1 ＜数と式＞

(1) ねらい　2次方程式の解の公式を利用できるか。

解答　$x=\dfrac{-(-5)\pm\sqrt{(-5)^2-4\cdot1\cdot2}}{2}=\dfrac{5\pm\sqrt{17}}{2}$　答

(2) ねらい　展開の順序の工夫ができるか。

解答　$(与式)=\{(x+2)(x^2-2x+4)\}\{(x-1)(x^2+x+1)\}$
$=(x^3+8)(x^3-1)=x^6+7x^3-8$　答

(3) ねらい (ア)たすきがけができるか。
(イ)ひとつの文字に着目した因数分解ができるか。

解答　(ア)　(与式)$=(y+2)(3y-1)$　答

$$\begin{array}{ccccc} 1 & \times & 2 & \longrightarrow & 6 \\ 3 & & -1 & \longrightarrow & -1 \\ \hline 3 & & -2 & & 5 \end{array}$$

(イ)　(与式)
$=2x^2+(y-5)x-(3y^2+5y-2)$
$=2x^2+(y-5)x-(y+2)(3y-1)$
$=(x-y-2)(2x+3y-1)$　答

$$\begin{array}{ccccc} 1 & \times & -(y+2) & \longrightarrow & -2y-4 \\ 2 & & (3y-1) & \longrightarrow & 3y-1 \\ \hline 2 & & -(y+2)(3y-1) & & y-5 \end{array}$$

(4) ねらい　分母の有理化ができるか。

解答　$(与式)=\dfrac{\sqrt{3}-1}{(\sqrt{3}+1)(\sqrt{3}-1)}+\dfrac{\sqrt{5}-\sqrt{3}}{(\sqrt{5}+\sqrt{3})(\sqrt{5}-\sqrt{3})}+\dfrac{\sqrt{7}-\sqrt{5}}{(\sqrt{7}+\sqrt{5})(\sqrt{7}-\sqrt{5})}$
$=\dfrac{\sqrt{3}-1}{2}+\dfrac{\sqrt{5}-\sqrt{3}}{2}+\dfrac{\sqrt{7}-\sqrt{5}}{2}=\dfrac{\sqrt{7}-1}{2}$　答

(5) ねらい　絶対値の外し方を理解しているか。

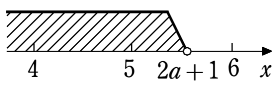
解答　$\sqrt{3}<2<3$ であるから，$2-\sqrt{3}>0$，$\sqrt{3}-3<0$ である。
よって，(与式)$=|2-\sqrt{3}|-|\sqrt{3}-3|=(2-\sqrt{3})-(3-\sqrt{3})=-1$　答

(6) ねらい　不等式の基本性質を理解しているか。

解答　$\sqrt{3}x-4>2x-2\sqrt{3}\Leftrightarrow(\sqrt{3}-2)x>-2\sqrt{3}+4$
$\Leftrightarrow(\sqrt{3}-2)x>-2(\sqrt{3}-2)$……①
ここで，$\sqrt{3}-2<0$ であるから，①$\Leftrightarrow x<-2$　答

(7) ねらい　数直線をイメージして，適切な不等式をつくることができるか。

解答　$3x+1<6a+4$
$\Leftrightarrow 3x<6a+3\Leftrightarrow x<2a+1$……①



①を満たす最大の整数 x が5
$\Leftrightarrow 5<2a+1\leqq6 \Leftrightarrow 4<2a\leqq5\Leftrightarrow 2<a\leqq\dfrac{5}{2}$　答

(8) ねらい　絶対値を含む不等式の解法を理解しているか。

解答　$|2x-3|\leqq3\Leftrightarrow -3\leqq2x-3\leqq3\Leftrightarrow 0\leqq2x\leqq6\Leftrightarrow 0\leqq x\leqq3$　答

