 図
(ウ) $a+b=A$ とおくと
 $(A-2)(A+1)=A^2-A-2=(a+b)^2-(a+b)-2$
 $=a^2+2ab+b^2-a-b-2$ 図
(エ) $a-b=A$ とおくと $(A+c)^2=A^2+2Ac+c^2$
 $=(a-b)^2+2c(a-b)+c^2$
 $=a^2+b^2+c^2-2ab-2bc+2ca$ 図

別解 公式を用いて、
 $(a-b+c)^2=a^2+(-b)^2+c^2+2a(-b)+2(-b)c+2ca$
 $=a^2+b^2+c^2-2ab-2bc+2ca$ 図

(5) (ア) $5x^2y-25xy=5xy(x-5)$ 図

(イ) $4x^2-25=(2x)^2-5^2=(2x-5)(2x+5)$ 図

(ウ) $3x^2+4x+1=(3x+1)(x+1)$ 図 $\begin{array}{r} 3 \times 1 \rightarrow 1 \\ 1 \times 1 \rightarrow 3 \\ \hline 3 \quad 1 \quad 4 \end{array}$

(エ) $a(x-y)+b(y-x)=a(x-y)-b(x-y)$
ここで、 $(x-y)=A$ とおくと $a(x-y)-b(x-y)=aA-bA$
 $=A(a-b)=(x-y)(a-b)$
 $=(a-b)(x-y)$ 図

(オ) $x^2+3xy+2y^2+3x+5y+2$ $\begin{array}{r} 2 \times 1 \rightarrow 1 \\ 1 \times 2 \rightarrow 4 \\ \hline 2 \quad 2 \quad 5 \end{array}$
 $=x^2+(3y+3)x+(2y^2+5y+2)$
 $=x^2+(3y+3)x+(2y+1)(y+2)$
 $=(x+2y+1)(x+y+2)$ 図 $\begin{array}{r} 1 \times 2y+1 \rightarrow 2y+1 \\ 1 \times y+2 \rightarrow y+2 \\ \hline 1 \quad (2y+1)(y+2) \quad 3y+3 \end{array}$

3

【必須問題】次の各問に答えなさい。

(1) $|1-7|$ の値を求めなさい。

(2) 次の計算をしなさい(ウは分母の有理化をしなさい)。
(ア) $3\sqrt{3}+\sqrt{12}-\sqrt{27}$ (イ) $(\sqrt{3}+\sqrt{5})^2$
(ウ) $\frac{1}{\sqrt{5}+\sqrt{2}}$

(3) 次の 1 次不等式、連立不等式を解きなさい。
(ア) $3x-5>6x+4$ (イ) $\frac{6x+1}{5}\leq x-2$
(ウ) $\begin{cases} 4x+3>3x-1 \\ x<-x+6 \end{cases}$ (エ) $2x-1\leq x\leq 3x+2$

【出題のねらい】

(1) 絶対値の計算ができるか。

(2) 根号を含む計算ができるか。

(3) 1 次不等式、連立不等式が解けるか。

【解答】

(1) $|1-7|=|-6|=6$ 図

(2) (ア) $3\sqrt{3}+\sqrt{12}-\sqrt{27}=3\sqrt{3}+2\sqrt{3}-3\sqrt{3}=2\sqrt{3}$ 図
(イ) $(\sqrt{3}+\sqrt{5})^2=(\sqrt{3})^2+2\times\sqrt{3}\times\sqrt{5}+(\sqrt{5})^2=8+2\sqrt{15}$ 図
(ウ) $\frac{1}{\sqrt{5}+\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{5}-\sqrt{2}}{(\sqrt{5}+\sqrt{2})(\sqrt{5}-\sqrt{2})}=\frac{\sqrt{5}-\sqrt{2}}{5-2}=\frac{\sqrt{5}-\sqrt{2}}{3}$ 図