(9) ねらい　文章や表を正しく読み取り，思考の順序立てができるか。

解答　単価を求めると，
Aセット1300÷200＝6.5(円)，Bセット1000÷150≒6.7(円)，ばら売り＝8(円)
このことから，なるべく多く買うには
①単価の低いAセットでの購入を優先すること
②単価の高い「ばら売り」はできるだけ少なくすること　　がわかる。
Aセットを最大7つ購入すると,ばら売りで900円分も購入しなければならず
このとき，個数は，200×7＋112＝1512(個)になる。
Aセットを6つ購入すると,Bセットを2つ購入でき,ばら売りは200円分で済む。
このとき，個数は，200×6＋150×2＋25＝1525(個)になる。
また，最も，ばら売りでの購入が少なくなるのは，Bセットのみ10個購入する場合であるが，このとき，150×10＝1500(個)の購入にとどまる。
したがって，最大の個数は，1525個　答

2 ＜集合と論理＞

(1) ねらい　ド･モルガンの法則を利用することができるか。

解答　$\overline{A}\cap\overline{B}=\overline{A\cup B}=\{4,8\}$　答

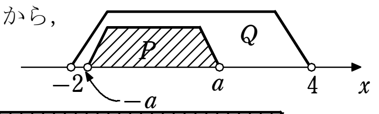
(2) ねらい　うまく反例を見つけながら，真偽を調べることができるか。

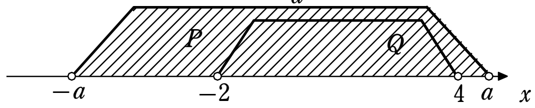
解答　「有理数」「無理数」をあてはめてできる4つの命題の真偽を調べる。
A「無理数と有理数の和は有理数である。」は偽。反例($\sqrt{2}+1$)
B「無理数と有理数の和は無理数である。」は真。
C「無理数と無理数の和は有理数である。」は偽。反例($\sqrt{2}+\sqrt{3}$)
D「無理数と無理数の和は無理数である。」は偽。反例($\sqrt{2}+(-\sqrt{2})=0$)
したがって，正解は (ア) 有理数 (イ) 無理数　答

(3) ねらい　集合の包含関係を用いて，必要条件，十分条件の判断ができるか。

解答　$P=\{x\mid -a<x<a,\ x は実数\}$，$Q=\{x\mid -2<x<4,\ x は実数\}$ とする。
$P\subset Q$ が成り立つと，p は q であるための十分条件になり，
$P\supset Q$ が成り立つと，p は q であるための必要条件になる。

$0<a\leqq2$ とすると，$-2\leqq-a$ であるから，
$P\subset Q$ が成り立ち
p は q であるための十分条件になる。





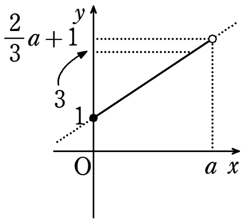
$a\geqq4$ とすると，$P\supset Q$ が成り立ち
p は q であるための必要条件になる。

したがって，必要条件にも，十分条件にもならないような a の値の範囲は
$2<a<4$　答

3 ＜2次関数＞

(1) ねらい　関数の定義域と値域の関係を理解しているか。

解答　値域に $y=3$ を含むのは，図より
$\dfrac{2}{3}a+1>3$ のときである。
これを解いて，$a>3$　答

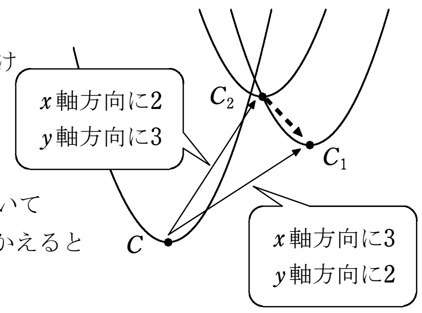


(2) ねらい　分数係数の2次式を平方完成できるか。

解答　$-\dfrac{2}{3}x^2+2x+1=-\dfrac{2}{3}(x^2-3x)+1=-\dfrac{2}{3}\left\{\left(x-\dfrac{3}{2}\right)^2-\dfrac{9}{4}\right\}+1$
$=-\dfrac{2}{3}\left(x-\dfrac{3}{2}\right)^2+\dfrac{3}{2}+1=-\dfrac{2}{3}\left(x-\dfrac{3}{2}\right)^2+\dfrac{5}{2}$
したがって，頂点は　点$\left(\dfrac{3}{2},\dfrac{5}{2}\right)$　答

(3) ねらい　2つの平行移動を理解して，効率よく方程式が求められるか。

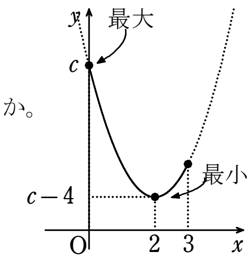
解答　放物線 C_1 は，放物線 C_2 を
x 軸方向に1，y 軸方向に -1 だけ
平行移動したものである。



C_2 の方程式 $y=x^2-4x+3$ において
x を $x-1$ で，y を $y+1$ でおきかえると
$y+1=(x-1)^2-4(x-1)+3$
$\Leftrightarrow y=x^2-6x+7$
C_1 の方程式は $y=x^2-6x+7$　答

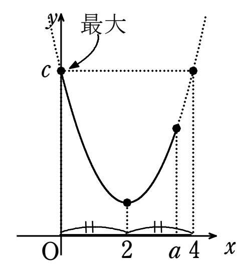
(4) ねらい　定義域と最大･最小の関係を理解できるか。

解答　与えられた2次関数を変形すると
$y=(x-2)^2+c-4$
グラフは図のようになり，
$x=0$ で最大値 c，$x=2$ で最小値 $c-4$ をとる。
最大値が5であるとき，$c=5$
したがって，求める最小値は　$5-4=1$　答



(5) ねらい　定義域の変化に対応できるか。

解答　放物線の対称性より
$y=c$ となる，もう1つの x の値は $x=4$ である。
したがって，求める a の値の範囲は $0<a\leqq4$　答



(6) ねらい　3点を通る放物線の方程式を求めることができるか。

解答　求める放物線の方程式を $y=ax^2+bx+c$ とおくと，
この放物線が，点$(1,0)$を通るから，　$a+b+c=0$……①
同様に，点$(3,0)$を通るから，$9a+3b+c=0$……②
同様に，点$(0,3)$を通るから，　$c=3$……③
①，②，③を解いて，$a=1$，$b=-4$，$c=3$
したがって，求める2次関数は，$y=x^2-4x+3$　答

別解　求める2次関数は，$y=a(x-1)(x-3)$ と表すことができる。
この放物線が，点$(0,3)$を通るから，$3=a(0-1)(0-3)$　よって　$a=1$
したがって，求める2次関数は，$y=(x-1)(x-3)$　答

(7) ねらい　2次関数を決定するいろいろな要因を的確に利用できるか。

解答　求める2次関数は，$y=2(x-t)^2+\dfrac{t}{2}$ と表すことができる。

この放物線が，点(3,3)を通るから，

$3=2(3-t)^2+\dfrac{t}{2} \Leftrightarrow 4t^2-23t+30=0 \Leftrightarrow (t-2)(4t-15)=0 \Leftrightarrow t=2,\dfrac{15}{4}$

したがって,求める2次関数は，$y=2(x-2)^2+1$，$y=2\left(x-\dfrac{15}{4}\right)^2+\dfrac{15}{8}$ 答

4 ＜2次不等式＞

(1) ねらい　2次方程式の判別式を的確に利用できるか。

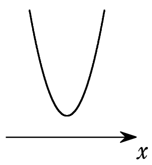
解答　この2次方程式の判別式を D とすると，$\dfrac{D}{4}=(-4m)^2-9=16m^2-9$