(3) (ア) $3x-5>6x+4$ より $-3x>9$ 両辺を -3 でわって、 $x<-3$ 図
(イ) 両辺に 5 をかけて $5\times\frac{6x+1}{5}\leq 5(x-2)$
 $6x+1\leq 5x-10$
 $x\leq -11$ 図
(ウ) $\begin{cases} 4x+3>3x-1 \dots ① \\ x<-x+6 \dots ② \end{cases}$ とする。
①より $x>-4 \dots ③$
②より $2x<6$ よって、 $x<3 \dots ④$
③、④の共通の範囲を求めて、 $-4<x<3$ 図
(エ) $\begin{cases} 2x-1\leq x \dots ① \\ x\leq 3x+2 \dots ② \end{cases}$ とする。
①より $x\leq 1 \dots ③$
②より $-2x\leq 2$ 両辺を -2 でわって、 $x\geq -1 \dots ④$
③、④の共通の範囲を求めて、 $-1\leq x\leq 1$ 図

【選択問題へ続きます】

4

【選択問題】次の各問に答えなさい。

(1) 集合 $A=\{x \mid x \text{ は } 16 \text{ の正の約数}\}$ を、要素を書き並べて表しなさい。

(2) $U=\{2, 3, 4, 5, 6, 7\}$ を全体集合とする。 U の部分集合 $A=\{2, 5\}$, $B=\{3, 5, 7\}$ について、次の集合を求めなさい。

(ア) $A \cap B$ (イ) $\overline{A \cup B}$

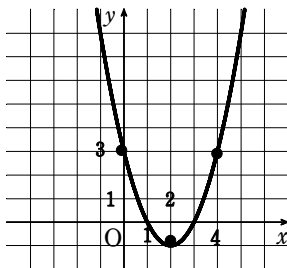
(3) 実数 x について、命題「 $x^2=9 \Rightarrow x=3$ 」は偽である。このとき、反例をあげなさい。

(4) 次の () の中に、必要、十分、必要十分のうち、最も適切なものを入れなさい。ただし、 n は整数とする。

n が 6 の正の約数 であることは、 n が 12 の正の約数であるための () 条件である。

(5) m, n は整数とする。条件「 $m \equiv 3$ かつ $n \geq 2$ 」の否定を書きなさい。

4

(4) 

頂点 点(2, −1) をとり、 x^2 の係数が正であるから、下に凸。
 y 切片を求めて、グラフをかく。

図

(5) $y=3x^2-6x+1$
 $=3(x^2-2x)+1$
 $=3(x^2-2x+1-1)+1$
 $=3[(x-1)^2-1]+1$
 $=3(x-1)^2-2$ 図

【出題のねらい】

(1) 要素を書き並べて表せるか。

(2) 和集合、補集合(ド・モルガンの法則)を理解しているか。

(3) 偽である命題の反例をあげられるか。

(4) 必要、十分、必要十分条件を理解しているか。

(5) 条件の否定が求められるか。

【解答】

(1) $A=\{1, 2, 4, 8, 16\}$ 図

(2) (ア) $A=\{2, 5\}$, $B=\{3, 5, 7\}$ の和集合だから、
 $A \cap B=\{5\}$ 図

(イ) $\overline{A}$, $\overline{B}$ は全体集合 $U=\{2, 3, 4, 5, 6, 7\}$ に関する補集合であるから、
 $\overline{A}=\{3, 4, 6, 7\}$ $\overline{B}=\{2, 4, 6\}$
よって、 $\overline{A \cup B}=\{2, 3, 4, 6, 7\}$ 図

〔別解〕 ド・モルガンの法則を用いて、 $\overline{A \cup B}=\overline{A \cap B}$
 $\overline{A \cap B}$ は全体集合 U に関する $A \cap B$ の補集合であるから、
(1) より、 $\overline{A \cup B}=\overline{A \cap B}=\{2, 3, 4, 6, 7\}$

(3) $x^2=9$ を解くと、 $x=3, -3$ よって、反例は、 $x=-3$ 図

(4) n が 6 の正の約数 ならば n が 12 の正の約数 は 真
また、 n が 12 の正の約数 ならば n が 6 の正の約数 は 偽 (反例 $n=4$ など) であるから、
 n が 6 の正の約数 であることは、 n が 12 の正の約数であるための (十分) 条件である。 図