重解をもつための条件は $D=0$ であるから，$16m^2-9=0 \Leftrightarrow m=\pm\dfrac{3}{4}$ 答

(2) ねらい　2次不等式を，グラフと x 軸の関係で，考えることができるか。

解答　2次関数 $y=x^2+3x+m$ のグラフで考えると

図のようになっていればよい。



2次方程式 $x^2+3x+m=0$ の判別式を D とすると，

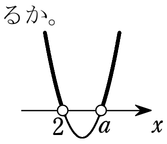
$D=3^2-4m=9-4m$

$D<0$ より，$9-4m<0 \Leftrightarrow m>\dfrac{9}{4}$ 答

(3) ねらい　文字定数を含む2次不等式を解くことができるか。

解答　$(2-a)x^2+(a^2-4)x-2a(a-2)<0$

$\Leftrightarrow (2-a)x^2+(a+2)(a-2)x-2a(a-2)<0$ ……①



ここで，$2-a<0$ であるから，

①の両辺を $2-a$ で割ると，

① $\Leftrightarrow x^2-(a+2)x+2a>0 \Leftrightarrow (x-2)(x-a)>0 \Leftrightarrow x<2$，$a<x$ 答

5 ＜場合の数＞

(1) ねらい　$n(A\cup B)=n(A)+n(B)-n(A\cap B)$ と $n(A)=n(U)-n(\overline{A})$ が活用できるか。

解答　$n(U)=50$，$n(A)=25$，$n(B)=33$ とすると，

AもBも見ていない生徒が10人であるから，

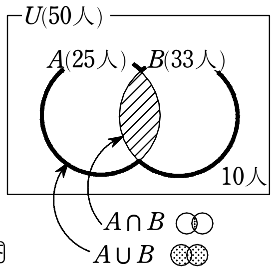
$n(A\cup B)=n(U)-10=50-10=40$

また，$n(A\cup B)=n(A)+n(B)-n(A\cap B)$ より

$40=25+33-n(A\cap B)$　よって，$n(A\cap B)=18$

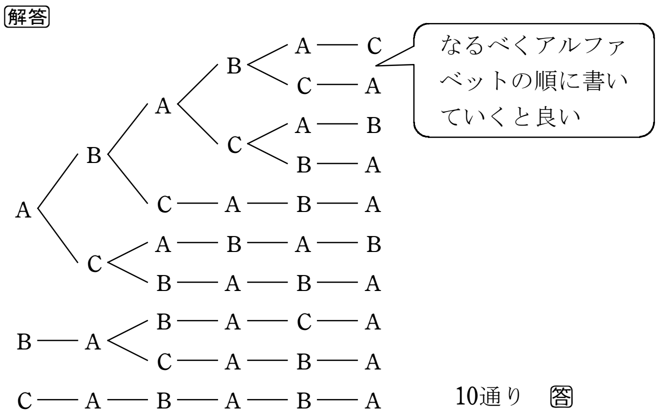
よって，Aだけ見た生徒($A\cap\overline{B}$)の人数は

$n(A\cap\overline{B})=n(A)-n(A\cap B)=25-18=7$(人) 答



(2) ねらい　樹形図を活用して，場合の数を求めることができるか。

解答



10通り 答

(3) ねらい　約数の個数の数え方のしくみを理解しているか。

解答 $1080=2^3\cdot3^3\cdot5$ であるから，

1080の正の約数は $2^a\cdot3^b\cdot5^c$ (ただし，$a=0,1,2,3$，$b=0,1,2,3$，$c=0,1$)の形で表される。このうち，奇数であるものは，$a=0$ の場合であるから，

a は1通り，b は4通り，c は2通り。積の法則により $1\times4\times2=8$(個) 答

(4) ねらい　順列を利用して，場合の数を求めることができるか。

解答　千の位が1のものが　　1□□□　${}_4P_3=24$(個)

千の位が2，百の位が0のものが　2 0□□　${}_3P_2=6$(個)

よって，求める30番目の数は，2043 答

(5) ねらい　円順列の求め方。固定法を的確に利用できるか。

解答　男子2人が向かい合わせになる場合の数を求めればよい。

2人の男子をA，Bとする。

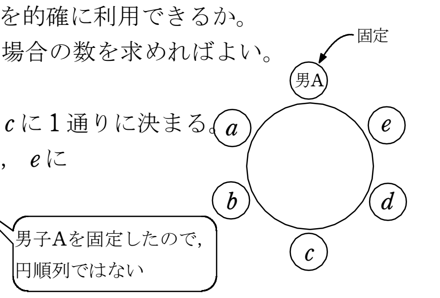
男子Aを固定すると，男子Bは席 c に1通りに決まる。

女子4人が，残りの席 a，b，d，e に

座る場合の数は，$4!=24$(通り)

したがって，求める場合の数は

$1\times24=24$(通り) 答



(6) ねらい　組合せ ${}_nC_r$ の利用ができるか。

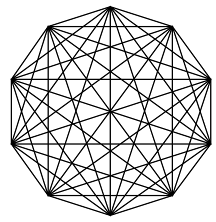
解答　正十角形の10個の頂点のうち

2個の頂点を結んでできる線分の本数は

${}_{10}C_2=45$(本)

このうち，辺が10本あるから

対角線の本数は　$45-10=35$(本) 答



(7) ねらい　組み分けの問題の解法を理解しているか。

解答　7人を，2人，2人，2人，1人に分ける方法は，

$\dfrac{{}_7C_2\times{}_5C_2\times{}_3C_2}{3!}=105$(通り)

このうち，Aさんが1人になるものは，

$\dfrac{{}_6C_2\times{}_4C_2\times{}_2C_2}{3!}=15$(通り)

したがって，Aさんが1人にならないものは，$105-15=90$(通り) 答

(8) ねらい　「同様に確からしい」「全事象」を理解しているか。

解答　10円玉3枚を投げたとき，全事象は

{(表，表，表)，$\boxed{(表，表，裏)}$，$\boxed{(表，裏，表)}$，(表，裏，裏)，

$\boxed{(裏，表，表)}$，(裏，表，裏)，(裏，裏，表)，(裏，裏，裏)} の8通り。

このうち，表2枚と裏1枚が出るのは $\boxed{}$ をつけた3通り。

したがって，求める確率は $\dfrac{3}{8}$ 答

(9) ねらい　余事象の確率の解法を的確に利用できるか。

解答「A:2個の色が異なっている」の余事象は「$\overline{A}$:2個の色が同じ」である。

2個の色が同じになるのは，2個とも赤，2個とも青，2個とも黄の場合で，

これらは，互いに排反であるから，その確率は，

$P(\overline{A})=\dfrac{{}_2C_2}{{}_{10}C_2}+\dfrac{{}_3C_2}{{}_{10}C_2}+\dfrac{{}_4C_2}{{}_{10}C_2}=\dfrac{1}{45}+\dfrac{3}{45}+\dfrac{6}{45}=\dfrac{10}{45}=\dfrac{2}{9}$

したがって，$P(A)=1-P(\overline{A})=1-\dfrac{2}{9}=\dfrac{7}{9}$ 答

(10) ねらい　「互いに排反」を理解しているか。

解答　「2枚とも裏が出る」は右図の

斜線部分である。

10円＼100円	表	裏
表	(表,表)	(表,裏)
裏	(裏,表)	(裏,裏)

これと，A，B，Cを重ねると，

10円＼100円	表	裏
表	(表,表)	(表,裏)
裏	(裏,表)	(裏,裏)

A:10円玉で表が出る

10円＼100円	表	裏
表	(表,表)	(表,裏)
裏	(裏,表)	(裏,裏)

B:少なくとも1枚表が出る

10円＼100円	表	裏
表	(表,表)	(表,裏)
裏	(裏,表)	(裏,裏)

C:2枚とも同じ面が出る

よって，「2枚とも裏が出る」と互いに排反であるのは　A，B 答