(5) $m=3$ または $n<2$ 図

5

【選択問題】次の各問に答えなさい。

(1) 関数 $f(x)=x^2-x+1$ において、 $f(2)$ の値を求めなさい。

(2) 1 辺の長さが x cm の正方形の面積を y cm² とするとき、 y を x の式で表しなさい。

(3) 2 次関数 $y=(x-2)^2-1$ のグラフの軸と頂点を求めなさい。

(4) 2 次関数 $y=(x-2)^2-1$ のグラフをかきなさい。

(5) 2 次関数 $y=3x^2-6x+1$ を $y=a(x-p)^2+q$ の形に変形しなさい。

【出題のねらい】

(1) 関数の値を求めることができるか。

(2) 文章から関数の式を表せられるか。

(3) 平方完成された式からグラフの軸と頂点を求められるか。

(4) 2 次関数のグラフがかけるか。

(5) 平方完成できるか。

【解答】

(1) $f(2)=2^2-2+1=4-2+1=3$ 図

(2) $y=x^2$ 図

〔参考〕 実際、 x は長さなので、定義域として $(x>0)$ を書く。
配点には配慮した。

(3) 軸は直線 ($x=2$)、頂点は点(2, −1) 図

6

【選択問題】次の各問に答えなさい。

(1) 70 以下の自然数のうち、次のような数の個数を求めなさい。

(ア) 2 の倍数 (イ) 2 の倍数または 5 の倍数

(2) 4 人の男子と、5 人の女子の中から、男女 1 名ずつ代表を選ぶとき、代表者 2 名の選び方が何通りあるか。

(3) 男子 3 人と女子 2 人が 1 列に並ぶとき、女子 2 人が隣り合うときの並び方は何通りあるか。

(4) 大人 5 人、子ども 4 人がいるとき、大人から 2 人、子どもから 3 人選ぶ選び方は何通りあるか。

(5) 6 個の数字 1, 1, 1, 2, 2, 3 をすべて並べてできる 6 桁の整数は何個あるか。

【出題のねらい】

(1) 倍数の要素の個数を出すことができるか。

(2) 積の法則を用いて選び方の総数を求められるか。

(3) 条件付き順列の計算ができるか。

(4) 積の法則を用いた組合せの計算ができるか。

(5) 同じものを含む順列の計算ができるか。

【解答】

(1) 70 以下の自然数全体の集合を U とし、 U の部分集合で、2 で割り切れる数全体の集合を A 、5 で割り切れる数全体の集合を B とすると、
(ア) $A=\{2 \cdot 1, 2 \cdot 2, 2 \cdot 3, \dots, 2 \cdot 35\}$
よって、要素の個数は $n(A)=35$ したがって 35個 図

(イ) $n(A \cup B)$ を求めればよい。
 $B=\{5 \cdot 1, 5 \cdot 2, 5 \cdot 3, \dots, 5 \cdot 14\}$ より $n(B)=14$
 $A \cap B=\{10 \cdot 1, 10 \cdot 2, 10 \cdot 3, \dots, 10 \cdot 7\}$ より $n(A \cap B)=7$
よって、 $n(A \cup B)=n(A)+n(B)-n(A \cap B)$
 $=35+14-7=42$ したがって 42個 図

(2) 男子が 4 人、女子が 5 人から男女 1 名ずつ代表を選ぶので、
積の法則より $4 \times 5=20$ したがって 20通り 図

(3) 隣り合う女子 2 人をまとめて 1 組と考えると、
男子 3 人と女子 1 組の並び方は、 $4!$ 通り
また、1 組と考えた女子 2 人の並び方は、 $2!$ 通り
よって、 $4! \times 2! = 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 \times 2 \cdot 1 = 48$ したがって 48通り 図

(4) 大人 5 人から 2 人の選び方は ${}_5C_2$ 通り。子ども 4 人から 3 人の選び方は ${}_4C_3$ 通り。よって、
 ${}_5C_2 \times {}_4C_3 = {}_5C_2 \times {}_4C_1 = \frac{5 \cdot 4}{2 \cdot 1} \times 4 = 40$
したがって 40通り 図

(5) 1 が 3 個、2 が 2 個、3 が 1 個あり、これらを 1 列に並べるから
 $\frac{6!}{3!2!1!} = \frac{6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}{3 \cdot 2 \cdot 1 \times 2 \cdot 1 \times 1} = 60$ したがって 60個 図